

- (T01.1) La observarea unei surse îndepărtate situată în planul $x-y$, detectorul D_1 înregistrează o putere $P_1 = 2,70 \times 10^{-10} \text{ Js}^{-1}$, iar detectorul D_2 înregistrează o putere $P_2 = 4,70 \times 10^{-10} \text{ Js}^{-1}$.

Estimați unghiul η făcut de vectorul de poziție al sursei cu axa pozitivă y , unghiul în sens contrar [5]
acelor de ceasornic fiind considerat pozitiv.

Să luăm în considerare un singur impuls de la o sursă îndepărtată (nu neapărat în planul $x - y$) înregistrat de ambii sateliți (S_1 și S_2) ai Daksha. Momentele vârfurilor impulsurilor înregistrate de S_1 și S_2 sunt t_1 și t_2 , respectiv.

- (T01.2) Dacă s-a măsurat $10,0 \pm 0,1 \text{ ms}$ pentru a determina $t_1 - t_2 \pm 0,1 \text{ ms}$, atunci se determină fracția, f [5]
, din sfera cerească unde s-ar putea afla sursa.

(T02) Makar-Şankranti

[10 puncte]

Festivalul „Makar-Sankranti” este sărbătorit în prezent în India în jurul datei de 14 ianuarie a fiecărui an, când Soarele pare să intre în regiunea zodiacală a Capricornului (Makar = Capricorn, Sankranti = Intrare), așa cum se vede de pe Pământ. Cu mulți ani în urmă, acest festival a coincis și cu solstițiul de iarnă din emisfera nordică, care este pe 21 decembrie.

- (T02.1) Pe baza informațiilor de mai sus, găsiți anul, y_c , în care celebrarea acestui festival a coincis ultima [3]
dată cu Solstițiul de iarnă.
- (T02.2) Dacă Soarele a intrat în regiunea zodiacală a Capricornului la ora locală 11:50:13 la 14 ianuarie [3]
2006 în Mumbai, calculați data, D_{enter} , și ora locală, t_{enter} , ale intrării sale în Capricorn în anul 2013.
- (T02.3) Festivalul Makar-Sankranti este sărbătorit într-un anumit loc în ziua primului apus de soare în [4]
regiunea zodiacală a Capricornului. Puteți presupune că ora locală a apusului de soare în Mumbai în ianuarie este 18:30:00.

Indicați data celebrării festivalului în fiecare an între 2006 și 2013 (bifând (✓) căsuța [4]
corespunzătoare din tabelul din Foaia de răspuns rezumat).

(T03) Unde gravitaționale

[15 puncte]

Găurile negre binare care orbitează generează unde gravitaționale. Să luăm în considerare două găuri negre, în galaxia noastră, cu mase $M = 36 M_{\odot}$ și $m = 29 M_{\odot}$, care se rotesc pe orbite circulare în jurul centrului lor de masă.

- (T03.1) Presupunând gravitația newtoniană, calculați o expresie pentru frecvența unghiulară, ω_{ini} , a [5]
orbitelor găurilor negre la un moment dat, t_{ini} , când separarea dintre găurile negre era de 4,0 ori suma razelor lor Schwarzschild, în termeni de doar M , m , și constante fizice.

Calculați valoarea lui ω_{ini} (în rad s^{-1}).

- (T03.2) În relativitatea generală, găurile negre de pe orbită emit unde gravitaționale cu frecvența f_{GW} , astfel încât [5]
 $2\pi f_{\text{GW}} = \omega_{\text{GW}} = 2\omega$. Aceasta micșorează orbitele găurilor negre, ceea ce, la rândul său, crește f_{GW} . Rata de variație a lui f_{GW} este

$$\frac{df_{\text{GW}}}{dt} = \frac{96\pi^{8/3}}{5} G^{5/3} c^{\beta} M_{\text{chirp}}^{\alpha/3} f_{\text{GW}}^{\delta/3},$$

unde $M_{\text{chirp}} = \frac{(mM)^{3/5}}{(m+M)^{1/5}}$ se numește „masa chirpului”.

Găsiți valorile lui α , β și δ .

[4]

(T03.3) Presupunem că undele gravitaționale asociate cu evenimentul au fost detectate pentru prima dată la momentul $t_{\text{ini}} = 0$. [6]

Derivați o expresie în funcție doar de ω_{ini} , M_{chirp} , și constante fizice, pentru timpul observat al fuziunii găurilor negre, t_{merge} , când f_{GW} devine foarte mare.
Calculați valoarea lui t_{merge} (în secunde).