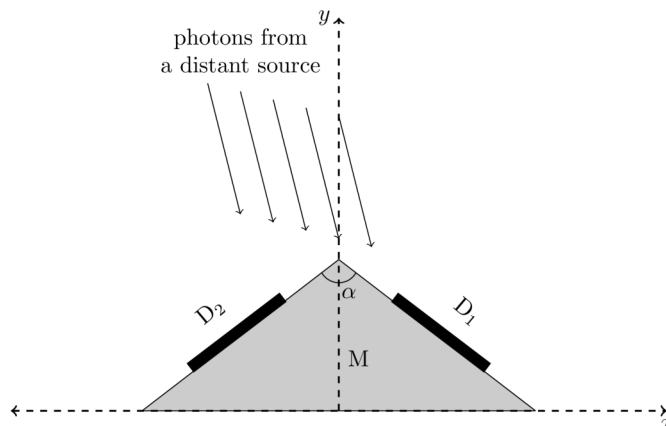


(T01) Daksha миссиясы
[10 балл]

“Daksha” — бұл екі спутниктен тұратын ұсынылған үнді миссиясы, S_1 және S_2 . Жерді бірдей шеңберлі орбитада $r = 7000$ км радиусымен, бірақ 180° фазалық айырмашылықпен айналады. Бұл спутниктер ғаламды жоғары энергиялы доменде (рентген және γ -сәулелер) бақылайды. Daksha спутниктерінің әрқайсысы бірнеше жалпақ, тікбұрышты детекторларды пайдаланады.

Аспандағы көзді қалай локализациялау керектігін түсіну үшін, біз Daksha миссиясының қарапайымдалған моделін қолданамыз. S_1 тек екі бірдей детектор D_1 және D_2 , әрқайсысының ауданы $A = 0.50 \text{ м}^2$, төмендегі суретте көрсетілгендей мөлдір емес M тіркемесіне бекітілген деп есептейік. Детекторлар y -осының айналасында симметриялы орналасқан және x - y жазықтығына перпендикуляр жазықтықтарда жатады және бір-бірімен $\alpha = 120^\circ$ бұрыш жасайды.



- (T01.1) Қашықтағы x - y жазықтығында орналасқан көзді бақылағанда, D_1 детекторы $P_1 = 2.70 \times 10^{-10} \text{ Дж с}^{-1}$ қуатты тіркейді және D_2 детекторы $P_2 = 4.70 \times 10^{-10} \text{ Дж с}^{-1}$ қуатты тіркейді.

Көздің позиция векторының оң y -осымен жасайтын бұрышын η бағалаңыз, оң y -осынен сағат тіліне қарсы бағыттағы бұрыш оң деп есептеледі. **[5]**

Дакша спутниктерінің екеуі де (S_1 және S_2) жазған алыстағы көзден келген бір импульсті қарастырыңыз (міндетті түрде x - y жазықтығында емес). S_1 және S_2 жазған импульс шыңдарының уақыттары сәйкесінше t_1 және t_2 болып табылады.

- (T01.2) Егер $t_1 - t_2 = 10.0 \pm 0.1$ мс деп өлшенген болса, онда көздің орналасуы мүмкін аспан сферасының үлесін, f , анықтаңыз. **[5]**

(T02) Мақар-Санкранти
[10 балл]

“Мақар-Санкранти” фестивалі Үндістанда Күннің Жерден қарағанда Козерог Тауешкі (Мақар = Козерог, Санкранти = Кіру) зодиак аймағына кірген кезде тойланады. Қазіргі уақытта бұл фестиваль жыл сайын шамамен 14 қаңтарда тойланады. Көптеген жылдар бұрын бұл фестиваль солтүстік жарты шарда 21 желтоқсанда болатын Қысқы күн тоқырауымен де сәйкес келетін.

- (T02.1) Жоғарыдағы ақпаратқа сүйене отырып, осы фестивальдің соңғы рет Солтүстік жарты шардағы Қысқы күн тоқырауымен сәйкес келген жылды, y_c , табыңыз. **[3]**

- (T02.2) Егер Күн 2006 жылдың 14 қаңтарында Мумбайда жергілікті уақыт бойынша 11:50:13 сағатта Козерог Тауешкі Саргісorn зодиак аймағына кірген болса, оның 2013 жылы Козерогқа кіру күнін, D_{enter} , және жергілікті уақытын, t_{enter} , есептеңіз. **[3]**

- (T02.3) Makar-Sankranti фестивалі Козерог зодиак аймағындағы алғашқы күн батқан күні белгілі бір жерде тойланады. Сіз Мумбайдағы қаңтар айындағы жергілікті күн бату уақытын 18:30:00 деп есептей аласыз.

2006 жылдан 2013 жылға дейінгі әр жылдағы фестиваль тойланатын күнді көрсетіңіз [4]
(Қорытынды жауап парағындағы кестеде сәйкес ұяшықты белгілеңіз (✓)).

(T03) Гравитациялық толқындар

[15 балл]

Орбитада айналатын қос қара құрдымдар гравитациялық толқындар тудырады. Біздің Галактикадағы массалары $M = 36 M_{\odot}$ және $m = 29 M_{\odot}$ болатын екі қара құрдымды қарастырыңыз, олар массалар орталығының айналасында шеңберлі орбиталарда айналады, орбиталық бұрыштық жиілігі ω .

- (T03.1) Ньютондық гравитацияны ескере отырып, қара құрдым орбиталарының бұрыштық жиілігіне арналған, ω_{ini} , өрнекті шығарыңыз, t_{ini} уақытында, қара құрдымдардың арақашықтығы олардың Шварцшильд радиустарының қосындысынан 4.0 есе болған кезде, тек M , m және физикалық тұрақтылар арқылы.

ω_{ini} мәнін (рад с^{-1} бірлігінде) есептеңіз.

[5]

- (T03.2) Жалпы салыстырмалылық теориясында орбитадағы қара құрдымдар f_{GW} жиілігімен гравитациялық толқындар шығарады, мұнда $2\pi f_{\text{GW}} = \omega_{\text{GW}} = 2\omega$. Бұл қара құрдымдардың орбиталарын кішірейтеді, нәтижесінде f_{GW} артады. f_{GW} өзгеру жылдамдығы

$$\frac{df_{\text{GW}}}{dt} = \frac{96\pi^{8/3}}{5} G^{5/3} c^{\beta} M_{\text{chirp}}^{\alpha/3} f_{\text{GW}}^{\delta/3},$$

мұндағы $M_{\text{chirp}} = \frac{(mM)^{3/5}}{(m+M)^{1/5}}$ “чирп массасы” деп аталады.

α , β және δ мәндерін табыңыз.

[4]

- (T03.3) Оқиғаға байланысты гравитациялық толқындар алғаш рет $t_{\text{ini}} = 0$ уақытында анықталды [6]
деп есептеңіз.

Қара құрдымның бірігуінің байқалған уақытын t_{merge} өрнегін шығарыңыз, мұнда f_{GW} өте үлкен болғанда, тек ω_{ini} , M_{chirp} және физикалық тұрақтылар арқылы.
 t_{merge} мәнін (секундпен) есептеңіз.

(T04) Balmer Декременті

[15 балл]

Негізгі тізбек жұлдызы тұмандықпен қоршалған деп есептеңіз. Жұлдыздың V-диапазондағы байқалған жұлдыздық шамасы 11.315 mag. Жұлдызға жақын тұмандықтың иондалған аймағы $\text{H}\alpha$ және $\text{H}\beta$ сызықтарын шығарады; олардың толқын ұзындықтары сәйкесінше $0.6563 \mu\text{m}$ және $0.4861 \mu\text{m}$. $\text{H}\alpha$ және $\text{H}\beta$ сызықтарындағы ағындардың теориялық болжамды қатынасы $f_{\text{H}\alpha}/f_{\text{H}\beta} = 2.86$. Алайда, бұл сәуле суық шаңды тұмандықтың сыртқы бөлігі арқылы өткенде, $\text{H}\alpha$ және $\text{H}\beta$ сызықтарының байқалған эмиссиялық ағындары сәйкесінше $6.80 \times 10^{-15} \text{ W m}^{-2}$ және $1.06 \times 10^{-15} \text{ W m}^{-2}$ болады.

Сөну A_{λ} толқын ұзындығының функциясы болып табылады және ол

$$A_\lambda = \kappa(\lambda)E(B - V).$$

ретінде өрнектеледі. Мұнда, $\kappa(\lambda)$ сөнү қисығы және $E(B - V)$ В және V фильтр диапозондарындағы түс артықшылығын білдіреді. Сөнү қисығы (λ м-де) келесідей беріледі.

$$\kappa(\lambda) = \begin{cases} 2.659 \times \left(-1.857 + \frac{1.040}{\lambda}\right) + R_V, & 0.63 \leq \lambda \leq 2.20 \\ 2.659 \times \left(-2.156 + \frac{1.509}{\lambda} - \frac{0.198}{\lambda^2} + \frac{0.011}{\lambda^3}\right) + R_V, & 0.12 \leq \lambda < 0.63 \end{cases}$$

мұнда, $R_V = A_V/E(B - V) = 3.1$ жалпы және селективті сөнудің қатынасы болып табылады.

(T04.1) $\kappa(H\alpha)$ және $\kappa(H\beta)$ мәндерін табыңыз. [3]

(T04.2) Түс артықшылығының қатынас мәнін табыңыз $\frac{E(H\beta - H\alpha)}{E(B - V)}$. [4]

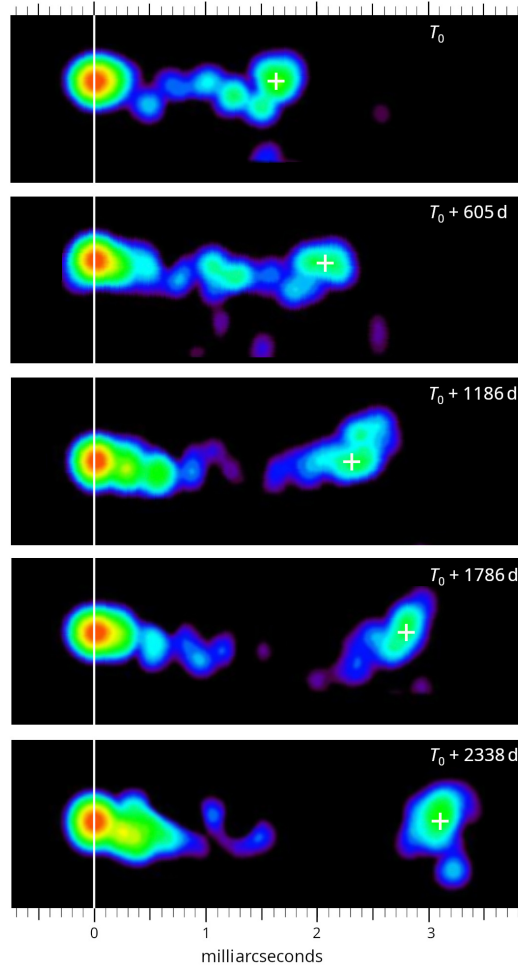
(T04.3) Тұмандықтың сөнуді бағалаңыз, $A_{H\alpha}$ және $A_{H\beta}$, сәйкесінше $H\alpha$ және $H\beta$ толқын ұзындықтарында. [6]

(T04.4) Тұмандықтың сөнуді (A_V) және тұмандық болмаған жағдайда жұлдыздың V диапазонындағы көрінетін шамасын, m_{V0} , бағалаңыз. [2]

(T05) Квазарлар

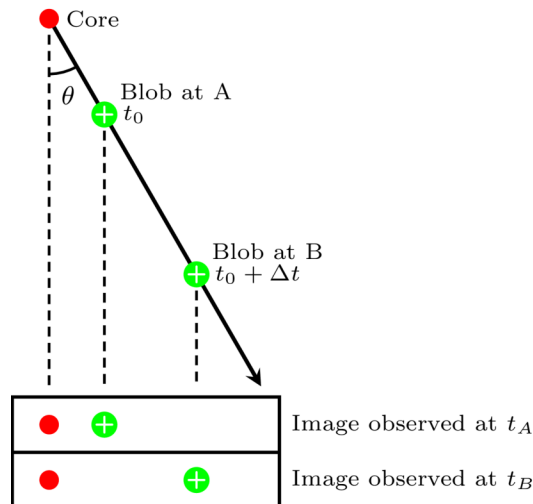
[20 балл]

Квазар – бұл аса жарық белсенді галактика, ол салыстырмалы ағындарды шығаратын аса ауыр қара құрдыммен қуатталады. Суретте әртүрлі уақытта квазардың радио кескіндерінің панельдер сериясы көрсетілген (қызыл ығысуы $z = 0.53$, және жарықтылық қашықтығы $D_L = 1.00 \times 10^{10}$ жарық жылы). “Ядро” тік ақ сызықпен тураланған, ал “блоб” (ақ + белгіленген) тұратын ағын уақыт өте келе одан алыстайды. Әр панель бақылау уақытын көрсетеді (бірінші сурет үшін T_0 бастап), және бұрыштық шкала суреттің жоғарғы және төменгі жағында көрсетілген.



- (T05.1) Әрбір бақылау үшін квазар ядросынан бұлттың бұрыштық бөлінуін, ϕ_{blob} (миллисекундта), және оның көлденең қашықтығын, l_{blob} (жарық жылында), анықтаңыз. Содан кейін, бұлттың көлденең бағыттағы көрінетін жылдамдығын (v_{app}) жарық жылдамдығының үлесі ретінде, $\beta_{\text{app}} (= v_{\text{app}}/c)$ келесі бақылауларды пайдаланып есептеңіз. Сондай-ақ, бүкіл бақылау кезеңіндегі орташа көрінетін жылдамдықты есептеңіз $\beta_{\text{app}}^{\text{ave}}$. [5]

Квазар ағыны шын мәнінде салыстырмалы жылдамдықпен $v \equiv \beta c$ қозғалады, бірақ міндетті түрде аспан жазықтығында емес; мысалы, ол алыстағы бақылаушының көру сызығына қатысты θ бұрышын (көру бұрышы) жасайды (сызықшалы сызықтармен көрсетілгендей), төмендегі сызбада көрсетілгендей. Бұл және барлық кейінгі бөліктер үшін, квазардың қызыл ығысуын және кез келген салыстырмалы әсерлерді елеменіз.



(T05.2) Блобтан шыққан жарық екі түрлі уақытта t_0 (А позициясына сәйкес) және $t_0 + \Delta t$ (В позициясына сәйкес) бақылаушыға t_A және t_B уақыттарында жетеді. Осылайша, байқалған уақыт айырмашылығы $\Delta t_{app} = t_B - t_A$ болады.

(T05.2a) $\frac{\Delta t_{app}}{\Delta t}$ қатынасын β және θ арқылы өрнектеңіз. [2]

(T05.2b) Осы қатынасты пайдаланып, β_{app} мәнін β және θ арқылы өрнектеңіз. [2]

(T05.3) Қозғалыс жарық жылдамдығынан жоғары болса, ол суперлюминалды деп аталады ($\beta_{app} > 1$), ал егер ол төмен болса, сублюминалды деп аталады ($\beta_{app} < 1$).

(T05.3a) $\beta_{app} = 1$ үшін, β мен θ арасындағы функция ретінде тегіс қисық сызыңыз, ол [4]
сублюминалды және суперлюминалды қозғалыстар арасындағы шекараны белгілейді. Графикте суперлюминалды аймақты көлбеу сызықтармен (///) көлеңкелендіріңіз.

(T05.3b) Суперлюминалды қозғалыстың пайда болуы үшін ең төменгі нақты ағын [2]
жылдамдығын табыңыз ($\beta_{low} = v_{low}/c$) және оның сәйкес көру бұрышын θ_{low} анықтаңыз.

(T05.4) Белгілі бір β_{app} мәні үшін мүмкін болатын максималды көру бұрышын, θ_{max} , табыңыз. [2]

Квардардың өзегі, оның орталық тығыз объектісі, себепті байланысқан аймақта орын алатын ішкі процестерге байланысты сәулеленуінде өзгергіштік көрсетеді. Бұл аймақтың өлшемі (= радиусы) әдетте өзектің Шварцшильд радиусынан шамамен бес есе үлкен деп есептеледі.

(T05.5) Белгілі бір квардардың өзегі шамамен 1 сағат уақыт шкаласында өзгеретіні анықталды. [3]
Орталық тығыз объектінің массасының жоғарғы шегін, $M_{c, max}$, күн массасы бірліктерінде табыңыз.

(T06) Галактикалық айналу

[20 балл]

Біздің Галактиканың айналу қисығы әртүрлі галактикалық бойлықтар бойымен бейтарап сутегі (HI) бұлттарының көрінетін жылдамдық өлшемдері арқылы анықталады, 21 см HI сызығы арқылы бақыланады. Галактикалық бойлығы l , Галактикалық Орталықтан (GC) R қашықтықта және Күннен D қашықтықта орналасқан HI бұлттын қарастырыңыз. Күнді GC-дан $R_0 = 8.5$ кпк қашықтықта деп есептеңіз. Күн мен HI бұлтының екеуі де галактикалық жазықтықта GC айналасында шеңберлі орбиталарда, сәйкесінше бұрыштық жылдамдықтары Ω_0 және Ω , және айналу жылдамдықтары V_0 және V деп есептеңіз.

Күннен бақыланған бұлттың көрінетін жылдамдық (V_r) және көлденең жылдамдық (V_t) компоненттері келесі түрде өрнектеледі:

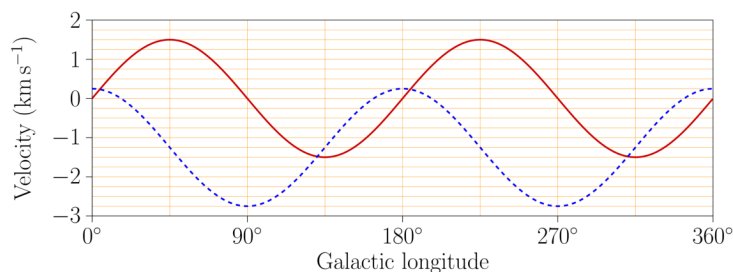
$$V_r = (\Omega - \Omega_0)R_0 \sin l$$

$$V_t = (\Omega - \Omega_0)R_0 \cos l - \Omega D$$

Солтүстік Галактикалық Полюстен қарағанда, Галактикалық айналу сағат тілімен жүреді. Бұл есепте біз көрінетін жылдамдықты алыстағанда оң деп аламыз және бұлттарды нүктелік объектілер ретінде қарастырамыз.

(T06.1) Қорытынды жауап парағындағы графикте V_r функциясын D ретінде $D = 0$ -ден $D = 2R_0$ -ге дейін екі көру сызығы үшін (i) $l = 45^\circ$ және (ii) $l = 135^\circ$ анықтап салыңыз. Әрбір сызық/қисығыңызды l мәнімен белгілеңіз. [5]

(T06.2) Төмендегі графикте Күннен 100 пк қашықтықта орналасқан жұлдыздардың орташа радиалды (қатты, қызыл қисық) және көлденең (үзік, көк қисық) жылдамдық компоненттері Галактикалық бойлық функциясы ретінде көрсетілген.



Графикті пайдаланып, Күннің Галактикалық орталықтың айналасындағы орбиталық кезеңін (P) миллион жылмен (Myr) бағалаңыз. [3]

(T06.3) Ян Оорт Күн жүйесінің маңайында ($D \ll R_0$), бұрыштық жылдамдықтардың айырмашылығы ($\Omega - \Omega_0$) аз болатынын байқады, сондықтан көру сызығы мен көлденең жылдамдық компоненттері үшін келесі бірінші ретті жуықтауды шығарды:

$$V_r = AD \sin 2l$$

$$V_t = AD \cos 2l + BD$$

мұндағы A және B Оорт тұрақтылары деп аталады.

Екі жағдайды қарастырайық:

(I) Галактиканың нақты бақылаған айналу қисығы, және

(II) Галактика қараңғы материядан бос және Галактиканың барлық массасы оның орталығында шоғырланған гипотетикалық сценарий үшін айналу қисығы.

(T06.3a) Күннің орналасқан жеріндегі айналу жылдамдығының радиалды градиентінің өрнектерін екі жағдай үшін шығарыңыз, $\left. \frac{dV}{dR} \right|_{R=R_0}$. [2]

(T06.3b) A және B мәндерін V_0 , R_0 және Күннің орналасқан жеріндегі айналу жылдамдығының радиалды градиенті $\left. \frac{dV}{dR} \right|_{R=R_0}$ арқылы өрнектеңіз. [8]

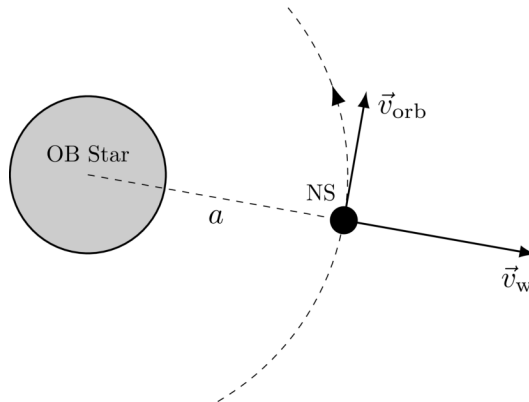
(T06.3c) Екі берілген жағдай үшін Оорт тұрақтыларының қатынасы (A/B), (I) және (II), сәйкесінше F_I және F_{II} ретінде анықталады. F_I және F_{II} мәндерін анықтаңыз. [2]

(T07) Нейтронды жұлдыздық қосарлы жүйе

[20 балл]

Компактты жұлдыз қатысатын қосарлы жүйеде, серіктес жұлдыз өзінің Рош лобын толтырмайтын жағдайда, компактты жұлдыз үшін негізгі аккреция көзі серіктес жұлдыздан шыққан жұлдыздық жел болып табылады. Бұл желмен қоректенетін аккреция, әсіресе, ерте типті жұлдызды (мысалы, O немесе B жұлдыз, бұдан әрі OB жұлдыз деп аталады) және нейтронды жұлдыз (NS) сияқты компактты объектіні қамтитын жүйелерде маңызды болып табылады.

Массасы $M_{NS} = 2.0 M_{\odot}$ және радиусы $R_{NS} = 11$ км болатын нейтронды жұлдыз OB жұлдызының орталығының айналасында радиусы a болатын шеңберлі орбитада $v_{orb} = 1.5 \times 10^5$ м с⁻¹ жылдамдықпен айналып жатқан NS-OB жұлдыздық қосарлы жүйені қарастырыңыз (төмендегі суретті қараңыз). Бұл есепте OB жұлдызынан массаның жоғалуы сфералық симметриялы деп есептеледі және оның жылдамдығы $\dot{M}_{OB} = 1.0 \times 10^{-4} M_{\odot} \text{ жыл}^{-1}$.



- (T07.1) Аккреция радиусы, R_{acc} , жұлдыз желін ЖЖ (нейтрон жұлдызы) ұстап алатын ең үлкен қашықтық ретінде анықталады. Егер ЖЖ орбиталық қашықтығындағы жұлдыз желінің жылдамдығы $v_w = 3.0 \times 10^6$ м с⁻¹ болса, жоғарыда көрсетілген жүйе үшін R_{acc} мәнін стандартты қашу жылдамдығы есептеуін қолданып км-мен табыңыз. [3]
- (T07.2) Барлық ұсталған материал NS арқылы жиналады деп есептеп, жұлдыз желінен NS-ке $\dot{M}_{acc}$ массалық жиналу жылдамдығын $M_{\odot} \text{ yr}^{-1}$ бірліктерінде бағалаңыз, егер $a = 0.5$ au болса. Радиациялық қысымның және жиналатын газдың шектеулі салқындату уақытының әсерлерін елемейіз. [3]
- (T07.3) Енді жұлдыз желінің жылдамдығы орбиталық қашықтықта a (NS маңында) NS орбиталық жылдамдығына тең болатын жағдайды қарастырайық. Бұл жағдайда жұлдыз желінен NS-ке массаның аккреция жылдамдығы $\dot{M}_{acc} = \dot{M}_{OB} f(\tan \beta, q)$ түріндегі өрнекпен беріледі, мұндағы $q = M_{NS}/M_{OB}$ — қос жұлдыздың масса қатынасы және β — NS жүйесінде жел жылдамдығының бағыты мен OB жұлдызынан радиалды бағыт арасындағы бұрыш. $f(\tan \beta, q)$ өрнегін $M_{OB} \gg M_{NS}$ деп есептеп табыңыз. [6]
- (T07.4) Толық иондалған материал радиалды түрде жиналып, NS-тің күшті магнит өрісі $\vec{B}$ салдарынан тежеледі деп есептеңіз. Бұл әсер қысым ретінде модельденуі мүмкін, ол $\frac{B^2}{2\mu_0}$ арқылы беріледі. NS-тің дипольдік магнит өрісі бар деп есептейміз, оның экваторлық жазықтықтағы шамасы NS-тен r қашықтықта $r \gg R_{NS}$ үшін

$$B(r) = B_0 \left(\frac{R_{NS}}{r} \right)^3$$

ретінде өзгереді, мұнда B_0 NS экваторындағы магнит өрісі. Магниттік диполь осі NS айналу осімен сәйкес келеді деп есептеңіз.

- (T07.4a) Экваторлық жазықтықтағы магниттік қысымды, $P_{eq, mag}$, B_0 , R_{NS} , r және басқа да [1]
сәйкес тұрақтылар арқылы табыңыз.

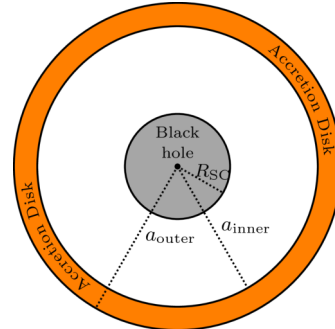
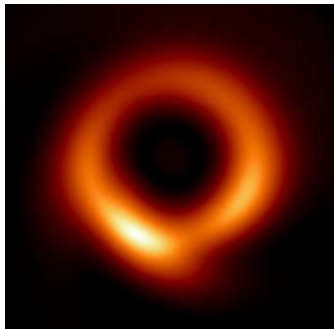
- (T07.4b) Аккреция ағыны экваторлық жазықтықтағы магнит өрісімен тоқтатылатын ең үлкен қашықтық магнитосфералық радиус R_m деп аталады. Бұл зат ағыны NS пен кіретін жұлдызды жел арасындағы салыстырмалы қозғалыс салдарынан қысым жасайды. R_m R_{acc} сәйкес келетін критикалық магнит өрісінің $B_{0,c}$ жуықталған өрнегін табыңыз және оның мәнін Тесламен есептеңіз. Магниттік әсерлер $r > R_m$ үшін ескерілмейді және $v_w \gg v_{orb}$ деп есептеңіз. [7]

(T08) Қара құрдымның көлеңкесі

[20 балл]

Event Horizon Telescope (ЕНТ) М87 галактикасының орталығындағы аса үлкен қара құрдымның суретін жариялады, ол төмендегі суреттің сол жақ панелінде көрсетілген.

Бұл суреттің кейбір қарапайым ерекшеліктерін түсіну үшін біз айналмайтын, статикалық, сфералық симметриялы қара құрдымның қарапайым моделін қарастырамыз, оның массасы $M = 6.5 \times 10^9 M_\odot$, және ол массасыз, жұқа, жазық аккрециялық дискімен қоршалған, ішкі және сыртқы радиустары $a_{inner} = 6R_{SC}$ және $a_{outer} = 10R_{SC}$, сәйкесінше, мұндағы R_{SC} Шварцшильд радиусы. Төмендегі суреттің оң жақ панелінде беткей көрінісінің сызбасы көрсетілген (сурет масштабқа сәйкес емес).



Біз аккрециялық дискіні қарастыруға болатын жалғыз жарық көзі деп есептейміз. Дискідегі әрбір нүкте барлық бағытта жарық шығарады. Бұл жарық қара құрдымның гравитациялық өрісінің әсерімен қозғалады. Жарық сәулелерінің жолы төменде берілген екі теңдеумен басқарылады (олар Күннің айналасындағы объектілердің жолына ұқсас):

$$\frac{1}{2}v_r^2 + \frac{L^2}{2r^2} \left(1 - \frac{2GM}{c^2 r}\right) = E \quad ; \quad v_\phi = r\omega = \frac{L}{r}$$

мұндағы $r \in (R_{SC}, \infty)$ радиалды координата, $\phi \in [0, 2\pi)$ азимуттық бұрыш, және E және L сәйкесінше сақталатын энергия мен сақталатын бұрыштық импульске қатысты тұрақтылар.

Мұнда $v_r \equiv dr/dt$ радиалды жылдамдықтың шамасы, v_ϕ тангенциалды жылдамдықтың шамасы, және $\omega \equiv d\phi/dt$ бұрыштық жылдамдық. Біз траектория үшін әсер ету параметрін b ретінде анықтаймыз, ол $b = L/\sqrt{2E}$. Уақыттың кеңеюі бұл есепте ескерілмейді.

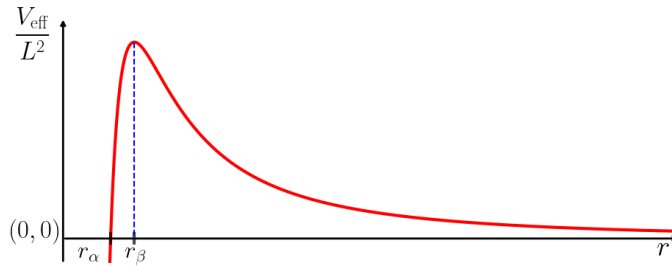
Тағы бір пайдалы теңдеу бірінші теңдеуді дифференциалдау арқылы алынады:

$$\frac{dv_r}{dt} - \frac{L^2}{r^3} + \frac{3GML^2}{c^2 r^4} = 0$$

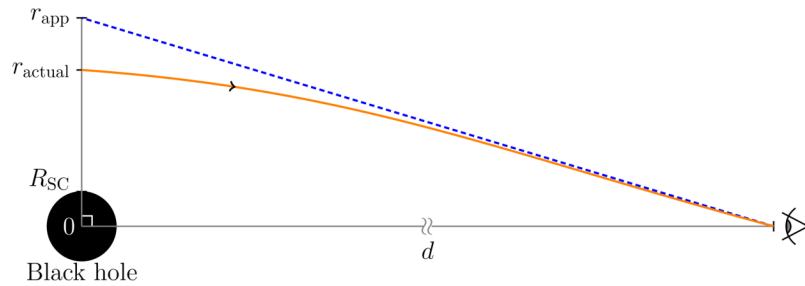
- (T08.1) Қара құрдымның айналасында шеңберлі жарық траекториялары болуы мүмкін. Мұндай фотон траекториялары үшін радиусты, r_{ph} , және соққы параметрін, b_{ph} , M және тиісті тұрақтылар арқылы табыңыз. [4]

- (T08.2) Дөңгелек жарық траекториясының толық бір орбитасын аяқтау үшін қажетті уақытты, T_{ph} , секундпен есептеңіз. [2]

- (T08.3) Жоғарыда берілген радиалды жылдамдық теңдеуі (осы сұрақтағы бірінші теңдеу) жарық траекториялары үшін $\frac{v_r^2}{2} + V_{\text{eff}}(r) = E$ түріндегі теңдеумен салыстырылуы мүмкін. Төменде V_{eff}/L^2 функциясының r бойынша схемалық графигі берілген.



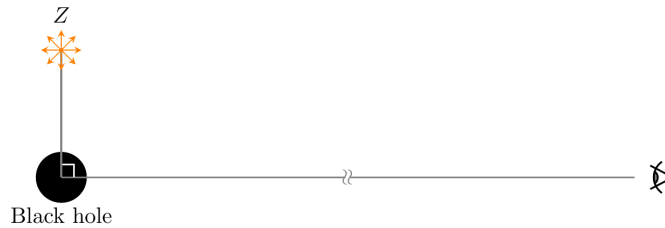
- (T08.3a) Графикте екі арнайы радиус көрсетілген, r_α және r_β . r_α және r_β мәндерін M және тиісті тұрақтылар арқылы өрнектеңіз. [2]
- (T08.3b) Аккрециялық дисктен қара құрдымға қарай ішке қарай қозғалатын фотон кейбір жағдайларда шексіздікке шыға алады. Мұндай фотон үшін бұрылу нүктесінің ең кіші радиусының мәнін, r_t , M және тиісті тұрақтылар арқылы өрнектеңіз. Осы фотон үшін соққы параметрінің ең кіші мәнінің өрнегін табыңыз, $b_{\min}$. [3]
- (T08.4) Аспан жазықтығындағы жүйенің орталығынан r_{actual} радиусынан келген жарық сәулесі қара құрдымның гравитациясы әсерінен қатты иіледі және ақырында жүйеден d үлкен қашықтықта орналасқан бақылаушыға (көзбен белгіленген) жетеді, төменде көрсетілгендей.



Бұл бақылаушы үшін сәуле аспан жазықтығында қара құрдым орталығынан $r_{\text{app}} \approx b$ қашықтықта орналасқан басқа нүктеден шыққандай көрінеді, мұнда b фотон траекториясының соққы параметрі болып табылады. $r = r_{\text{actual}}$ аккреция дискісіндегі нүктелер үшін келесі қатынасты қабылдауға болады:

$$b(r_{\text{actual}}) \approx r_{\text{actual}}(1 + R_{\text{SC}}/r_{\text{actual}})^{1/2}$$

- Біз сияқты алыс бақылаушы үшін, аккреция дискісін бетпе-бет көргенде, жүйенің бейнесі аспан жазықтығында дөңгелек симметриялы болып көрінеді. Суреттің ең сыртқы көрінетін радиусын, r_{outer} , және ең ішкі көрінетін радиусын, r_{inner} , а.б. бірліктерінде анықтаңыз. [5]
- (T08.5) Массасы $M = 6.5 \times 10^9 M_\odot$ оқшауланған аса үлкен қара құрдымды қарастырыңыз, аккрециялық дисксіз. Электромагниттік сәулеленудің қысқа, бірақ күшті жарқылы 5 с уақыт ішінде Z нүктесінде, қара құрдымнан $r_Z = 6R_{\text{SC}}$ қашықтықта пайда болады, суретте көрсетілгендей. Z нүктесіндегі жарқыл барлық бағытта жарық шығарады. Қара құрдымнан алыс орналасқан бақылаушы (төмендегі суретте көзбен белгіленген) қара құрдымның айналасындағы аймақтың ұзақ экспозициялы суретін 60 с бойы түсіреді.



Төмендегі мәлімдемелер үшін дұрыс нұсқаны таңдаңыз:

- (T08.5a) Жарықтың Z нүктесінен бақылаушыға дейінгі мүмкін жолдарының саны [2]
(A) Ең көбі бір (B) Дәл бір (C) Дәл екі (D) Екіден көп.
- (T08.5b) Z нүктесіндегі ЭМ жарқылының ұзақ экспозициялы суретте көрінетін бейнелер саны [2]
(A) Ең көбі бір (B) Дәл бір (C) Дәл екі (D) Екіден көп.

(T09) Атмосфералық көру

[35 балл]

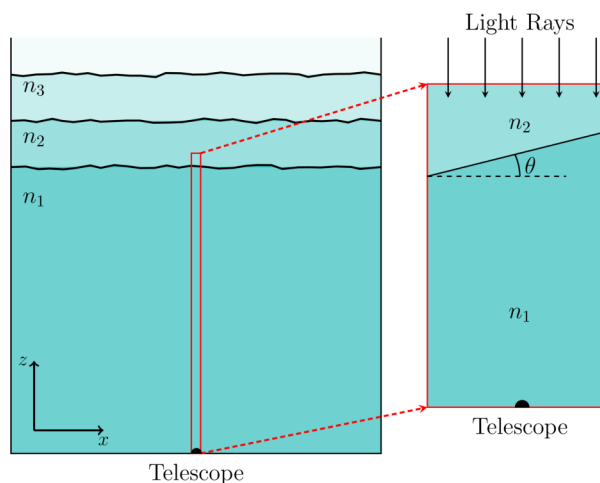
Диаметрі $D = 15$ см және фокус аралығы $f = 200$ см болатын ахроматтық дөңес объективті линзасы бар телескоп зениттегі жұлдызға бағытталған.

- (T09.1) Жасыл жарық үшін ($\lambda = 550$ нм), тек дифракция әсерлерін ескере отырып, фокустық жазықтықта объектив линза арқылы нүктелік көздің кескінінің диаметрін (d_{image}) табыңыз. [1]

Астрономиялық көздің бейнесі «атмосфералық көру» деп аталатын құбылысқа да әсер етеді.

Атмосферадағы қабаттардың шекаралары және қабаттардың сыну көрсеткіштері турбуленттілік, температураның өзгеруі және басқа факторлар әсерінен үнемі өзгеріп отырады. Бұл телескоптың фокальды жазықтығындағы бейненің орнындағы кішкентай өзгерістерге әкеледі, бұл «жарқырау әсері» деп аталады. Мәселенің қалған бөлігінде, жұлдыз бейнесінің дифракциямен шектелген шекті өлшемін қолданудан басқа (жоғарыда қолданылғандай), ешқандай интерференция әсерлері қарастырылмайды.

Төмендегі суреттің сол жақ панелі атмосфераның әртүрлі сыну көрсеткіштері бар бірнеше қабаттары бар тік қимасын көрсетеді ($n_1, n_2, n_3, \dots$). Оң жақ панель атмосфераның жұқа тік сегментінің үлкейтілген көрінісін және сыну көрсеткіштері n_1 және n_2 ($n_1 > n_2$) ең төменгі екі атмосфералық қабат арасындағы шекараны көрсетеді. Біз осы мәселе үшін тек осы екі қабат пен олардың шекарасын қарастырамыз. Диаграммалар масштабқа сәйкес келмейді.



(T09.2) Екі қабаттың арасындағы шекара телескоптың объективінің дәл үстінде $H = 1$ км биіктікте, горизонталь жазықтыққа қатысты $\theta = 30^\circ$ еңісінде болсын. Бұл есептің барлық бөліктерінде θ сағат тіліне қарсы бағытта оң деп алынады. Монохроматтық жарық көзі үшін $n_1 = 1.00027$ және $n_2 = 1.00026$. Зениттегі жұлдыз үшін телескоптың фокальды жазықтығындағы кескіннің бұрыштық ығысуы α болсын.

(T09.2a) Шекарада n_1, n_2, θ және α көрсетілген сәуле диаграммасын салыңыз. [2]

(T09.2b) α үшін θ, n_1 және n_2 арқылы өрнекті табыңыз. Кіші бұрыштық жуықтауларды қолданыңыз: $\sin \alpha \approx \alpha$ және $\cos \alpha \approx 1$. [2]

(T09.2c) Егер θ 1% артса (ал n_1 және n_2 тұрақты болса), суреттің орнындағы ығысуын, Δx_θ (м-мен) есептеңіз. [3]

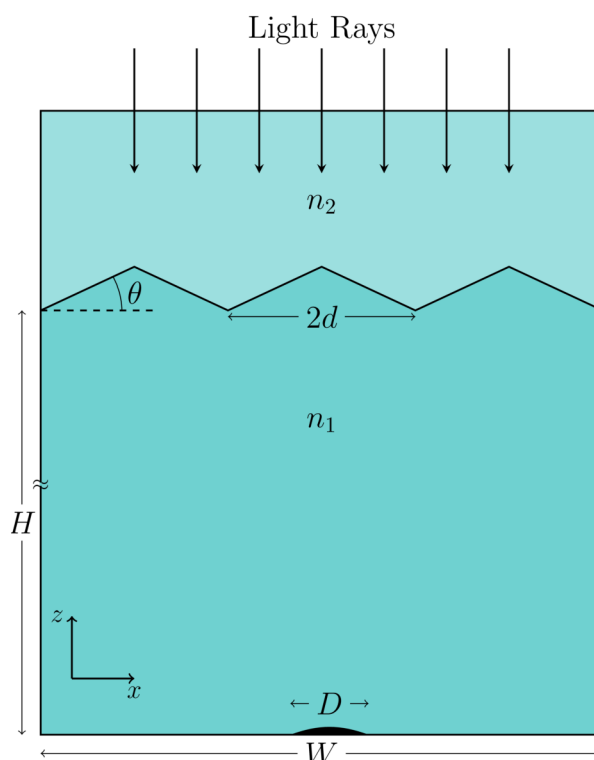
(T09.2d) Егер n_2 0.0001% артса (ал n_1 және θ тұрақты болса), суреттің орнындағы ығысуын, Δx_n (м-мен) есептеңіз. [3]

(T09.3) Зениттегі жұлдыздан шыққан ақ жарық үшін, суреттің пішіні мен түсін ең жақын сипаттайтын нұсқаны таңдап, Түйіндеме Жауап парағындағы сәйкес ұяшыққа белгі қойыңыз (✓) (тек біреуін). Суретте x солдан оңға қарай өседі. [2]

	Сурет түсі	Сурет пішіні	Сол жақ шеті	Оң жақ шеті
A	Ақ	Дөңгелек		
B	Ақ	Эллипстік		
C	Түсті	Дөңгелек	Көк	Қызыл
D	Түсті	Дөңгелек	Қызыл	Көк
E	Түсті	Эллипстік	Көк	Қызыл
F	Түсті	Эллипстік	Қызыл	Көк

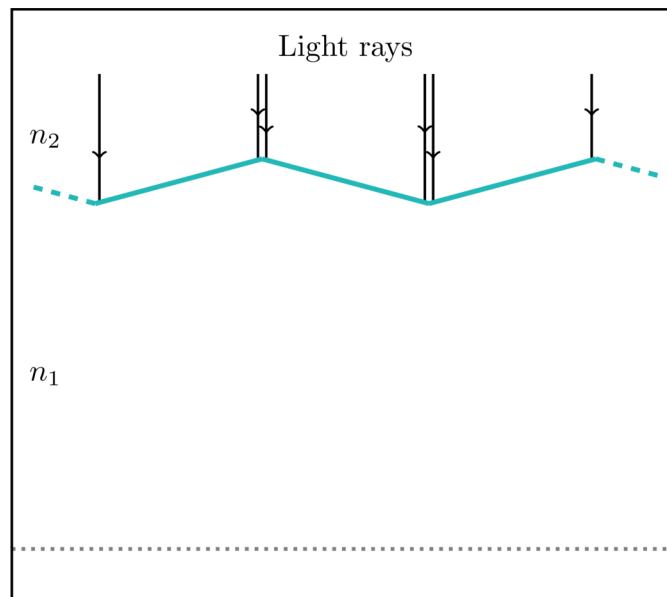
Бұл сұрақтың қалған бөліктері үшін біз 550 нм толқын ұзындығымен монохроматтық жасыл жарықты қарастырамыз. Қабаттар арасындағы шекараны бет парағына перпендикуляр бағытта орналасқан шексіз зигзаг жазықтықтар жиынтығы ретінде модельдейміз, олар x осі бойымен $d = 10$ см қашықтықта бөлінген, $\theta = 10^\circ$ немесе $\theta = -10^\circ$ бұрыштарымен.

Төмендегі сурет (масштабсыз) атмосфера моделінің ені W ($W \ll H$) болатын қимасын көрсетеді. Үлкен апертуралы телескоптар үшін шекараның бұл зигзаг табиғаты фокальды жазықтықта дақтардың пайда болуына әкеледі.



(T09.4) Жоғарыда көрсетілгендей модельденген атмосфераны қарастырыңыз.

(T09.4a) Атмосфераның бір бөлігі, жоғарыда көрсетілгендей параметрлері бірдей, төмендегі диаграммада көрсетілген (масштабсыз).



Бұл диаграммада, Жауап парағында қайталанған, телескоптың объективі орналасқан жазықтыққа дейінгі түсетін жарық сәулелерінің жолдарын сызыңыз, сұр нүктелі сызықпен көрсетілген.

Егер бар болса, диаграммада ешқандай жарық сәулелері жетпейтін аймақтарды "X" белгісімен белгілеңіз. [4]

(T09.4b) Мұндай аймақтардың енін W_X есептеңіз. [3]

(T09.4c) Телескоптың объективінің ең үлкен диаметрін $D_{\max}$ табыңыз, ол арқылы жұлдыздың бір ғана бейнесін алу мүмкін болады, телескоптың шекара құрылымына қатысты орнын дұрыс таңдау арқылы. [4]

(T09.5) Шекараның зигзаг пішіні x және y бағыттарында рұқсат етілген жағдайды қарастырыңыз [6] (пирамида өрісі сияқты), және $D = 100$ см (мұнда $f = 200$ см).

Қорытынды жауап парағында берілген қораптағы нәтижелік дақтардың сапалық үлгісін салыңыз.

(T09.6) Турбулентті атмосфера үшін шекаралық қабаттың сол параллельді зигзаг пішінін тек x -бағытында қарастырыңыз, бірақ енді екі жазықтық арасындағы бұрыш 1.0 с ішінде 10° -тан -10° -қа дейін біркелкі жылдамдықпен өзгереді. Бұл суреттің орнының біркелкі жылдамдықпен ауысуына әкеледі деп есептеңіз. [5]

Диаметрі $D = 8$ см және фокус арақашықтығы $f = 1$ м болатын телескопты қарастырыңыз. Оның CCD камерасы үшін ең ұзақ экспозиция уақытын $t_{\max}$ бағалаңыз, сонда тек бір ғана сурет алынады және оның орнындағы кез келген ауытқу суреттің дифракциялық шектелген диаметрінің 1%-нан аз болып қалады.

Ерте Ғаламның сәуле шығару басым болған дәуірінде, Ғаламның масштабтық факторы $a \propto t^{1/2}$, мұндағы t Үлкен Жарылыстан бергі уақыт. Бұл дәуірдің көп бөлігінде нейтрондар (n) мен протондар (p) әлсіз өзара әрекеттесу арқылы термиялық тепе-теңдікте қалады. Еркін нейтрондар немесе протондардың сандық тығыздығы (N) температурамен T және олардың сәйкес массаларымен m байланысты, осылайша

$$N \propto m^{3/2} \exp\left(-\frac{mc^2}{k_B T}\right),$$

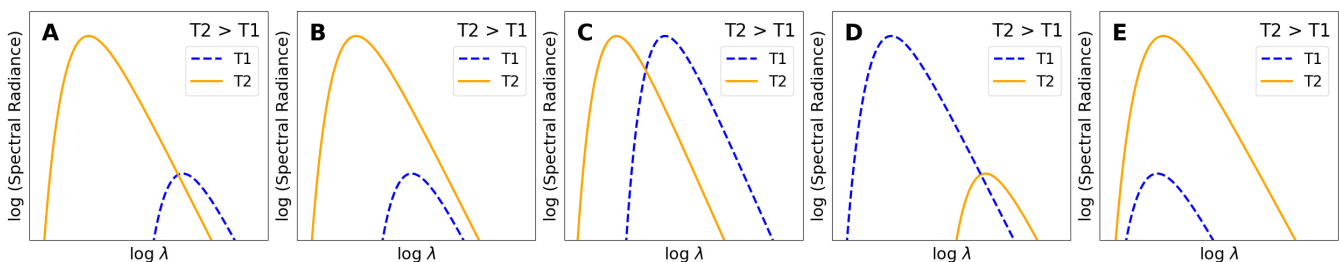
уақыт $t \leq t_{\text{wk}} = 1.70$ с болғанша, мұнда $k_B T \geq k_B T_{\text{wk}} = 800$ кеВ. t_{wk} кейін, әлсіз өзара әрекеттесулер мұндай тепе-теңдікті сақтай алмайды, және еркін нейтрондар 610.4 с жартылай ыдырау уақытымен протондарға ыдырайды.

(T10.1) Протондардың сандық тығыздығы N_p , ал нейтрондардың сандық тығыздығы N_n болсын. [4]
Нейтрондардың салыстырмалы молшылығын $X_{n, \text{wk}} = N_n / (N_n + N_p)$ қатынасы арқылы t_{wk} уақытында есептеңіз.

(T10.2) Фотондар жылулық тепе-теңдікті сақтайды және барлық дәуірлерде қара дене спектрін сақтайды.

(T10.2a) Индексін табыңыз β , мұнда $T(a) \propto a^\beta$. [2]

(T10.2b) Төмендегі графиктердің қайсысы екі температура үшін спектрлік энергия [2]
тығыздығының дұрыс мінез-құлқын көрсететінін анықтаңыз T_1 және T_2 . Дұрыс
опцияны Қорытынды Жауап парағында белгілеңіз (✓).



(T10.3) t_{wk} уақытынан кейін, протондар мен нейтрондардан дейтерийдің түзілу процесі үнді физигі проф. Мегнад Саха ұсынған Саха теңдеуімен басқарылады, оны келесі түрде қарапайымдатуға болады:

$$\frac{N_D}{N_n} = 6.5\eta \left(\frac{k_B T}{m_n c^2} \right)^{3/2} \exp\left(-\frac{(m_D - m_p - m_n)c^2}{k_B T}\right).$$

Мұнда барион-фотон қатынасы $\eta \approx 6.1 \times 10^{-10}$, ал N_D дейтерийдің сандық тығыздығы болып табылады.

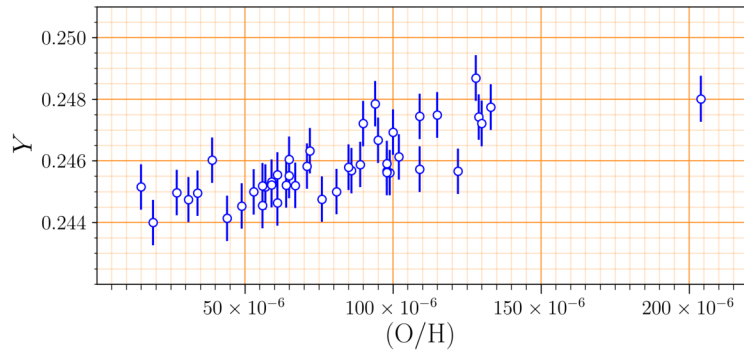
(T10.3a) Қатынасын N_D/N_n Summary Answersheet торында кем дегенде 4 температура [5]
мәні үшін салыңыз, олар $k_B T = [60, 70]$ кеВ аралығында орналасқан, және осы
нүктелер арқылы өтетін тегіс қисық сызыңыз.

(T10.3b) Графиктен $k_B T_{\text{nuc}}$ (кеВ-де) табыңыз, мұнда $N_D = N_n$. [1]

(T10.3c) Енді барлық бос нейтрондар $k_B T_{\text{nuc}}$ кезінде протондармен дереу бірігіп, Дейтерий [4]
түзеді деп есептеңіз, және олардың барлығы дереу Гелийге (${}^4_2\text{He}$) айналады.
Гелийдің түзілуі үшін нуклеосинтез дәуірін немесе уақытын, t_{nuc} (с) есептеңіз.

(T10.4) t_{nuc} алдында $X_{n, \text{nuc}}$ мәнін есептеңіз. [5]

- (T10.5) Алғашқы Гелийдің молшылығы, Y_{prim} , Әлемдегі барлық бариондық массаның Гелийге байланысқан үлесі ретінде анықталады, бұл t_{nuc} уақытынан кейін. Y_{prim} мәніне теориялық баға беріңіз. Бұл есептеу үшін ғана, $m_p \approx m_n$ және Гелийдің массасы, $m_{\text{He}} \approx 4m_n$ деп есептеңіз. [3]
- (T10.6) Гелийдің бастапқы мөлшерін өлшеу өте қиын, өйткені жұлдыздар Әлемде үздіксіз Сутегіні Гелийге айналдырады. Галактикадағы жұлдыздардың өңдеу мөлшері Сутегіге қатысты Оттегінің (тек жұлдыздар арқылы өндіріледі) салыстырмалы тығыздығымен, яғни (O/H) арқылы сипатталады. Әртүрлі галактикалар үшін (O/H) және Гелийдің мөлшері Y өлшемдерінің жинағы төменде көрсетілген.



Бұл графиктегі барлық нүктелерді (Жауап парағында қайталанған) келесі сұрақтарға жауап беру үшін пайдаланыңыз.

- (T10.6a) $(\text{O}/\text{H}) = 1.75 \times 10^{-4}$ мәні бар көк ықшам ергежейлі галактика үшін Y мәнін бағалаңыз. [2]
- (T10.6b) Жоғарыдағы деректерге тура сызықтық сәйкестіктің еңкіштігін $dY/d(\text{O}/\text{H})$ табыңыз. [2]
- (T10.6c) Жоғарыдағы бақылауларға негізделген бастапқы Гелий мөлшерін $Y_{\text{prim}}^{\text{obs}}$ бағалаңыз. [2]
- (T10.7) Y_{prim} және $Y_{\text{prim}}^{\text{obs}}$ арасындағы ауытқуды барион-фотон қатынасын η өзгерту арқылы түзетуге болады. η төмендегенде, Қорытынды Жауап парағында көрсетілгендей $\downarrow$, $N_D/N_n(T)$, T_{nuc} ($N_D = N_n$ болғанда), t_{nuc} , $X_{n, \text{nuc}}$, және Y_{prim} мәндерінің көбеюін ($\uparrow$) немесе азаюын ($\downarrow$) Қорытынды Жауап парағында берілген жәшіктерде көрсетіңіз. [3]

(T11) Графиктер арқылы жұлдыздар

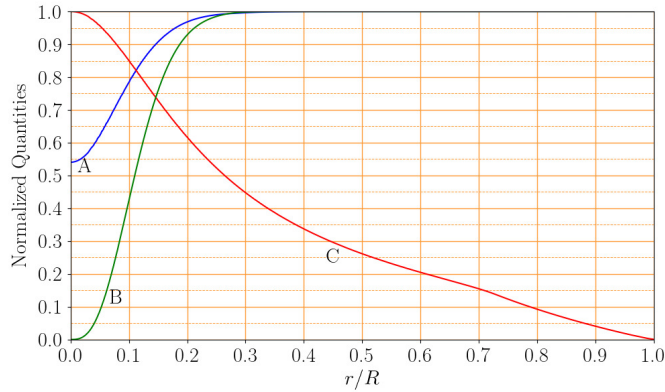
[50 балл]

Жұлдыздар сфералық симметриялы объектілер ретінде жақсы жуықталады, сондықтан жұлдыз ішкі құрылымын модельдеуде тәуелсіз айнымалы ретінде орталықтан радиалды қашықтықты r таңдап алуға болады. Радиусы r болатын сфера ішіндегі масса $m(r)$ арқылы белгіленеді. Жарқырау $l(r)$ радиусы r болатын сфералық бет арқылы бірлік уақыт ішінде сыртқа ағатын таза энергия ретінде анықталады. Қызығушылық тудыратын басқа шамалар, мысалы, тығыздық $\rho(r)$, температура $T(r)$, сутегі массалық үлесі $X(r)$, гелий массалық үлесі $Y(r)$, және бірлік массаға бірлік уақыт ішінде өндірілетін ядролық энергия $\epsilon_{\text{nuc}}(r)$, r функциялары ретінде қабылданады. Бұл мәселе барысында біз жұлдыз ішіндегі элементтердің диффузиясы мен гравитациялық тұну әсерлерін елемейміз.

"log" символы 10 негізіндегі логарифмді білдіреді. Мәселе үш тәуелсіз бөліктен тұрады.

(T11.1) **1-бөлім: Жұлдыздың ішінде**

Төмендегі графикте үш құрылымдық шаманың, А, В және С, жұлдыз моделіндегі массасы $1 M_{\odot}$ және жасы 4 GYr болғандағы бөлшек радиус r/R функциялары ретінде өзгеруі көрсетілген, мұндағы R жұлдыздың фотосфералық радиусы. Гелий массасының үлесі (фотосфералық) бетінде, Y_s , және металдылығы (гелийден ауыр элементтердің массалық үлесі) (фотосфералық) бетінде, Z_s , жұлдыздың $(Y_s, Z_s) = (0.28, 0.02)$ арқылы беріледі. Графикте көрсетілген барлық шамалар өздерінің сәйкес максималды мәндерімен нормаланған.



(T11.1a) Бес мүмкіндіктің ішінен үш шаманы А, В және С ретінде анықтаңыз:

[6]

$$T(r), l(r), \epsilon_{\text{нuc}}(r), X(r), Y(r).$$

(А/В/С-ны Қорытынды Жауап парағындағы сәйкес шамалардың жанына жазыңыз. Жауабыңызға негіздеме қажет емес.)

(T11.1b) Жұлдыздың орталығындағы гелийдің масса үлесі қандай, Y_c ?

[3]

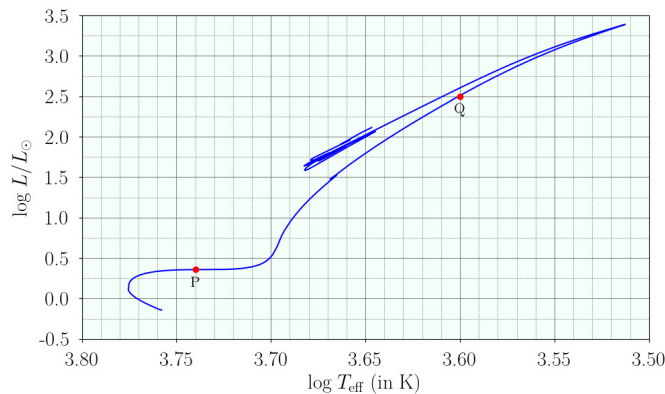
(T11.1c) (T11.1a)-да А, В немесе С қисықтары ретінде анықталмаған бес тізімнен қалған екі шаманы r/R функциялары ретінде Қорытынды Жауап парағындағы бір графикте сызыңыз және олардың сәйкес шамаларымен белгілеңіз.

[5]

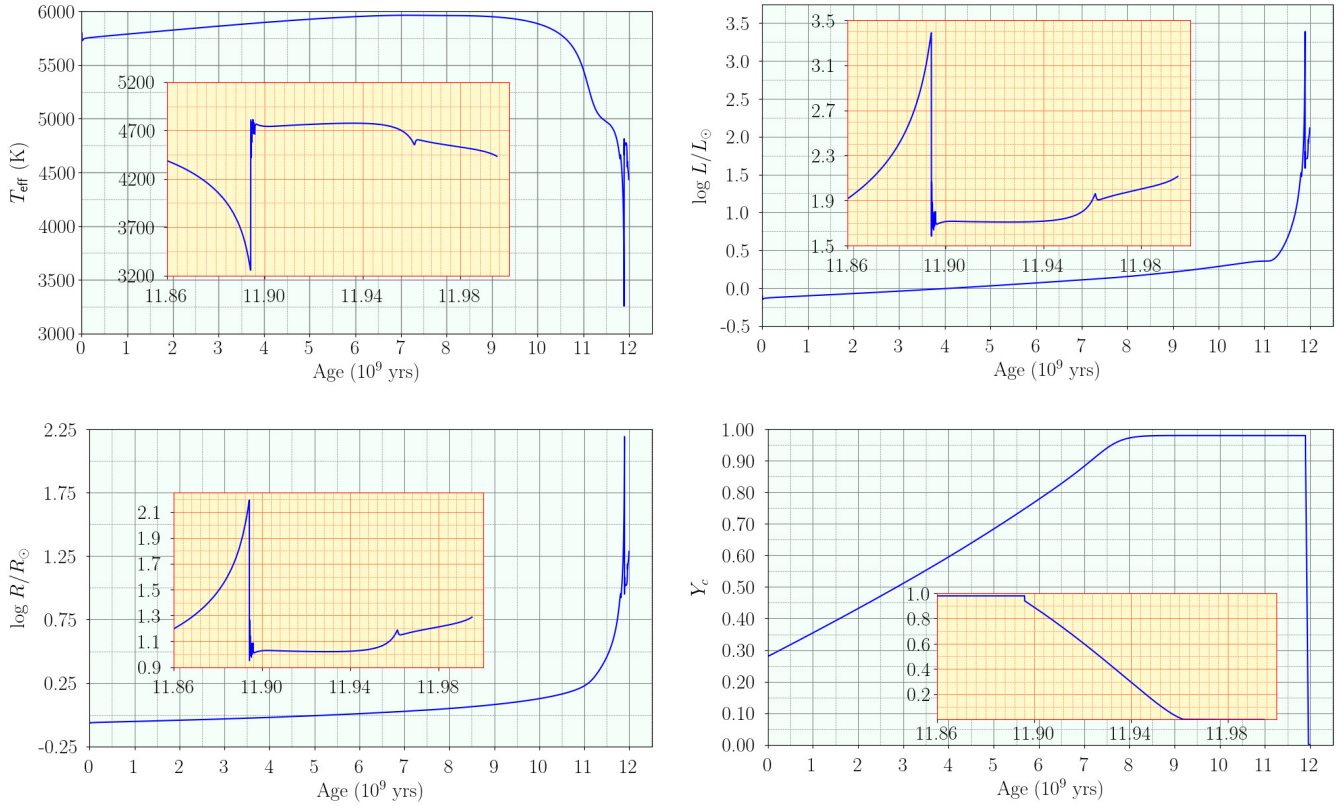
(T11.2) **2-бөлім: Эволюцияланатын жұлдыздар**

Бастапқы біртекті құрамы гелийдің массалық үлесімен, $Y_0 = 0.28$, және металдармен, $Z_0 = 0.02$, берілген $1M_{\odot}$ жұлдыздың эволюциясын қарастырыңыз. Төмендегі суреттерде бұл жұлдыздың әртүрлі жаһандық шамаларының өзгерісі ZAMS (нөлдік жас негізгі тізбек) кезеңінен бастап оның ядросындағы гелийдің жануының соңына дейін көрсетілген.

Төмендегі графикте жұлдыздың HR диаграммасындағы эволюциялық жолы көрсетілген ($\log L/L_{\odot}$ және $\log T_{\text{eff}}$ графикі, мұнда L беткі жарықтылық және T_{eff} тиімді температура).



Төмендегі суретте T_{eff} (К-да), L ($\log L/L_{\odot}$ ретінде көрсетілген), R ($\log R/R_{\odot}$ ретінде көрсетілген) және Y_c жұлдыздың жасы (10^9 жылда) бойынша өзгерісін көрсететін төрт график бар. Осы төрт графиктің әрқайсысында 11.86×10^9 жылдан 12.00×10^9 жылға дейінгі жас аралығындағы тиісті шамалардың өзгерісін егжей-тегжейлі көрсететін кірістірулер бар.



Осы графиктерді пайдаланып, төмендегі сұрақтарға жауап беріңіз.

- (T11.2a) Жұлдыздың негізгі тізбектегі шамамен өмір сүру уақыты, t_{MS} (жылмен), қандай? [1]
- (T11.2b) Жұлдыздың өзегінде гелийді жағу ұзақтығы, Δt_{He} (жылмен), шамамен қандай? [1]
- (T11.2c) Жұлдыздың жарықтығы $1 L_{\odot}$ болғанда, оның ортасындағы бастапқы сутегінің қанша бөлігі, f_{H} , жанып кеткен? [3]
- (T11.2d) Жұлдыздың ортасындағы бастапқы сутегінің 60% жанып кеткенде, жұлдыздың радиусы, R_1 (бірліктерде $R_{\odot}$), қандай? [3]
- (T11.2e) HR диаграммасында P және Q позицияларына сәйкес келетін жұлдыздың радиустары, R_P және R_Q (бірліктерде $R_{\odot}$), қандай? [4]

(T11.3) **3-бөлім: Жұлдыз ішіндегі массаның таралуы**

Жұлдыз ішіндегі массаның таралуын басқаратын теңдеу

$$\frac{dm(r)}{dr} = 4\pi r^2 \rho(r)$$

арқылы беріледі. Бұл теңдеуді үш өлшемсіз айнымалы, атап айтқанда, массаның үлесі, q , радиустың үлесі, x , және салыстырмалы тығыздық, σ , арқылы өрнектеу ыңғайлы болар еді, оларды біз келесідей анықтаймыз:

$$q = m/M \quad x = r/R \quad \sigma = \rho/\bar{\rho}$$

мұндағы M және R жұлдыздың жалпы массасы мен радиусы, сәйкесінше, және $\bar{\rho} \equiv \frac{M}{\frac{4}{3}\pi R^3}$

жұлдыздың орташа тығыздығы. Біз осы бөлімде қарастыратын жұлдызға қатысты келесі ақпарат берілген:

- Орталық тығыздық $\rho(x=0) = 80\bar{\rho}$
- Жұлдыз массасының жартысы оның жалпы радиусының ішкі 25%-ында, ал 70%-ы оның жалпы радиусының ішкі 35%-ында орналасқан.

Бұл сұрақтың барлық келесі бөлімдерінде алынған сандық коэффициенттерді 0.005 дәлдікке дейін дөңгелектеу жеткілікті болады.

(T11.3a) Жоғарыда берілген масса мен радиустың тәуелділігін сипаттайтын теңдеуді x , [2]
 $\frac{dq(x)}{dx}$ және $\sigma(x)$ арқылы өрнектеңіз.

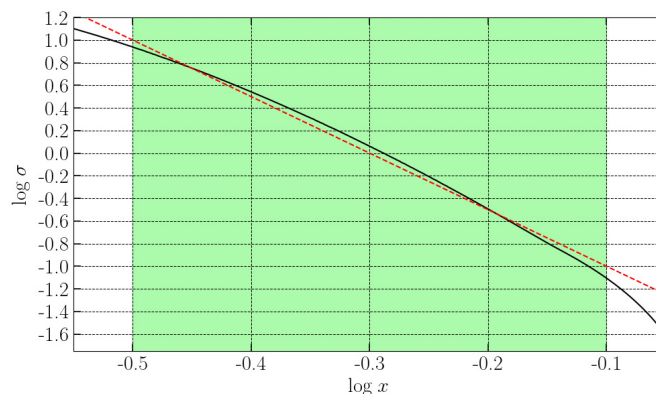
Массаның радиус бойынша таралуын алу үшін жұлдыз ішіндегі тығыздық профилін білуіміз керек. Бұл мәселені шешу үшін біз тығыздықтың радиус бойынша өзгеруін x екі доменінде жуықтап сипаттаймыз:

- жұлдыздың ішкі бөлігі: $0 \leq x \leq 0.32$
- жұлдыздың ортаңғы бөлігі: $0.32 < x < 0.80$

Сыртқы бөлігі үшін ешқандай жуықтау жасамаймыз, яғни $0.80 \leq x \leq 1.00$.

(T11.3b) **Ортаңғы бөлік үшін жуықтау:**

Жұлдыздың ортаңғы бөлігіндегі $\log \sigma$ өзгерісі $\log x$ функциясы ретінде төмендегі графикте (қара қисық сызықпен) көрсетілген. Біз $\log \sigma$ функциясын $\log x$ бойынша $-0.5 < \log x < -0.1$, яғни $0.32 \lesssim x \lesssim 0.80$ (жасыл көлеңкеленген доменмен көрсетілген) доменінде сызықтық жуықтау жасаймыз (графикте қызыл сызықпен көрсетілген). Сонымен қатар, осы сызықтың еңісін ең жақын бүтін санмен жуықтаймыз.



Осы жуықтауды қолданып, $\sigma(x)$ функциясын x бойынша $0.32 < x < 0.80$ [4]
доменінде өрнектеңіз.

(T11.3c) (T11.3b) нәтижесін қолданып, $q(x)$ функциясын $0.32 < x < 0.80$ доменінде [6]
өрнектеңіз.

(T11.3d) **Ішкі бөлік үшін жуықтау:**

Жұлдыздың ішкі бөлігінде ($0 \leq x \leq 0.32$), тығыздық радиус бойынша сызықтық [8]
функция ретінде жуықталуы мүмкін, яғни $\sigma(x) = Ax + B$, мұнда A, B
тұрақтылар. A және B анықтап, $0 \leq x \leq 0.32$ доменінде $q(x)$ өрнегін алыңыз.
Алдыңғы бөлікте және осы бөлікте қабылданған жуықтаулар $x = 0.32$ нүктесінде
тығыздық немесе массада аздаған үзілістерге әкелуі мүмкін екенін ескеріңіз.

(T11.3e) (T11.3c) және (T11.3d) бөліктерінде алынған $q(x)$ өрнектері массаның радиус [4]
бойынша өзгеруін жақсы сипаттайтын жуықтаулар болып табылады, бірақ тек
жұлдыздың белгілі бір аймақтарында. $0.80 \leq x \leq 1$ домені үшін (біз ешқандай
өрнек шығармаған) көршілес аймақтан сәйкес экстраполяцияны қолдануға
болады. Осы жуықталған өрнектер мен берілген деректерді пайдаланып,
жұлдыздың бүкіл аймағы үшін ($0 \leq x \leq 1$) $q(x)$ және оның туындысында
ешқандай үзіліссіз тегіс қисық сызықты салыңыз, ол массаның радиус бойынша
өзгеруін көрсетеді.

(T12) Қара құрдымдардан Хокинг сәулеленуі

[50 балл]

(T12.1) Қара құрдым (ҚК) әдетте өзінің өмірлік циклінің соңында жаппай жұлдыздың
гравитациялық құлауы арқылы сингулярлық деп аталатын нүктеге дейін қалыптасады.
Мұндай объектінің шектен тыс гравитациясына байланысты, оқиға көкжиегі деп аталатын
(сфералық беті $r = R_{SC}$, мұнда r сингулярлықтан қашықтық) ештеңе одан шыға алмайды.
Мұнда R_{SC} Шварцшильд радиусы деп аталады.

(T12.1a) **Хокинг сәулесінің шығу тегін модельдеу:** ВН көкжиегінің екі жағында массасы m
болатын бөлшектер жұбын қарастырыңыз. Бір бөлшек көкжиектің сыртында
 $r \approx R_{SC}$ нүктесінде орналасқан, ал екінші бөлшек көкжиектің ішінде $r = \kappa R_{SC}$
нүктесінде орналасқан. Бөлшектің жалпы энергиясы оның тыныштық массасының
энергиясы mc^2 және ВН-ға байланысты гравитациялық потенциал энергиясының
қосындысы деп есептеңіз.

Бөлшектер жұбының жалпы энергиясы нөлге тең болатын κ мәнін анықтаңыз. [4]

(T12.1b) **Қара құрдымның температурасы:** Егер жоғарыда аталған үдерісте көкжиектің
сыртында пайда болған бөлшек жеткілікті кинетикалық энергияға ие болса, ол
Хокинг сәулеленуі деп аталатын үдеріс арқылы қара құрдымнан қашып кетуі
мүмкін. Көкжиектің ішіндегі, теріс энергияға ие бөлшек сіңіріліп, қара құрдымның
массасын азайтады.

Барлық Хокинг сәулеленуі қара дене спектрімен шыңына жететін фотондардан
тұрады деп есептеңіз $\lambda_{bb} \approx 16R_{SC}$. Күн массасындағы қара құрдым үшін белгілі,
 $R_{SC, \odot} = 2.952$ км.

Қара дене сәулеленуіне сәйкес келетін қара құрдымның температурасы T_{bh} [4]
өрнегін оның массасы M_{bh} және физикалық тұрақтылар арқылы табыңыз. $10 M_{\odot}$
массасы бар қара құрдым үшін Шварцшильд радиусын $R_{SC, 10\odot}$ және
температурасын $T_{bh, 10\odot}$ есептеңіз.

(T12.1c) **Қара құрдымның массасының жоғалуы:** Хокинг сәулеленуі оқиға көкжиегінен
шығарылады деп есептеңіз.

Масса-энергия эквиваленттілігін пайдаланып, ВН массасы $M_{bh}(t)$ және физикалық тұрақтылар тұрғысынан массаның жоғалу жылдамдығының өрнегін алыңыз, $dM_{bh}(t)/dt$.

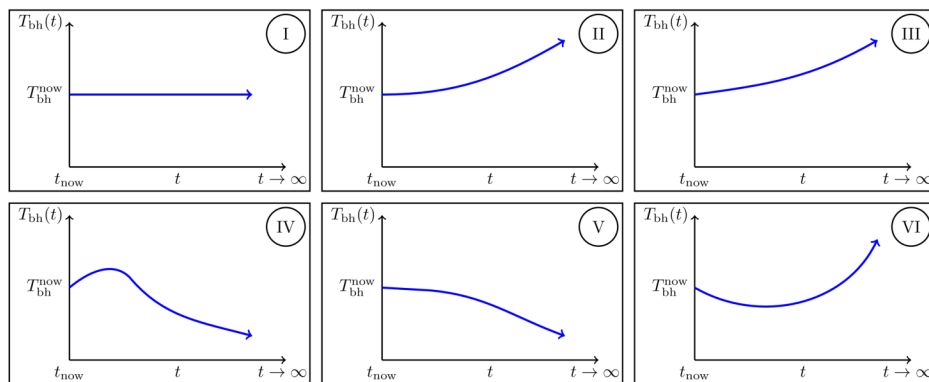
Сондықтан, бастапқы массасы M_0 болатын ВН үшін $M_{bh}(t)$ өрнегін алыңыз. [8]
 $M_{bh} = M_0$ бастап $M_{bh} = 0$ дейін $M_{bh}(t)$ функциясын t бойынша сызба түрінде көрсетіңіз.

(T12.1d) **Қара құрдымның өмір сүру уақыты:** Хокинг сәулеленуі нәтижесінде бастапқы массасы M_0 болатын қара құрдымның толық буланатын уақытын τ_{bh} өрнегін алыңыз, оны M_0 және физикалық тұрақтылар арқылы көрсетіңіз. $M_0 = 10 M_\odot$ болатын қара құрдым үшін өмір сүру уақытын $\tau_{bh,10\odot}$ (секундпен) есептеңіз. [3]

(T12.1e) **Қара құрдымның СМВ сәулелену ваннасындағы жағдайы:** Ғарышта оқшауланған, басқа денелерден алыс орналасқан, ағымдағы температурасы T_{bh}^{now} қара құрдымды қарастырыңыз, ол қазіргі температурасы $T_{cmb}^{now} = 2.7$ К болатын ғарыштық микротолқынды фонмен қоршалған. Қара құрдым СМВ сәулеленуін сіңіру арқылы массасын арттыра алады және Хокинг сәулеленуі арқылы массасын жоғалтады.

Ғаламның үдемелі кеңеюін ескере отырып, келесі үш жағдайда T_{bh} ұзақ мерзімді уақыт эволюциясын көрсететін келесі суреттердің қайсысы екенін анықтаңыз:

(X) $T_{bh}^{now} > T_{cmb}^{now}$, (Y) $T_{bh}^{now} = T_{cmb}^{now}$, (Z) $T_{bh}^{now} < T_{cmb}^{now}$.



Жауабыңызды сәйкес фигура нөміріне сәйкес Кестеде берілген Қорытынды [6]
Жауап парағындағы әрбір X, Y немесе Z жағдайы үшін тиісті ұяшықты белгілеп көрсетіңіз.

(T12.2) Өте ерте Ғаламда әлдеқайда кіші массалы бастапқы қара құрдымдар (PBHs) қалыптасуы мүмкін. Төмендегі барлық сұрақтар PBHs-ке қатысты. Мұнда қара құрдымның массасын арттыратын кез келген процестер ескерілмеуі мүмкін.

(T12.2a) **Қазіргі кезеңде буланып жатқан PBH:** Алдыңғы сұрақтарға берілген жауаптардан байқағаныңыздай, күн массасындағы қара тесіктер булану үшін ұзақ уақытты қажет етеді. Алайда, PBH массасы әлдеқайда аз болуы мүмкін болғандықтан, біз оларды қазіргі уақытта буланып жатқанын көре аламыз.

Қазіргі кезеңде толық буланып кетуі мүмкін қара тесіктің бастапқы массасын [4]
 M_0, PBH (кг), Шварцшильд радиусын $R_{SC, \text{PBH}}$ (м) және температурасын T_{PBH} (К) табыңыз, яғни өмір сүру уақыты $\tau_{\text{PBH}} = 14$ миллиард жыл болатындар.

(T12.2b) **PBH-тың қалыптасуы:** Радиация басым ерте Ғаламда масштабтық фактор $a(t) \sim t^{1/2}$ ретінде өзгереді. Осы кезеңде PBH-тар физикалық өлшемі ct болатын аймақтағы барлық энергияның коллапсы нәтижесінде қалыптасады, мұнда t сол кездегі Ғаламның жасы.

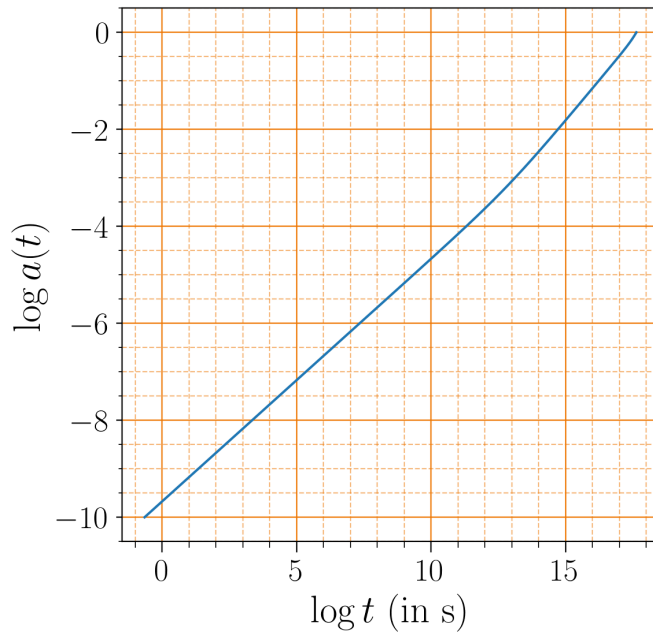
1×10^{12} кг массасы бар PBH Ғаламның жасы шамамен 1×10^{-23} с болғанда [6]
қалыптасады. 1×10^{20} кг массасы бар PBH қалыптасқан кездегі Ғаламның жасын, t_{20} , есептеңіз.

- (T12.2c) **Хокинг сәулесінің бақылаған спектрі РВН-дан:** Бастапқы массасы 1×10^{10} кг болатын РВН-ны қарастырыңыз, ол өзінің өмір сүру мерзімінің соңында толық буланып кетеді $t_{\text{РВН}}$. Бұл бөлім үшін, қарапайымдылық үшін, Хокинг сәулесінің көпшілігі осы уақытта, оның бастапқы массасына сәйкес температурамен шығарылатындығын болжаңыз. Сондай-ақ, Әлемнің масштабтық коэффициенті $a(t) \sim t^{2/3}$ ретінде дамып жатқанын қабылдаңыз.

Бұл Хокинг сәулесінің Жерде қазіргі дәуірде ($t = 14$ миллиард жылда) [5] бақыланатын шың толқын ұзындығын λ_{earth} есептеңіз.

- (T12.2d) **РВН-дан шыққан жоғары энергиялы ғарыштық сәулелену:** Енді белгілі бір уақыттағы t Хокинг сәулеленуі $k_B T_{\text{bh}}(t)$ энергиясымен шығарылған фотондарға сәйкес келеді деп есептейік. Сондай-ақ, қара құрдым үшін ең жоғары мүмкін температура Планк температурасы T_{Planck} , мұнда $k_B T_{\text{Planck}} = 1 \times 10^{19}$ GeV.

Масштабтық фактордың тиісті уақыт шкалаларындағы эволюциясы келесі суретте берілген. Бүгінгі масштабтық фактор бірлікке тең деп қабылданған. Уақыт осіндегі $t(s)$ секундпен есептелген ғаламның жасын білдіреді.



- Егер Жерде $E_{\text{det}} = 3.0 \times 10^{20}$ eV энергиялы фотон байқалса, осы фотонға [10] жауапты болуы мүмкін РВН бастапқы массасының ең үлкен және ең кіші мүмкін мәндерін анықтаңыз (M_0^{max} және M_0^{min} , сәйкесінше).