

(T06) การหมุนของกาแล็กซี

[20 คะแนน]

เส้นโค้งการหมุนของกาแล็กซีของเราสามารถกำหนดได้โดยใช้การวัดความเร็วในแนวเล็งของเมฆไฮโดรเจนเป็นกลาง (HI) ตามลองจิจูดต่างๆของกาแล็กซี ที่สังเกตผ่านเส้น HI 21 cm พิจารณาเมฆ HI ที่มีลองจิจูดของกาแล็กซี l ซึ่งอยู่ห่างจากศูนย์กลางกาแล็กซี (GC) เป็นระยะทาง R และอยู่ห่างจากดวงอาทิตย์เป็นระยะทาง D พิจารณาดวงอาทิตย์อยู่ห่างจาก GC เป็นระยะทาง $R_0 = 8.5$ kpc สมมติว่าทั้งดวงอาทิตย์และเมฆ HI อยู่ในวงโคจรเป็นวงกลมรอบ GC ในระนาบกาแล็กซีโดยมีความเร็วเชิงมุม Ω_0 และ Ω และความเร็วการหมุน V_0 และ V ตามลำดับ

ส่วนประกอบของความเร็วตามแนวเล็ง (V_r) และความเร็วในแนวสัมผัส (V_t) ของเมฆที่สังเกตจากดวงอาทิตย์ สามารถแสดงได้เป็น

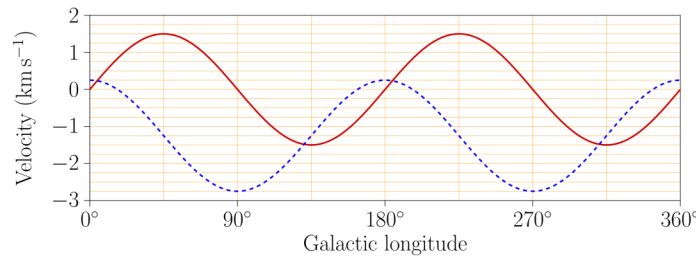
$$V_r = (\Omega - \Omega_0) R_0 \sin l$$

$$V_t = (\Omega - \Omega_0) R_0 \cos l - \Omega D$$

เมื่อมองจากขั้วกาแล็กซีเหนือ การหมุนของกาแล็กซีจะเป็นตามเข็มนาฬิกา ตลอดปัญหานี้ เราจะถือว่าความเร็วตามแนวเล็งเป็นบวกเมื่อลอยห่าง และเมฆจะถูกพิจารณาเป็นวัตถุจุด

(T06.1) จากกราฟที่ให้มาในแผ่นสรุปคำตอบ จงร่างกราฟ V_r ที่เป็นฟังก์ชันของ D จาก $D = 0$ ถึง $D = 2R_0$ สำหรับ (i) $l = 45^\circ$ และ (ii) $l = 135^\circ$ ระบุแต่ละเส้นด้วยค่าของ l [5]

(T06.2) กราฟด้านล่างแสดงส่วนประกอบความเร็วเฉลี่ยในแนวรัศมี (เส้นทึบ, เส้นโค้งสีแดง) และในแนวสัมผัส (เส้นประ, เส้นโค้งสีน้ำเงิน) ของดาวที่ระยะทาง 100 pc จากดวงอาทิตย์ ซึ่งถูกพล็อตเป็นฟังก์ชันของลองจิจูดทางช้างเผือก



ใช้กราฟนี้เพื่อประมาณคาบการโคจรของดวงอาทิตย์ (P) รอบ GC ในหน่วยล้านปี (Myr).

[3]

(T06.3) Jan Oort สังเกตว่าในบริเวณใกล้ดวงอาทิตย์ ($D \ll R_0$) ความแตกต่างของความเร็วเชิงมุม ($\Omega - \Omega_0$) จะมีค่าน้อย จึงได้ประมาณค่าอันดับแรก (first order approximation) สำหรับองค์ประกอบความเร็วตามแนวเล็งและความเร็วในแนวสัมผัสดังนี้:

$$V_r = AD \sin 2l$$

$$V_t = AD \cos 2l + BD$$

โดยที่ A และ B เป็นที่รู้จักว่าเป็นค่าคงที่ของ Oort.

พิจารณาสองกรณี:

(I) เส้นโค้งการหมุนของกาแล็กซีตามที่สังเกตได้

(II) เส้นโค้งการหมุนในสถานการณ์สมมติที่กาแล็กซีไม่มีสสารมืดและมวลทั้งหมดของกาแล็กซีถือว่ากระจุกอยู่ที่ศูนย์กลาง

(T06.3a) จงหาเกรเดียนต์ในแนวเล็งของความเร็วการหมุน (radial gradient of the rotational velocity) ที่ตำแหน่งของดวงอาทิตย์, $\left. \frac{dV}{dR} \right|_{R=R_0}$, สำหรับสองกรณี [2]

- (T06.3b) แสดง A และ B ในรูปของ V_0 , R_0 , และเกรเดียนในแนวเส้นของความเร็วกการหมุนที่ตำแหน่งของดวงอาทิตย์, $\frac{dV}{dR} \Big|_{R=R_0}$. **[8]**
- (T06.3c) กำหนดให้ F_I และ F_{II} เป็นอัตราส่วน (A/B) ของค่าคงที่ของ Oort สำหรับกรณีที่ (I) และ (II) ตามลำดับ จงหา F_I และ F_{II} **[2]**