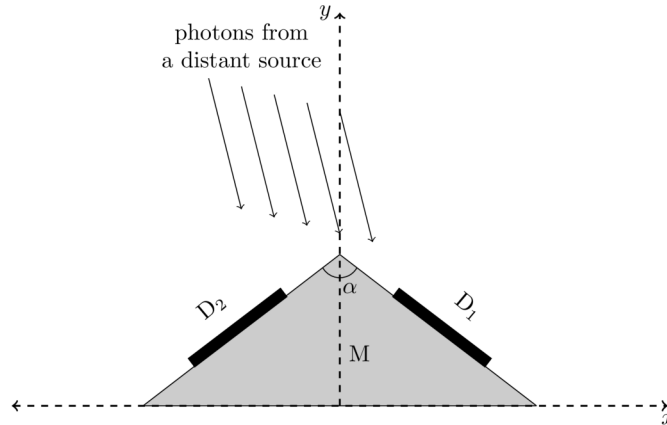


(T01) დაკმას მისია

[10 ქულა]

ინდური მისია „დაკმა“ შედგება ორი თანამგზავრისგან S_1 და S_2 რომლებიც დედამიწის გარშემო ბრუნავენ ერთიდაიმავე წრიულ ორბიტაზე, რომლის რადიუსია $r = 7000$ კმ, მაგრამ მათ შორის ფაზური სხვაობა 180° -ია. ეს თანამგზავრები აკვირდებიან სამყაროს მაღალენერგიულ სპექტრში (რენტგენი და γ სხივები). დაკმას თითოეული თანამგზავრი იყენებს რამდენიმე ბრტყელ, მართკუთხა დეტექტორს.

ცაში წყაროს მდებარეობის გასაგებად, გამოვიყენებთ დაკმას მისიის გამარტივებულ მოდელს. დაუშვათ, რომ S_1 -ს აქვს $A = 0.50$ მ² ფართობის მხოლოდ ორი იდენტური დეტექტორი D_1 და D_2 , რომლებიც მიმაგრებულია გაუმჭირვალე M სამაგრზე, როგორც ეს ნაჩვენებია ქვემოთ მოცემულ ნახაზზე. დეტექტორები განლაგებულია y ღერძის სიმეტრიულად $x - y$ სიბრტყის პერპენდიკულარულ სიბრტყეებში და ერთმანეთთან ქმნიან $\alpha = 120^\circ$ კუთხეს.



- (T01.1) $x - y$ სიბრტყეში მდებარე შორეული წყაროს დაკვირვებისას, დეტექტორი D_1 აფიქსირებს $P_1 = 2.70 \times 10^{-10}$ ჯ ნმ⁻¹ სიმძლავრეს, ხოლო დეტექტორი D_2 აფიქსირებს $P_2 = 4.70 \times 10^{-10}$ ჯ ნმ⁻¹ სიმძლავრეს.

შეაფასეთ წყაროს პოზიციის ვექტორსა და დადებით y ღერძს შორის კუთხე η , სადაც დადებით y კუთხედ y ღერძიდან საათის ისრის საწინააღმდეგო მიმართულებით აღებული კუთხე ითვლება. [5]

განვიხილოთ დაკმას ორივე თანამგზავრის (S_1 და S_2) მიერ დაფიქსირებული ერთი პულსი შორეული წყაროდან (არა აუცილებლად $x - y$ სიბრტყეში). S_1 და S_2 -ის მიერ დაფიქსირებული პულსების პიკების დროები, შესაბამისად, t_1 და t_2 -ია.

- (T01.2) თუ $(t_1 - t_2)$ აღმოჩნდა 10.0 ± 0.1 მილიწამის ტოლი, მაშინ განსაზღვრეთ ციური სფეროს ის ნილი, f , რომელშიც შესაძლებელია წყარო იყოს. [5]

(T02) მაკარ-სანკრანტი

[10 ქულა]

ფესტივალი "მაკარ-სანკრანტი" აღინიშნება ინდოეთში, როდესაც მზე დედამიწაზე მყოფი დამკვირვებლისთვის შედის თხის რქის ზოდიაქოს რეგიონში (მაკარ = თხის რქა, სანკრანტი = შესვლა). ამჟამად ის აღინიშნება ყოველწლიურად 14 იანვრის მიდამოებში. მრავალი წლის წინ ეს ფესტივალი ასევე ემთხვეოდა ზამთრის მზებუდობას ჩრდილოეთ ნახევარსფეროში. დაუშვათ რომ ზამთრის მზებუდობა ხდება 21 დეკემბერს.

- (T02.1) ზემოთ მოცემული ინფორმაციის საფუძველზე, იპოვეთ წელი, y_c , როდესაც ამ ფესტივალის აღნიშვნა ბოლოს დაემთხვა ჩრდილოეთ ნახევარსფეროში ზამთრის მზებუდობას. [3]

- (T02.2) თუ მზე თხის რქის ზოდიაქალურ რეგიონში შევიდა ადგილობრივი დროით 11:50:13 საათზე 2006 წლის 14 იანვარს მუმბაიში, გამოთვალეთ მისი თხის რქაში 2013 წელს შესვლის თარიღი, D_{enter} და ადგილობრივი დრო, t_{enter} . [3]

- (T02.3) მოცემულ ადგილას მაკარ-სანკრანტის ფესტივალი აღინიშნება თხის რქის ზოდიაქოს რეგიონში მყოფი მზის პირველი ჩასვლის დღეს. შეგიძლიათ დაუშვათ, რომ იანვარში მუშაობაში ადგილობრივი მზის ჩასვლის დრო არის 18:30:00 სთ.

მოუთითეთ ფესტივალის აღნიშვნის თარიღი ყოველ წელს 2006-დან 2013 წლამდე ((✓)-ის შესაბამის ველში მონიშნით, რომელიც მოცემულია შეჯამების პასუხების ფურცელში). [4]

(T03) გრავიტაციული ტალღები

[15 ქულა]

ორბიტაზე მოძრავი ბინარული შავი ხვრელები წარმოქმნიან გრავიტაციულ ტალღებს. განვიხილოთ ორი შავი ხვრელი ჩვენს გალაქტიკაში, მასებით $M = 36 M_\odot$ და $m = 29 M_\odot$, რომლებიც ბრუნავენ წრიულ ორბიტებზე მათი საერთო მასათა ცენტრის გარშემო ორბიტალური კუთხური სიხშირით ω .

- (T03.1) კლასიკური ნიუტონისეული გრავიტაციის დაშვებით, გამოიყვანეთ შავი ხვრელების ორბიტების კუთხური სიხშირის, ω_{ini} , გამოსახულება დროის t_{ini} მომენტში, როდესაც შავ ხვრელებს შორის მანძილი იყო 4.0-ჯერ მეტი მათი შვარცშილდის რადიუსების ჯამზე. გამოსახეთ M -ით, m -ითა და ფიზიკური მუდმივების საშუალებით.

გამოთვალეთ ω_{ini} -ის მნიშვნელობა (ერთეულში რადიანი წმ⁻¹). [5]

- (T03.2) ზოგადი ფარდობითობის თეორიაში, ორბიტაზე მყოფი შავი ხვრელები ასხივებენ გრავიტაციულ ტალღებს სიხშირით f_{GW} , ისე რომ $2\pi f_{\text{GW}} = \omega_{\text{GW}} = 2\omega$. ეს ამცირებს შავი ხვრელების ორბიტებს, რაც თავის მხრივ ზრდის f_{GW} -ს. f_{GW} -ის ცვლილების სიჩქარეა

$$\frac{df_{\text{GW}}}{dt} = \frac{96\pi^{8/3}}{5} G^{5/3} c^\beta M_{\text{chirp}}^{\alpha/3} f_{\text{GW}}^{\delta/3},$$

სადაც $M_{\text{chirp}} = \frac{(mM)^{3/5}}{(m+M)^{1/5}}$ -ს ეწოდება "შენიშნული მასა".

იპოვეთ α , β და δ მნიშვნელობები. [4]

- (T03.3) დაუშვით, რომ მოვლენასთან დაკავშირებული გრავიტაციული ტალღები პირველად დაფიქსირდა მოცემულ დროს: $t_{\text{ini}} = 0$. [6]

გამოიყვანეთ გამოსახულება დროისთვის, როდესაც შავი ხვრელების შერწყმა მოხდა, t_{merge} , თუ f_{GW} ძალიან დიდია. პასუხი გამოსახეთ მხოლოდ ω_{ini} -ის, M_{chirp} -ისა და ფიზიკური მუდმივების მეშვეობით. გამოთვალეთ t_{merge} -ის მნიშვნელობა (წამებში).

(T04) ბალმერის შემცირება

[15 ქულა]

აიღეთ მთავარი მიმდევრობის ვარსკვლავი, რომელიც ნისლეულით არის გარშემორტყმული. გაზომვები იძლევა, რომ ვარსკვლავის V-სპექტრის მაგნიტუდა არის 11.315 mag. ვარსკვლავთან ახლოს მდებარე ნისლეულის იონიზებული რეგიონი ასხივებს H α და H β ხაზებს; მათი ტალღის სიგრძეებია 0.6563 μm და 0.4861 μm , შესაბამისად. თეორიულად პროგნოზირებული ნაკადების შეფარდება H α და H β ხაზებში არის $f_{\text{H}\alpha}/f_{\text{H}\beta} = 2.86$. თუმცა, როდესაც ეს გამოსხივება გადის ცივი მტვრიანი ნისლეულის გარე ნაწილში, გაზომილი გამოსხივების ნაკადები H α და H β ხაზებში არის $6.80 \times 10^{-15} \text{ W m}^{-2}$ და $1.06 \times 10^{-15} \text{ W m}^{-2}$, შესაბამისად.

განელდება A_λ არის ტალღის სიგრძის ფუნქცია და გამოსახულია როგორც

$$A_\lambda = \kappa(\lambda)E(B - V).$$

აქ, $\kappa(\lambda)$ არის განელების კოეფიციენტი და $E(B - V)$ აღნიშნავს B და V სპექტრებში განელების სხვაობას. განელების კოეფიციენტი (λ μm -ში) მოცემულია შემდეგნაირად.

$$\kappa(\lambda) = \begin{cases} 2.659 \times \left(-1.857 + \frac{1.040}{\lambda}\right) + R_V, & 0.63 \leq \lambda \leq 2.20 \\ 2.659 \times \left(-2.156 + \frac{1.509}{\lambda} - \frac{0.198}{\lambda^2} + \frac{0.011}{\lambda^3}\right) + R_V, & 0.12 \leq \lambda < 0.63 \end{cases}$$

სადაც, $R_V = A_V / E(B - V) = 3.1$ არის კონკრეტულ სპექტრში განელებისა და სრული განელების ფარდობა.

(T04.1) იპოვეთ $\kappa(H\alpha)$ და $\kappa(H\beta)$ მნიშვნელობები. [3]

(T04.2) იპოვეთ ტოტალური განელების ფარდობის მნიშვნელობა $\frac{E(H\beta - H\alpha)}{E(B - V)}$. [4]

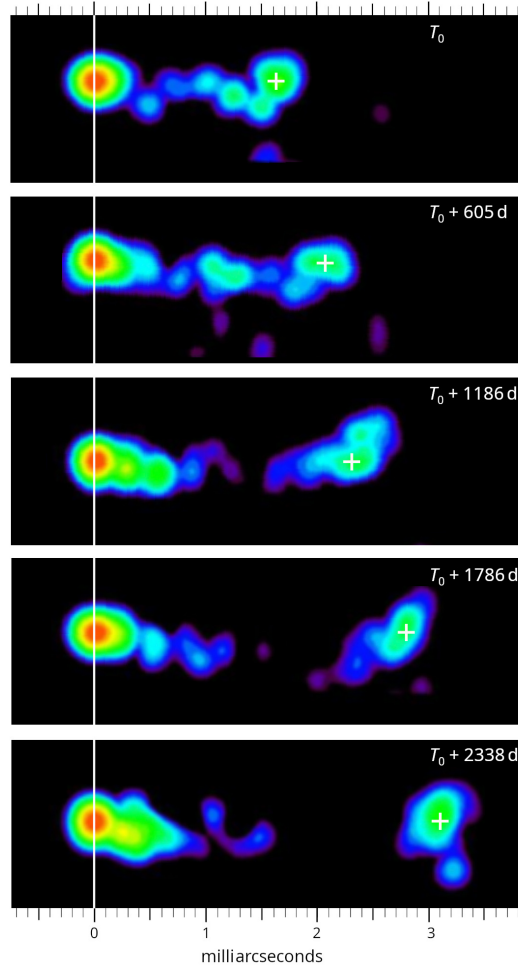
(T04.3) შეაფასეთ ნისლეულით გამოწვეული განელება, $A_{H\alpha}$ და $A_{H\beta}$, შესაბამისად $H\alpha$ და $H\beta$ ტალღის სიგრძეებზე. [6]

(T04.4) შეაფასეთ ნისლეულის განელება (A_V) და V -სპექტრში ვარსკვლავის ხილული სიდიდე, m_{V0} , [2]
ნისლის არარსებობის შემთხვევაში.

(T05) კვაზარები

[20 ქულა]

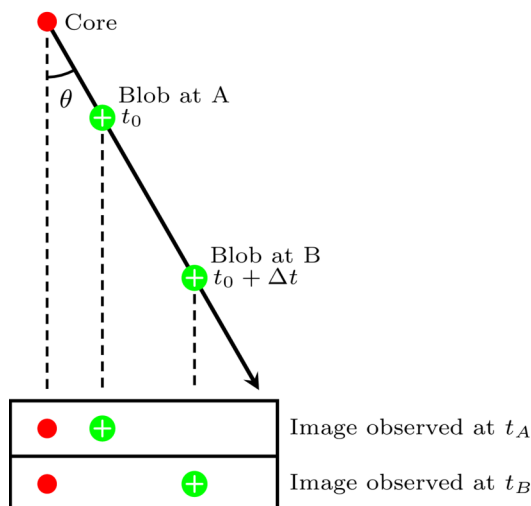
კვაზარი არის ძალიან კაშკაშა აქტიური გალაქტიკა, რომელიც იკვებება ზემასიური შავი ხვრელით. ეს შავი ხვრელი უძველეს რელატივისტურ ჭავლებს. ნახაზი აჩვენებს კვაზარის რადიო გამოსახულებების პანელების სერიას ($z = 0.53$ ნითელი წანაცვლებით და $D_L = 1.00 \times 10^{10}$ ly განათებულობის მანძილით) სხვადასხვა დროს. „ბირთვი“ ემთხვევა ვერტიკალურ თეთრ ხაზს, ხოლო ჭავლი, რომელიც შედგება „წვეთისგან“ (მონიშნულია თეთრი $+$ -ით), დროთა განმავლობაში შორდება მას. თითოეული პანელი აჩვენებს დაკვირვების დროს (პირველი გამოსახულებისთვის T_0 -ით დანეშებული), ხოლო კუთხური მასშტაბი მითითებულია ნახაზის ზედა და ქვედა ნაწილებში.



(T05.1) განსაზღვრეთ ბლობის კუთხური დაშორება, ϕ_{blob} (მილიარკნამებში), და მისი განივი მანძილი, l_{blob} (სინათლის წელიწადში), კვაზარის ბირთვიდან თითოეული დაკვირვებისთვის. შემდეგ გამოთვალეთ ბლობის ხილული სიჩქარე განივი მიმართულებით (v_{app}) სინათლის სიჩქარის ფრაქციად, β_{app} ($= v_{\text{app}}/c$) თანმიმდევრული დაკვირვებების გამოყენებით. ასევე გამოთვალეთ საშუალო ხილული სიჩქარე $\beta_{\text{app}}^{\text{ave}}$ მთლიანი დაკვირვების პერიოდის განმავლობაში. [5]

კვაზარის ჭავლი სინამდვილეში მოძრაობს რელატივისტული სიჩქარით $v \equiv \beta c$, მაგრამ არა აუცილებლად ცის სიბრტყეში; მაგალითად, ის ქმნის კუთხეს θ (დაკვირვების კუთხე) შორეული დამკვირვებლის ხედვის ხაზთან მიმართებაში (მონიშნულია წყვეტილი ხაზებით), როგორც ნაჩვენებია ქვემოთ მოცემულ ესკიზში.

ამ და ყველა მომდევნო ნაწილში, უგულებელყავით კვაზარის ნითელი ხანაცვლება და ნებისმიერი რელატივისტული ეფექტი.



(T05.2) ბლობის მიერ ორ სხვადასხვა t_0 (რომელიც შეესაბამება პოზიციას A) და $t_0 + \Delta t$ (რომელიც შეესაბამება პოზიციას B) დროს გამოსხივებული სინათლეები აღწევნ დაკვირვებელს შესაბამისად t_A და t_B დროს. მაშასადამე, დაკვირვებული დროის სხვაობა არის $\Delta t_{app} = t_B - t_A$.

(T05.2a) იპოვეთ გამოსახულება შეფარდებისთვის $\frac{\Delta t_{app}}{\Delta t}$ β -სა და θ -ს მეშვეობით. [2]

(T05.2b) ამ შეფარდების გამოყენებით, გამოხატეთ β_{app} β -სა და θ -ს საშუალებით. [2]

(T05.3) მოძრაობას ეწოდება სუპერლუმინალური, თუ მისი ხილული სიჩქარე აღემატება სინათლის სიჩქარეს ($\beta_{app} > 1$), და სუბლუმინალური, თუ არა ($\beta_{app} < 1$).

(T05.3a) $\beta_{app} = 1$ -ისთვის, დახაზეთ β -ს გლუვი მრუდი, როგორც θ -ს ფუნქცია, სუბლუმინალური და სუპერლუმინალური მოძრაობების საზღვრის მოსანიშნად. გრაფიკზე სუპერლუმინალური რეგიონი მონიშნეთ დახრილი ხაზებით (///). [4]

(T05.3b) იპოვეთ ყველაზე დაბალი ნამდვილი რეაქტიული სიჩქარე ($\beta_{low} = v_{low}/c$) შესაბამის θ_{low} ხილვის კუთხესთან ერთად, ისე რომ მოძრაობა დამკვირვებლისთვის სუპერლუმინალური იყოს. [2]

(T05.4) იპოვეთ გამოხატულება θ_{max} მაქსიმალური ხედვის კუთხისთვის, რომლისთვისაც მოცემული მნიშვნელობა β_{app} იქნება შესაძლებელი. [2]

კვაზარის ბირთვი, მისი ცენტრალური კომპაქტური ობიექტი, გამოხატავს ცვლილებას გამოსხივებაში შიდა პროცესების გამო, რომლებიც მიმდინარეობენ მიზეზშედეგობრივად ურთიერთდაკავშირებულ რეგიონში. ამ რეგიონის ზომა (= რადიუსი) ჩვეულებრივ ითვლება რომ ბირთვის შვარცშილდის რადიუსზე დაახლოებით ხუთჯერ მეტია.

(T05.5) გარკვეული კვაზარის ბირთვი ცვალებადობას აჩვენებს დაახლოებით 1 საათის დროის მასშტაბზე. [3] მიიღეთ ცენტრალური კომპაქტური ობიექტის მასის ზედა ზღვარი, $M_{c, max}$, მზის მასის ერთეულებში.

(T06) გალაქტიკური ბრუნვა

[20 ქულა]

ჩვენი გალაქტიკის ბრუნვის სიჩქარის გრაფიკი განისაზღვრება ნეიტრალური წყალბადის (HI) ღრუბლების ხედვის-გასწვრივი სიჩქარის გაზომვებით სხვადასხვა გალაქტიკურ გრძედებზე, რომლებიც აღინიშნებიან 21 სმ HI ხაზით. განვიხილოთ HI ღრუბელი გალაქტიკური გრძედით l , რომელიც მდებარეობს გალაქტიკური ცენტრიდან (GC) მანძილზე R და მზიდან მანძილზე D . ვივარაუდოთ, რომ მზე მდებარეობს GC-დან $R_0 = 8.5$ kpc მანძილზე. ვივარაუდოთ, რომ როგორც მზე, ასევე HI ღრუბელი ბრუნავს GC-ს გარშემო გალაქტიკურ სიბრტყეში წრიულ ორბიტებზე, კუთხური სიჩქარეებით Ω_0 და Ω , და როტაციული სიჩქარეებით V_0 და V , შესაბამისად.

ღრუბლის ხედვის-გასწვრივი სიჩქარის (V_r) და ტანგენციალური სიჩქარის (V_t) კომპონენტები, როგორც მზიდან ჩანან, შეიძლება გამოვხატოთ როგორც

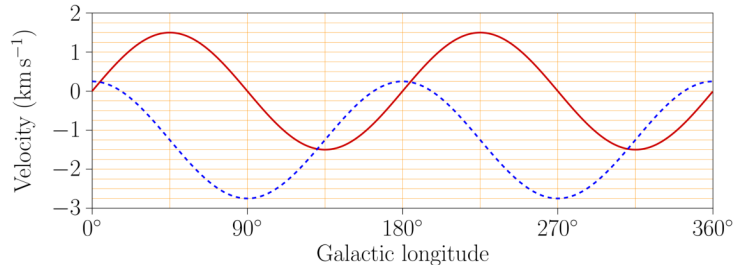
$$V_r = (\Omega - \Omega_0)R_0 \sin l$$

$$V_t = (\Omega - \Omega_0)R_0 \cos l - \Omega D$$

ჩრდილოეთ გალაქტიკური პოლუსიდან დანახული, გალაქტიკური ბრუნვა საათის ისრის მიმართულებით ხდება. ამ ამოცანაში, ხედვის-გასწვრივი სიჩქარე იქნება დადებითი, როდესაც ღრუბელი შორდება და ღრუბლები განიხილება როგორც ნერტილოვანი ობიექტები.

(T06.1) გრაფიკზე, რომელიც Summary Answersheet-ზეა, დახაზეთ V_r როგორც D -ის ფუნქცია $D = 0$ [5]
-დან $D = 2R_0$ -მდე ორი სხვადასხვა ხედვის ხაზისთვის, რომლებიც განსაზღვრულია (i) $l = 45^\circ$ და
(ii) $l = 135^\circ$ კუთხეებით. მონიშნეთ თითოეულ თქვენს ხაზზე/მრუდზე l -ის მნიშვნელობა.

(T06.2) ქვემოთ მოცემული გრაფიკი აჩვენებს ვარსკვლავების საშუალო რადიალურ (მყარი, წითელი მრუდი) და ტანგენციალურ (წყვეტილი, ლურჯი მრუდი) სიჩქარის კომპონენტებს 100 pc მანძილზე მზიდან, გალაქტიკური გრძედის ფუნქციად.



გამოიყენეთ გრაფიკი მზის ორბიტული პერიოდის (P) შეფასებისთვის გალაქტიკური ცენტრის [3]
გარშემო მეგანტების (Myr) ერთეულში.

(T06.3) იან ოორტმა აღნიშნა, რომ მზის სამეზობლოში ($D \ll R_0$), კუთხური სიჩქარეების სხვაობა ($\Omega - \Omega_0$)
მცირე იქნება, და შესაბამისად, მიიღო შემდეგი პირველი რიგის მიახლოება ხილული და განივი
სიჩქარის კომპონენტებისთვის:

$$V_r = AD \sin 2l$$

$$V_t = AD \cos 2l + BD$$

სადაც A და B ცნობილია როგორც ოორტის კონსტანტები.

განვიხილოთ ორი შემთხვევა:

(I) გალაქტიკის რეალურად დაკვირვებული ბრუნვის გრაფიკი, და
(II) ბრუნვის გრაფიკი ჰიპოთეტური სცენარისთვის, სადაც გალაქტიკა თავისუფალია ბნელი
მატერიისგან და გალაქტიკის მთელი მასა მიჩნეულია, რომ კონცენტრირებულია მის ცენტრში.

(T06.3a) გამოიყვანეთ მზის მდებარეობაზე როტაციული სიჩქარის რადიული გრადიენტის [2]
გამოსახულებები, $\left. \frac{dV}{dR} \right|_{R=R_0}$, ორი შემთხვევისთვის.

(T06.3b) გამოახატეთ A და B V_0 , R_0 და მზის მდებარეობაზე როტაციული სიჩქარის რადიული [8]
გრადიენტის $\left. \frac{dV}{dR} \right|_{R=R_0}$ მიხედვით.

(T06.3c) Oort-ის კონსტანტების (A/B) შეფარდება ორი მოცემული შემთხვევისთვის, (I) და (II), [2]
განსაზღვრულია როგორც F_I და F_{II} , შესაბამისად. განსაზღვრეთ F_I და F_{II} .

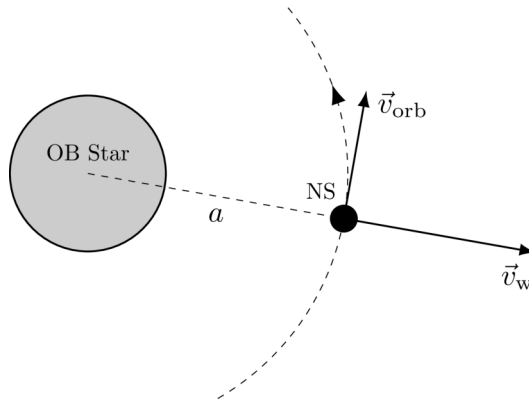
(T07) ნეიტრონული ვარსკვლავის ბინარული სისტემა

[20 ქულა]

ბინარული სისტემა შედგება კომპაქტური ვარსკვლავისა და ჩვეულებრივი ვარსკვლავისგან, რომელიც არ ავსებს
თავის როშეს რეგიონს. კომპაქტური ვარსკვლავის აკრეციის ძირითადი წყაროა მეორე ვარსკვლავიდან წამოსული
ვარსკვლავური ქარი. ქარით გამოწვეული ეს აკრეცია განსაკუთრებით მნიშვნელოვანია სისტემებში, რომლებიც
მოიცავს ადრული ტიპის ვარსკვლავსა (მაგალითად, O ან B ვარსკვლავი, ამიერიდან მეორე ვარსკვლავი აღვნიშნოთ,
როგორც OB ვარსკვლავი) და კომპაქტურ ობიექტს, როგორიცაა ნეიტრონული ვარსკვლავი (NS), ანლო ორბიტაზე.

განვიხილოთ ასეთი NS-OB ვარსკვლავური ბინარული სისტემა, სადაც ნეიტრონული ვარსკვლავი, რომლის მასაა
 $M_{NS} = 2.0 M_\odot$ და რადიუსი $R_{NS} = 11$ კმ, ბრუნავს a რადიუსის მეორე წრიულ ორბიტაზე OB ვარსკვლავის
ცენტრის გარშემო $v_{orb} = 1.5 \times 10^5$ მ წმ⁻¹ სიჩქარით (იხილეთ ქვემოთ მოცემული სურათი). ამ ამოცანის

განმავლობაში ჩავთვალეთ, რომ OB ვარსკვლავის მიერ მასის დანაკარგი სფერულად სიმეტრიულია და იგი ტოლია: $\dot{M}_{OB} = 1.0 \times 10^{-4} M_{\odot} \text{yr}^{-1}$.



- (T07.1) აკრეციის რადიუსი, R_{acc} , განისაზღვრება როგორც მაქსიმალური მანძილი ნეიტრონული ვარსკვლავიდან (NS), რომელზეც ვარსკვლავური ქარი შეიძლება გრავიტაციულად ჩაიჭიროს ნეიტრონულმა ვარსკვლავმა. თუ ვარსკვლავური ქარის სიჩქარე NS-ის ორბიტალური მანძილზე არის $v_w = 3.0 \times 10^6 \text{ მწმ}^{-1}$, იპოვეთ R_{acc} ზემოთ ხსენებული სისტემისთვის კმ-ებში სტანდარტული მეორე კოსმოსური სიჩქარის გამოთვლის გამოყენებით. [3]
- (T07.2) თუ ჩავთვლით, რომ მთელი ჩაჭერილი მასალა აკრეტირებული ხდება NS-ის მიერ, შეაფასეთ აკრეციის მასის მიერთების სიჩქარე, $\dot{M}_{acc}$, NS-ზე მოსული ვარსკვლავური ქარიდან $M_{\odot} \text{yr}^{-1}$ ერთეულებში, თუ $a = 0.5 \text{ au}$. უგულებელყავით რადიაციის წნევისა და მიერთებული გაზის გაგრილების დროის სასრულობის ეფექტები. [3]
- (T07.3) ახლა განვიხილოთ სიტუაცია, როდესაც ვარსკვლავური ქარის სიჩქარე a ორბიტალურ მანძილზე (NS-თან ახლოს) ხდება NS-ის ორბიტალური სიჩქარის შესადარი. NS-ზე მასის აკრეციის სიჩქარე ვარსკვლავური ქარიდან ამ შემთხვევაში მოიცემა ფორმულით $\dot{M}_{acc} = \dot{M}_{OB} f(\tan \beta, q)$, სადაც $q = M_{NS}/M_{OB}$ არის ბინარული სისტემის კომპონენტების მასათა შეფარდება და β არის კუთხე NS-ის სისტემაში ქარის სიჩქარის მიმართულებასა და OB ვარსკვლავისკენ რადიალურ მიმართულებას შორის. მიიღეთ $f(\tan \beta, q)$ გამოსახულება, თუ დავუშვებთ, რომ $M_{OB} \gg M_{NS}$. [6]
- (T07.4) განვიხილოთ, რომ სრულად იონიზებული მასალა რადიულად აკრეცირდება და ის შეფერხებულია NS-ის ძლიერი მაგნიტური ველის $\vec{B}$ გამო. ეს ეფექტი შეგვიძლია დავამოძღვროთ, როგორც წნევა, რომელიც მოცემულია $\frac{B^2}{2\mu_0}$ -ით. დავუშვათ, რომ NS-ს აქვს დიპოლური მაგნიტური ველი, რომლის სიდიდე ეკვატორულ სიბრტყეში იცვლება NS-დან მანძილი r -ის მიხედვით, როგორც

$$B(r) = B_0 \left(\frac{R_{NS}}{r} \right)^3$$

, თუ $r \gg R_{NS}$. მოცემულ გამოსახულებაში B_0 არის მაგნიტური ველი NS-ის ეკვატორზე. ჩავთვალოთ, რომ მაგნიტური დიპოლის ღერძი ემთხვევა NS-ის ბრუნვის ღერძს.

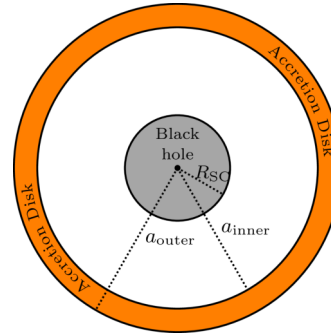
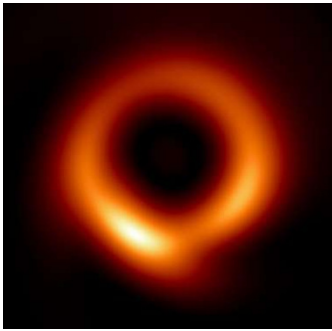
- (T07.4a) გამოსახეთ მაგნიტური წნევა, $P_{eq, mag}$ ეკვატორულ სიბრტყეში B_0 , R_{NS} , r და სხვა შესაფერისი მუდმივებით. [1]
- (T07.4b) მაქსიმალურ მანძილს, სადაც აკრეციის ნაკადი შეჩერებულია მაგნიტური ველის მიერ ეკვატორზე, ეწოდება მაგნიტოსფერული რადიუსი R_m . ეს მატერიის ნაკადი გამოიწვევს წნევას შემომავალი ვარსკვლავური ქარისა და NS-ის შორის ფარდობითი მოძრაობის გამო. მოიპოვეთ კრიტიკული მაგნიტური ველის $B_{0,c}$ მიახლოებითი გამოსახულება, რომლისთვისაც R_m ემთხვევა R_{acc} -ს და გამოთვალეთ მისი მნიშვნელობა ტესტებში. მაგნიტური ეფექტები უგულებელყოფილია $r > R_m$ -სთვის და ჩათვალეთ $v_w \gg v_{orb}$. [7]

(T08) შავი ხვრელის ჩრდილი

[20 ქულა]

ივენტ ჰორაიზონ ტელესკოპმა (EHT) გამოაქვეყნა M87 გალაქტიკის ცენტრში მდებარე ზემასიური შავი ხვრელის სურათი, როგორც ნაჩვენებია ქვემოთ მოცემული ფიგურის მარცხენა პანელზე.

იმის გასაგებად, თუ რა არის ამ სურათის ზოგიერთი მარტივი მახასიათებელი, განვიხილავთ არამბრუნავი, სტატიკური, სფერულად სიმეტრიული შავი ხვრელის გამარტივებულ მოდელს, რომლის მასაა $M = 6.5 \times 10^9 M_\odot$, გარშემორტყმული შესაბამისად $a_{\text{inner}} = 6R_{\text{SC}}$ და $a_{\text{outer}} = 10R_{\text{SC}}$ შიდა და გარე რადიუსის მქონე უმასო, თხელი, პლანარული აკრეციული დისკით, სადაც R_{SC} შვარცშილდის რადიუსია. ზემო ხედი ნაჩვენებია ქვემოთ მოცემული ფიგურის მარჯვენა პანელზე (მასშტაბები არაა დაცული).



ჩავთვალოთ, რომ აკრეციული დისკი სინათლის ერთადერთი წყაროა. დისკის ყოველი წერტილი ასხივებს სინათლეს ყველა მიმართულებით. ეს სინათლე მოძრაობს შავი ხვრელის გრავიტაციული ველის გავლენით. სინათლის სხივების გზა განისაზღვრება ქვემოთ მოცემული ორი განტოლებით (რომლებიც მზის გარშემო მოძრავი ობიექტის მსგავსია):

$$\frac{1}{2}v_r^2 + \frac{L^2}{2r^2} \left(1 - \frac{2GM}{c^2 r}\right) = E \quad ; \quad v_\phi = r\omega = \frac{L}{r}$$

სადაც $r \in (R_{\text{SC}}, \infty)$ რადიალური კოორდინატია, $\phi \in [0, 2\pi)$ აზიმუტალური კუთხე, ხოლო E და L არიან მუდმივები, რომლებიც დაკავშირებული არიან შესაბამისად შენახულ ენერგიასთან და შენახულ კუთხურ იმპულსთან.

აქ $v_r \equiv dr/dt$ არის რადიალური სიჩქარის სიდიდე, v_ϕ ტანგენციური სიჩქარის სიდიდე, და $\omega \equiv d\phi/dt$ კუთხური სიჩქარეა. ჩვენ ვადგენთ სამიზნე პარამეტრს b ტრაექტორიისთვის, როგორც $b = L/\sqrt{2E}$. დროის შენელება უგულებელყოფილია ამ ამოცანაში.

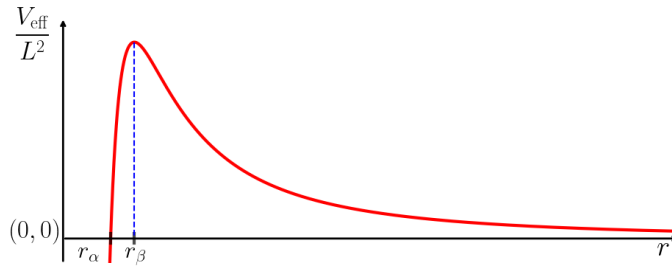
სხვა სასარგებლო განტოლება მიიღება პირველი განტოლების განარმოებით:

$$\frac{dv_r}{dt} - \frac{L^2}{r^3} + \frac{3GML^2}{c^2 r^4} = 0$$

(T08.1) შავი ხვრელის გარშემო შეიძლება არსებობდეს წრიული სინათლის ტრაექტორიები. იპოვეთ [4]
რადიუსი, r_{ph} , და სამიზნე პარამეტრი, b_{ph} , ასეთი ფოტონის ტრაექტორიებისთვის M -ისა და შესაბამისი მუდმივების საშუალებით.

(T08.2) გამოთვალეთ დრო წამებში, T_{ph} , რომელიც საჭიროა წრიული სინათლის ტრაექტორიის ერთი [2]
სრული ორბიტის დასრულებისთვის.

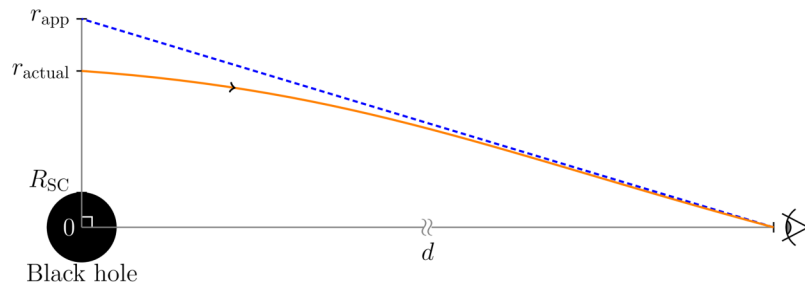
(T08.3) ზემოთ მოცემული რადიალური სიჩქარის განტოლება (ამ კითხვის პირველი განტოლება) შეიძლება შედარდეს ფორმის განტოლებასთან $\frac{v_r^2}{2} + V_{\text{eff}}(r) = E$ სინათლის ტრაექტორიებისთვის. V_{eff}/L^2 -ის სქემატური გრაფიკი r -ის ფუნქციად მოცემულია ქვემოთ.



(T08.3a) გრაფიკი მოუთითებს ორ სპეციალურ რადიუსზე, r_α და r_β . მიიღეთ r_α და r_β [2]
გამოსახულებები M -ისა და შესაბამისი მუდმივების საშუალებით.

(T08.3b) ფოტონი, რომელიც აკრეციული დისკიდან შავი ხვრელისაკენ მოძრაობს, ზოგიერთ შემთხვევაში მაინც შეუძლია უსასრულოდ გაქცევა. იპოვეთ მოტრიალების წერტილის ყველაზე მცირე რადიუსის გამოსახულება, r_t , ასეთი ფოტონისთვის, M -ითა და შესაბამისი მუდმივებით. იპოვეთ მინიმალური სამიზნე პარამეტრის გამოსახულება, $b_{\min}$, ამ ფოტონისთვის. [3]

(T08.4) სინათლის სხივი, რომელიც მოდის ცის სიბრტყეში r_{actual} რადიუსიდან სისტემის ცენტრიდან, განიცდის ძლიერ მოღუნვას შავი ხვრელის გრავიტაციის გამო და საბოლოოდ მიაღწევს დამკვირვებელს (აღნიშნულია თვალით) დიდი მანძილით d სისტემიდან, როგორც ნაჩვენებია ქვემოთ.

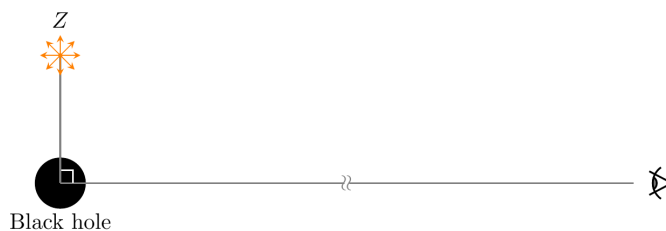


ამ დამკვირვებლისთვის, სხივი გამოჩნდება, თითქოს წარმოშობილი იყოს სხვა წერტილიდან, შავი ხვრელის ცენტრიდან $r_{\text{app}} \approx b$ მანძილით ცის სიბრტყეში, სადაც b არის იმ ფოტონის ტრეკტორიის სამიზნე პარამეტრი. აკრეციის დისკზე წერტილებისთვის $r = r_{\text{actual}}$, შეიძლება ვივარაუდოთ შემდეგი დამოკიდებულება:

$$b(r_{\text{actual}}) \approx r_{\text{actual}}(1 + R_{\text{SC}}/r_{\text{actual}})^{1/2}$$

შორეული დამკვირვებლისთვის, როგორც ჩვენთვის, აკრეციის დისკის პირდაპირი ხედვით, სისტემის გამოსახულება გამოჩნდება ცის სიბრტყეში წრიულად სიმეტრიული. განსაზღვრეთ გამოსახულების ყველაზე გარე წარმოსახვითი რადიუსი, r_{outer} , და ყველაზე შიდა წარმოსახვითი რადიუსი, r_{inner} , ასტრონომიული ერთეულებით. [5]

(T08.5) განვიხილოთ იზოლირებული ზემასიური შავი ხვრელი მასით $M = 6.5 \times 10^9 M_\odot$ აკრეციის დისკის გარეშე. ძლიერი ელექტრომაგნიტური გამოსხივების მოკლე აფეთქება ხდება 5 წმ-ის განმავლობაში წერტილ Z -ზე, რომელიც მდებარეობს შავი ხვრელიდან $r_Z = 6R_{\text{SC}}$ მანძილზე, როგორც ნაჩვენებია სურათზე. აფეთქება წერტილ Z -ზე ასხივებს სინათლეს ყველა მიმართულებით. დამკვირვებელი, რომელიც შავი ხვრელიდან შორს მდებარე წერტილზეა მოთავსებული (აღნიშნულია თვალით ქვემოთ მოცემულ სურათზე), იღებს შავი ხვრელის გარშემო რეგიონის ხანგრძლივ ექსპოზიციას 60 წამით.



აირჩიეთ სწორი ვარიანტი ქვემოთ მოცემული წინადადებებისთვის:

(T08.5a) სინათლის მოძრაობის შესაძლო გზების რაოდენობა Z-დან დამკვირვებამდე არის [2]
(A) მაქსიმუმ ერთი (B) ზუსტად ერთი (C) ზუსტად ორი (D) ორ-ზე მეტი.

(T08.5b) Z წერტილზე EM აფეთქების გამოსახულებების რაოდენობა, რომელიც გრძელ [2]
ექსპოზიციაზე გამოჩნდება, არის
(A) მაქსიმუმ ერთი (B) ზუსტად ერთი (C) ზუსტად ორი (D) ორ-ზე მეტი.

(T09) ატმოსფერული ხედვა

[35 ქულა]

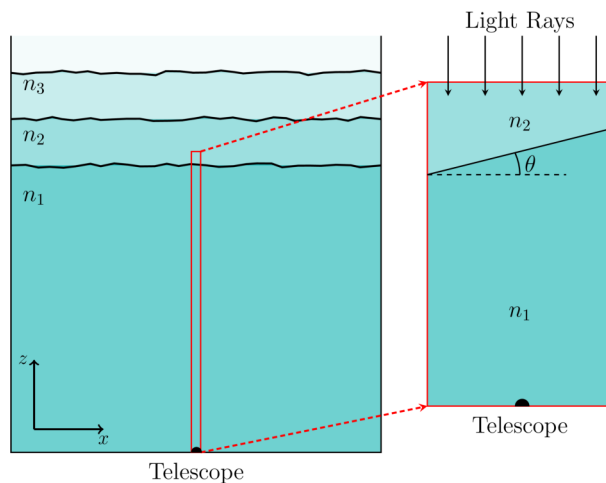
აქრომატული ამოზნექილი ობიექტივის ლინზის მქონე ტელესკოპი, რომლის დიამეტრია $D = 15$ სმ და ფოკუსური მანძილია $f = 200$ სმ, მიმართულია ზენიტში მდებარე ვარსკვლავისკენ.

(T09.1) იპოვეთ წერტილოვანი წყაროს გამოსახულების დიამეტრი (მეტრებში), d_{image} , რომელიც [1]
წარმოიქმნება ობიექტივის ლინზით მის ფოკალურ სიბრტყეზე მწვანე შუქისთვის ($\lambda = 550$ ნმ),
მხოლოდ დიფრაქციის ეფექტების გათვალისწინებით.

ასტრონომიული წყაროს გამოსახულებაზე ასევე გავლენას ახდენს ენ. "ატმოსფერული ხედვა".

ატმოსფეროს ფენებს შორის საზღვრები და ფენების რეფრაქციული ინდექსები უწყვეტად იცვლება ტურბულენტობის, ტემპერატურის ცვლილებისა და სხვა ფაქტორების გამო. ეს იწვევს გამოსახულების პოზიციის მცირე ცვლილებებს ტელესკოპის ფოკალურ სიბრტყეში, რაც ცნობილია როგორც "მბრწყინავი ეფექტი". ამოცანის დანარჩენი ნაწილისთვის, გარდა ვარსკვლავის გამოსახულების დიფრაქციული მეზღუდული ზომისა (როგორც ზემოთ გამოყენებულია), არანაირი ინტერფერენციული ეფექტები არ იქნება გათვალისწინებული.

ქვემოთ მოცემული ნახაზის მარცხენა პანელი აჩვენებს ატმოსფეროს ვერტიკალურ განივკვეთს მრავალფეროვანი რეფრაქციული ინდექსების ფენებით ($n_1, n_2, n_3, \dots$). მარჯვენა პანელი აჩვენებს ატმოსფეროს თხელი ვერტიკალური სექციის დაზომვულ ნახატს და ორ ყველაზე დაბალ ატმოსფერულ ფენას (რეფრაქციული ინდექსებით n_1 და n_2 ($n_1 > n_2$)) შორის საზღვარს. ჩვენ განვიხილავთ მხოლოდ ამ ორ ფენას და მათ საზღვარს ამ ამოცანისთვის. ნახაზებში ზომები არ არის დაცული.



(T09.2) დავუშვათ, რომ ორი ფენის საზღვარი მდებარეობს პირდაპირ ტელესკოპის ობიექტივიდან $H = 1$ კმ სიმაღლეზე. ეს ფენა დახრილია $\theta = 30^\circ$ კუთხით ჰორიზონტალური სიბრტყის მიმართ. ამ ამოცანის ყველა ნაწილში θ ითვლება დადებითად საათის ისრის საწინააღმდეგო მიმართულებით. მონოქრომატული სინათლის წყაროსთვის, $n_1 = 1.00027$ და $n_2 = 1.00026$. დავუშვათ, რომ ტელესკოპის ფოკალურ სიბრტყეში ზენიტში მყოფი ვარსკვლავის გამოსახულების კუთხური ნახაზცვლება არის α .

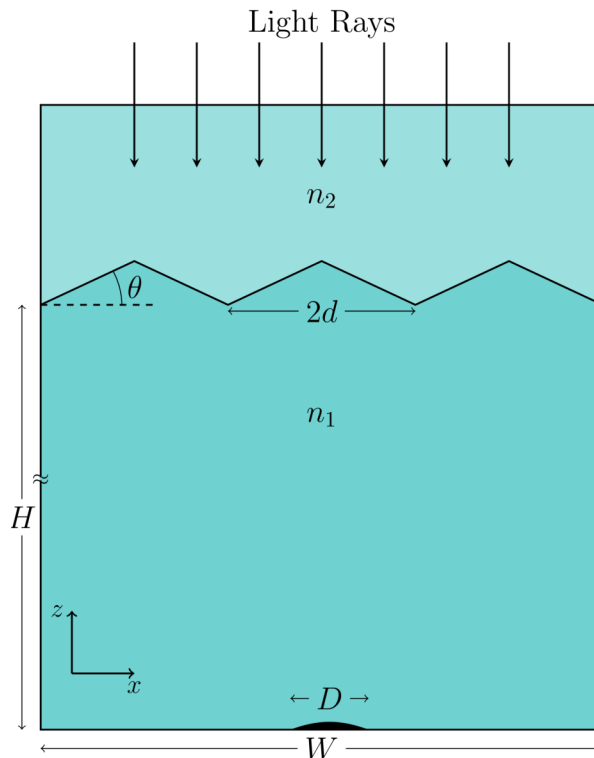
(T09.2a) დახაზეთ ამ საზღვარზე დაცემული სხივის დიაგრამა და დარწმუნდით რომ მასზე [2]
სწორად აღნიშნულია n_1, n_2, θ და α .

- (T09.2b) გამოსახეთ α , θ , n_1 და n_2 -ის მეშვეობით. გამოიყენეთ მცირე კუთხის მიახლოებები: $\sin \alpha \approx \alpha$ და $\cos \alpha \approx 1$. [2]
- (T09.2c) გამოთვალეთ გამოსახულების წანაცვლება, Δx_θ (მეტრებში), , თუ θ გაიზრდება 1%-ით (როდესაც n_1 და n_2 უცვლელია). [3]
- (T09.2d) გამოთვალეთ გამოსახულების წანაცვლება, Δx_n (მეტრებში), გამოსახულების პოზიციაში, თუ n_2 გაიზრდება 0.0001%-ით (როდესაც n_1 და θ უცვლელია). [3]
- (T09.3) ზენიტში მყოფი ვარსკვლავიდან მომავალი თეთრი სინათლისთვის, აირჩიეთ ქვემოთ მოცემული ვარიანტებიდან ის, რომელიც საუკეთესოდ აღწერს გამოსახულების ფორმასა და ფერს, შესაბამის ველში (✓)-ის მონიშვნის საშუალებით (მხოლოდ ერთი) Summary Answersheet-ში. გაითვალისწინეთ, რომ x იზრდება მარცხნიდან მარჯვნივ ნახაზში. [2]

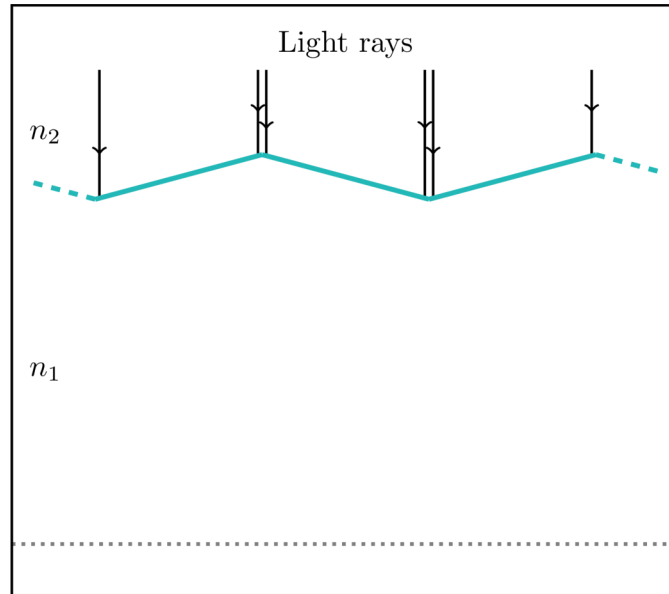
	გამოსახულების ფერი	გამოსახულების ფორმა	მარცხენა კიდე	მარჯვენა კიდე
A	თეთრი	წრიული		
B	თეთრი	ელიფსური		
C	ფერადი	წრიული	ლურჯი	ნითელი
D	ფერადი	წრიული	ნითელი	ლურჯი
E	ფერადი	ელიფსური	ლურჯი	ნითელი
F	ფერადი	ელიფსური	ნითელი	ლურჯი

ამ კითხვის ყველა დარჩენილი ნაწილისთვის განვიხილავთ მონოქრომატულ მწვანე შუქს $\lambda = 550$ ნმ ტალღის სიგრძით. ფენებს შორის საზღვარს ვამოდელოებთ, როგორც უსასრულო ზიგზაგური სიბრტყეების ნაკრებს (ეს სიბრტყეები ვერტიკალური განივკვეთის პერპენდიკულარულია). სიბრტყეები დამორებულია $d = 10$ სმ-ით x -ღერძის გასწვრივ, $\theta = 10^\circ$ ან $\theta = -10^\circ$ კუთხით.

ქვემოთ მოცემული ნახაზი (ზომები არ არის დაცული) აჩვენებს ატმოსფეროს ამ მოდელის განივკვეთს სიგანით W ($W \ll H$). დიდი აპერტურის მქონე ტელესკოპებისთვის საზღვრის ეს ზიგზაგური ბუნება იწვევს მცირე ლაქების წარმოქმნას ფოკალურ სიბრტყეში.



- (T09.4) განიხილეთ ზემოთ აღწერილი ატმოსფეროს მოდელი.
- (T09.4a) ქვემოთ მოცემულ დიაგრამაზე ნაჩვენებია ატმოსფეროს მონაკვეთი მიმდევრობითი ზიგზაგური სიბრტყეებით, იმავე პარამეტრებით, რაც ზემოთ მითითებულია (ზომები არ არის დაცული).



ამ დიაგრამაზე, რომელიც გამოვრებულია Summary Answersheet-ში, დახაზეთ დაცემული სინათლის სხივების გზები იმ სიბრტყეში, სადაც ტელესკოპის ობიექტივი განთავსებულია, ნაჩვენებია ნაცრისფერი დაშტრიხული ხაზით.

მონიშნეთ რეგიონი(ები), თუ ასეთი არსებობს, დიაგრამაზე "X"-ით, სადაც სინათლის სხივები არ მიაღწევს. [4]

(T09.4b) გამოთვალეთ ასეთი რეგიონის(ების) სიგანე W_X . [3]

(T09.4c) იპოვეთ ტელესკოპის ობიექტივის მაქსიმალური დიამეტრი, $D_{\max}$, რომლითაც შესაძლებელი იქნება ვარსკვლავის ერთიანი გამოსახულების მიღება, ტელესკოპის მდებარეობის სწორად არჩევით საზღვრის სტრუქტურის მიმართ. [4]

(T09.5) განიხილეთ შემთხვევა, როდესაც საზღვრის ზიგზაგის ფორმა ნებადართულია როგორც x , ასევე y მიმართულებით (როგორც პირამიდების ველი), და $D = 100$ სმ (სადაც $f = 200$ სმ). [6]

დახაზეთ მიღებული ლაქების თვისებრივი დიაგრამა Summary Answersheetში მოცემულ box-ში.

(T09.6) ტურბულენტური ატმოსფეროსთვის კვლავ განიხილეთ საზღვრის ფენის პარალელურად მოძრავი ზიგზაგის ფორმა მხოლოდ x -მიმართულებით, მაგრამ ახლა ორ სიბრტყეს შორის კუთხე იცვლება თანაბარი სიჩქარით 10° -დან -10° -მდე 1.0 ნმ-ში. ვივარაუდოთ, რომ ეს იწვევს გამოსახულების პოზიციის თანაბარ გადაადგილებას. [5]

განიხილეთ ტელესკოპი $D = 8$ სმ და $f = 1$ მ. შეაფასეთ მისი CCD კამერისთვის დაშვებული ყველაზე გრძელი ექსპოზიციის დრო $t_{\max}$, რათა მიიღოთ მხოლოდ ერთი გამოსახულება და მისი პოზიციის ნებისმიერი შესაძლო გადახრა დარჩეს გამოსახულების დიფრაქციული შეზღუდული დიამეტრის 1%-ზე ნაკლები.

(T10) დიდი აფეთქების ნუკლეოსინთეზი

[35 ქულა]

რადიაციის დომინაციის პერიოდში, ადრეულ სამყაროში, სამყაროს მასშტაბის კოეფიციენტი $a \propto t^{1/2}$, სადაც t არის დრო დიდი აფეთქებიდან. ამ პერიოდის უმეტეს ნაწილში, ნეიტრონები (n) და პროტონები (p) თერმულ წონასწორობაში რჩებიან ერთმანეთთან სუსტი ურთიერთქმედებების მეშვეობით. თავისუფალი ნეიტრონების ან პროტონების რიცხვითი სიმკვრივე (N) დაკავშირებულია ტემპერატურასთან T და მათ შესაბამის მასებთან m ისე, რომ

$$N \propto m^{3/2} \exp\left(-\frac{mc^2}{k_B T}\right),$$

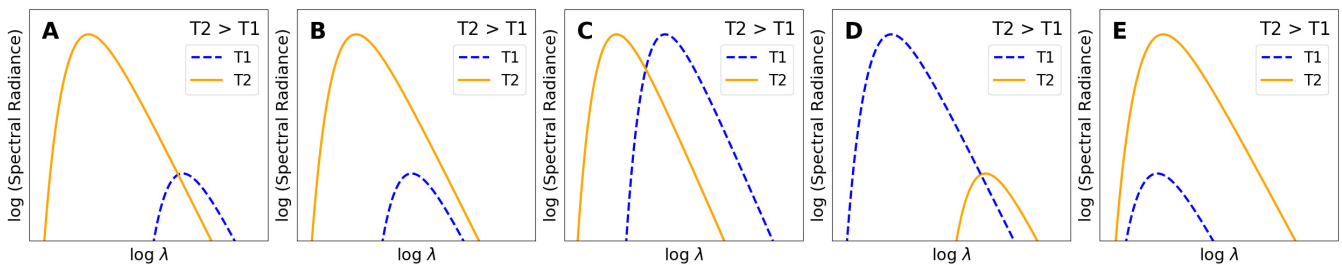
სანამ დრო $t \leq t_{wk} = 1.70$ წმ, როდესაც $k_B T \geq k_B T_{wk} = 800$ კეV. t_{wk} -ის შემდეგ, სუსტი ურთიერთქმედებები ვეღარ ინარჩუნებენ ასეთ წონასწორობას და თავისუფალი ნეიტრონები პროტონებად იშლებიან 610.4 წმ ნახევარდაშლის პერიოდით.

(T10.1) პროტონების რიცხვითი სიმკვრივე იყოს N_p , ხოლო ნეიტრონების - N_n . გამოთვალეთ ნეიტრონების შედარებითი სიუხვე, რომელიც მოცემულია t_{wk} დროს $X_{n, wk} = N_n / (N_n + N_p)$ შეფარდებით. [4]

(T10.2) ფოტონები ინარჩუნებენ თერმულ წონასწორობასა და შავი სხეულის სპექტრს ყველა ეპოქაში.

(T10.2a) იპოვეთ ინდექსი β , ისეთი, რომ $T(a) \propto a^\beta$. [2]

(T10.2b) განსაზღვრეთ, რომელი გრაფიკი აჩვენებს სპექტრული ენერგიის სიმკვრივის სწორ ქცევას ორი ტემპერატურისთვის T_1 და T_2 . მონიშნეთ (✓) სწორი ვარიანტი შეჯამების პასუხების ფურცელში. [2]



(T10.3) მას შემდეგ, რაც t_{wk} გადის, დეიტერიუმის პროტონებიდან და ნეიტრონებიდან წარმოქმნის პროცესი რეგულირდება სახას განტოლებით, რომელიც ინდოელმა ფიზიკოსმა პროფესორმა მეგნად სახამ შემოგვთავაზა, რაც შეიძლება გამარტივდეს როგორც

$$\frac{N_D}{N_n} = 6.5\eta \left(\frac{k_B T}{m_n c^2} \right)^{3/2} \exp \left(- \frac{(m_D - m_p - m_n) c^2}{k_B T} \right).$$

აქ, ბარიონების და ფოტონების შეფარდება η არის 6.1×10^{-10} , ხოლო N_D დეიტერიუმის რაოდენობრივი სიმჭიდროვეა.

(T10.3a) გრაფიკზე გამოსახეთ შეფარდება N_D/N_n შეჯამების პასუხების ფურცელზე, ტემპერატურის მინიმუმ 4 გონივრულად განაწილებული მნიშვნელობისთვის, რომლებიც მდებარეობენ დიაპაზონში $k_B T = [60, 70]$ keV, და გაავლეთ გლუვი მრუდი, რომელიც გადის ამ ნერტილებზე. [5]

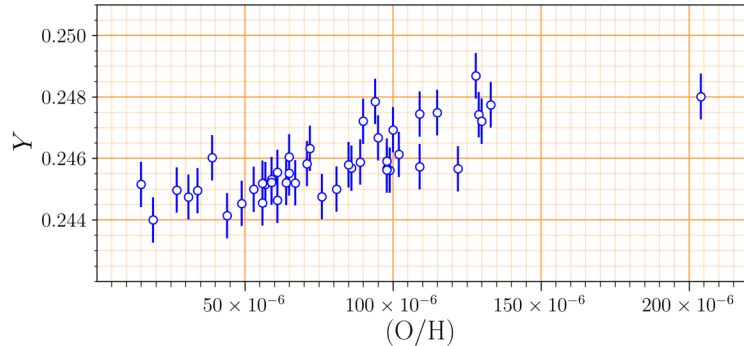
(T10.3b) გრაფიკიდან იპოვეთ $k_B T_{nuc}$ (keV-ში) როდესაც $N_D = N_n$. [1]

(T10.3c) ახლა ვივარაუდოთ, რომ ყველა თავისუფალი ნეიტრონი მყისიერად ერთიანდება პროტონებთან $k_B T_{nuc}$ -ზე დეიტერიუმის შესაქმნელად, და ყოველი მათგანი მყისიერად გარდაიქმნება ჰელიუმად (^4He). გამოთვალეთ შესაბამისი ეპოქა ან ნუკლეოსინთეზის დრო, t_{nuc} (წმ-ში), ჰელიუმის წარმოქმნისთვის. [4]

(T10.4) გამოთვალეთ $X_{n, nuc}$ მნიშვნელობა უშუალოდ t_{nuc} -მდე. [5]

(T10.5) პირველადი ჰელიუმის სიუხვე, Y_{prim} , განისაზღვრება როგორც მთლიანი ბარიონული მასის წილი სამყაროში, რომელსაც მოიცავს ჰელიუმი T_{nuc} -ის შემდეგ. მიიღეთ თეორიული შეფასება Y_{prim} -ის მნიშვნელობისთვის. მხოლოდ ამ გამოთვლისთვის, ჩათვალეთ, რომ $m_p \approx m_n$ და რომ ჰელიუმის მასა, $m_{He} \approx 4m_n$. [3]

(T10.6) ჰელიუმის პირველადი სიუხვე ძალიან რთული გასაზომია, რადგან ვარსკვლავები უწყვეტად გარდაქმნიან წყალბადს ჰელიუმად სამყაროში. ვარსკვლავების მიერ გალაქტიკაში დაბრუნების რაოდენობა ხასიათდება ჟანგბადისა (რომელიც ძირითადად ვარსკვლავების მიერ წარმოიქმნება) და წყალბადის შედარებითი რაოდენობრივი სიმკვრივით, აღნიშნული როგორც (O/H) , გალაქტიკაში. სხვადასხვა გალაქტიკებისთვის (O/H) და ჰელიუმის სიუხვის, Y , გაზომვების კომპილაცია ნაჩვენებია ქვემოთ.



გამოიყენეთ ამ გრაფიკზე არსებული ყველა წერტილი (რომელიც გამოჩენილია შეჯამების პასუხების ფურცელში) შემდეგზე პასუხის გასაცემად.

(T10.6a) შეფასეთ Y ლურჯი კომპაქტური ჯუჯა გალაქტიკისთვის, რომლის (O/H) მნიშვნელობაა 1.75×10^{-4} . [2]

(T10.6b) მოიპოვეთ ზემოთ მოცემულ მონაცემებზე მორგებული სწორი ხაზის დახრილობა $dY/d(O/H)$. [2]

(T10.6c) შეფასეთ ჰელიუმის პირველადი სიუხვე, $Y_{\text{prim}}^{\text{obs}}$, ზემოთ მოცემული დაკვირვებების საფუძველზე. [2]

(T10.7) განსხვავება Y_{prim} და $Y_{\text{prim}}^{\text{obs}}$ შორის შეიძლება გამოსწორდეს ბარიონებისა და ფოტონების თანაფარდობის η ცვლილებით. როდესაც η შემცირდება, როგორც ნაჩვენებია შეჯამების პასუხების ფურცელში $\downarrow$ -ით, მოუთითეთ ზრდა ($\uparrow$) ან შემცირება ($\downarrow$) შემდეგში: $N_D/N_n(T)$, T_{nuc} (როდესაც $N_D = N_n$), t_{nuc} , X_n , n_{nuc} , და Y_{prim} შეჯამების პასუხების ფურცელში მოცემულ ყუთებში. [3]

(T11) ვარსკვლავები გრაფების მეშვეობით

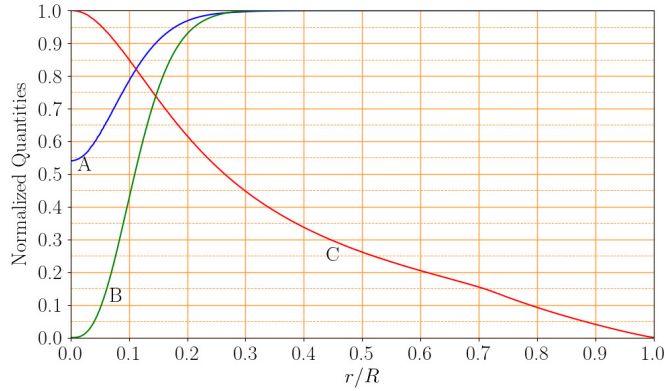
[50 ქულა]

ვარსკვლავები შეიძლება კარგად მივახლოვოთ როგორც სფერულად სიმეტრიული ობიექტები, ასე რომ r რადიალური მანძილი ცენტრიდან შეიძლება აირჩეს როგორც ერთადერთი დამოუკიდებელი ცვლადი ვარსკვლავური შიგთავსის მოდელირებისთვის. მასა, რომელსაც მდის r რადიუსის სფეროში, აღინიშნება როგორც $m(r)$. განათებულია $l(r)$ განისაზღვრება, როგორც r რადიუსის სფერულ ზედაპირში გამავალი ჯამური ენერგია ერთეულ დროში. სხვა საინტერესო სიდიდეები, მაგალითად, სიმკვრივე $\rho(r)$, ტემპერატურა $T(r)$, წყალბადის მასის წილი $X(r)$, ჰელიუმის მასის წილი $Y(r)$, და ბირთვული ენერგია ერთეულ მასაზე ერთეულ დროში $\epsilon_{\text{nuc}}(r)$, აღიქმება როგორც r -ის ფუნქციები. ამ ამოცანაში ჩვენ უგულებელვყოფთ ვარსკვლავის შიგნით ელემენტების დიფუზიისა და გრავიტაციული დასახლების ეფექტებს.

სიმბოლო "log" აღნიშნავს ლოგარითმს 10-ის ბაზით. ამოცანა შედგება სამი დამოუკიდებელი ნაწილისგან.

(T11.1) ნაწილი 1: ვარსკვლავის შიგნით

ქვემოთ მოცემული გრაფიკი აჩვენებს სამი სტრუქტურული სიდიდის, A , B და C -ს, ცვლილებას, როგორც r/R ფრაქციული რადიუსის ფუნქციას $1 M_{\odot}$ მასისა და 4 Gyr წლოვანების ვარსკვლავის მოდელში, სადაც R არის ვარსკვლავის ფოტოსფერული რადიუსი. ვარსკვლავის (ფოტოსფერულ) ზედაპირზე ჰელიუმის მასის წილი, Y_s , და მეტალურობა (ჰელიუმზე მძიმე ყველა ელემენტის მასის წილი) (ფოტოსფერულ) ზედაპირზე, Z_s , მოცემულია $(Y_s, Z_s) = (0.28, 0.02)$. გრაფიკებში ნაჩვენებია ყველა რაოდენობა ნორმალიზებულია მათი შესაბამისი მაქსიმალური მნიშვნელობებით.



(T11.1a) განსაზღვრეთ სამი სიდიდე A, B და C უნიკალურად ხუთი შესაძლებლობიდან: [6]

$$T(r), l(r), \epsilon_{\text{nuc}}(r), X(r), Y(r).$$

(ჩანერეთ A/B/C შესაბამისი სიდიდეების გვერდით Summary Answersheet-ში. თქვენი პასუხისთვის დასაბუთება საჭირო არ არის.)

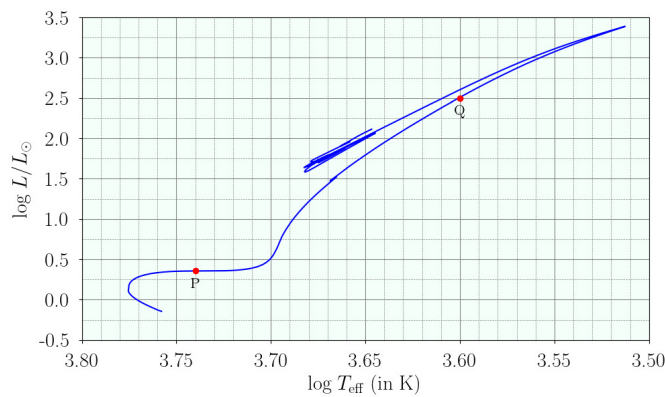
(T11.1b) რა არის Y_c ჰელიუმის მასის წილი ვარსკვლავის ცენტრში? [3]

(T11.1c) დახაზეთ (T11.1a)-ში მოცემული ხუთიდან დარჩენილი ორი სიდიდე (რომლებიც არ იყო განსაზღვრული როგორც A, B ან C მრუდები), როგორც r/R -ის ფუნქციები იმავე გრაფიკზე Summary Answersheet-ში და მონიშნეთ მათი შესაბამისი სიდიდეებით. [5]

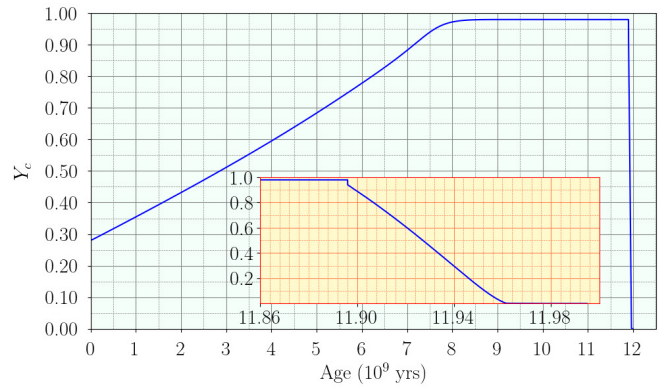
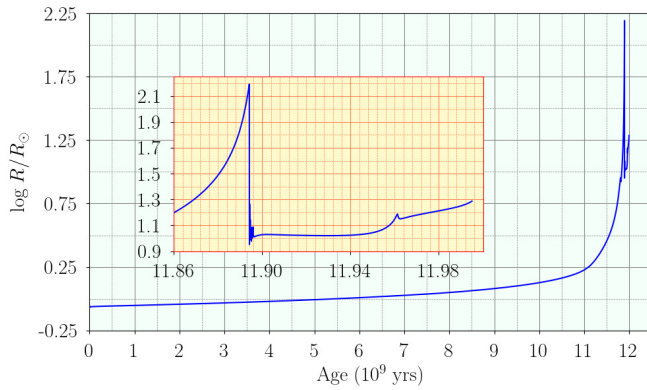
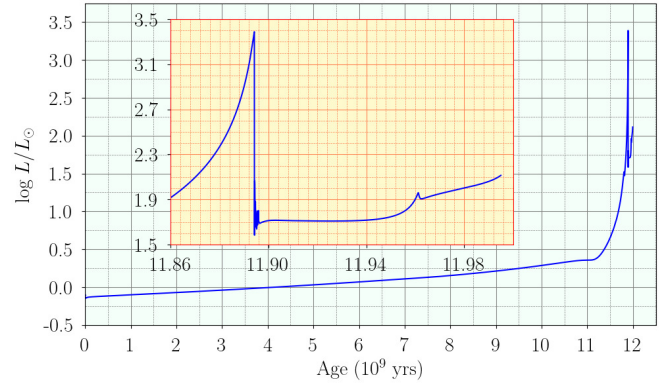
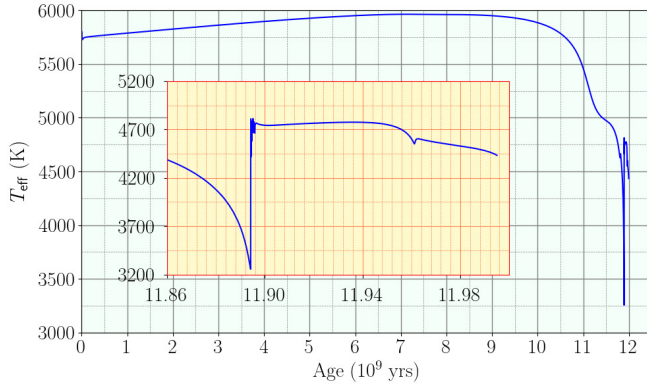
(T11.2) ნაწილი 2: ვარსკვლავების ევოლუცია

განიხილეთ $1M_{\odot}$ მასის ვარსკვლავის ევოლუცია, რომლის სანყისი ერთგვაროვანი შემადგენლობა მოცემულია ჰელიუმის მასისისა, $Y_0 = 0.28$, და მეტალების, $Z_0 = 0.02$ ფრაქციებით. ქვემოთ მოცემული ფიგურები აჩვენებენ ამ ვარსკვლავის სხვადასხვა გლობალური სიდიდეების ცვლილებას, ვარსკვლავის ZAMS-იდან (ხულოვანი ასაკის მთავარი თანმიმდევრობა) ბირთვში ჰელიუმის ზვის დასრულებამდე მისვლისას.

ქვემოთ მოცემული გრაფიკი აჩვენებს ვარსკვლავის ევოლუციურ ტრაექტორიას HR დიაგრამაზე ($\log L/L_{\odot}$ vs $\log T_{\text{eff}}$, სადაც L არის ზედაპირის განათებულობა და T_{eff} არის ეფექტური ტემპერატურა).



ქვემოთ მოცემული ფიგურა შეიცავს ოთხ გრაფიკს, რომლებიც აჩვენებენ T_{eff} -ის (K-ში), L -ის (გამოსახულია როგორც $\log L/L_{\odot}$), R -ისა (გამოსახულია როგორც $\log R/R_{\odot}$), და Y_c -ის იმავე ვარსკვლავის ასაკთან (10^9 წლებში) დამოკიდებულებას. თითოეულ ამ ოთხ გრაფიკში, ჩასმული ნაწილები დეტალურად აჩვენებს შესაბამისი სიდიდეების ცვლილებებს 11.86×10^9 წელიდან 12.00×10^9 წლამდე, მეტი სიზუსტისთვის.



გამოიყენეთ ეს გრაფიკები ქვემოთ მოცემული კითხვებზე პასუხების გასაცემად.

- (T11.2a) რა არის ვარსკვლავის მთავარი მიმდევრობის სიცოცხლის საშუალო ხანგრძლივობა, t_{MS} (წლებში)? [1]
- (T11.2b) რა არის ვარსკვლავის ბირთვში ჰელიუმის წვის საშუალო ხანგრძლივობა, Δt_{He} (წლებში)? [1]
- (T11.2c) ვარსკვლავის ცენტრში არსებული სანყისი წყალბადის რაოდენობის რა f_H ნაწილია დამწვარი, როდესაც ვარსკვლავის სიკაშკაშე არის $1 L_\odot$? [3]
- (T11.2d) რა არის ვარსკვლავის რადიუსი, R_1 ($R_\odot$ ერთეულებში), როდესაც ცენტრში არსებული სანყისი წყალბადის 60% წვა დასრულებულია? [3]
- (T11.2e) რა არის ვარსკვლავის რადიუსები, R_p და R_q ($R_\odot$ ერთეულებში), რომლებიც შეესაბამება მის P და Q პოზიციებს, შესაბამისად, როგორც აღნიშნულია HR - დიაგრამაზე? [4]

(T11.3) ნაწილი 3: მასის განაწილება ვარსკვლავის შიგნით

ვარსკვლავის შიგნით მასის განაწილების განტოლება მოცემულია სახით

$$\frac{dm(r)}{dr} = 4\pi r^2 \rho(r)$$

მოსახერხებელი იქნება ამ განტოლების გამოსახვა სამი უგანზომილებო ცვლადის თვალსაზრისით, კერძოდ, ფრაქციული მასით, q , ფრაქციული რადიუსითა, x , და შედარებითი სიმკვრივით, σ , რომელთაც განვსაზღვრავთ როგორც

$$q = m/M \quad x = r/R \quad \sigma = \rho/\bar{\rho}$$

სადაც M და R არის შესაბამისად ვარსკვლავის სრული მასა და რადიუსი, ხოლო $\bar{\rho} \equiv \frac{M}{\frac{4}{3}\pi R^3}$ არის

ვარსკვლავის საშუალო სიმკვრივე. იმ კონკრეტული ვარსკვლავისთვის, რომელსაც ამ ნაწილში განვიხილავთ, მოცემულია შემდეგი ინფორმაცია:

- ცენტრალური სიმკვრივე $\rho(x=0) = 80\bar{\rho}$
- ვარსკვლავის მასის ნახევარი მოთავსებულია მისი სრული რადიუსის შიდა 25%-ში, ხოლო მისი მასის 70% მოთავსებულია მისი სრული რადიუსის შიდა 35%-ში.

ამ კითხვის ყველა შემდგომ ნაწილში საკმარისი იქნება ყველა მიღებული რიცხვითი კოეფიციენტის დამრგვალება 0.005-ის ფარგლებში.

(T11.3a) გამოხატეთ ზემოთ მოცემული განტოლება, რომელიც აღწერს მასის დამოკიდებულებას რადიუსზე, x , $\frac{dq(x)}{dx}$ და $\sigma(x)$ ტერმინებით. [2]

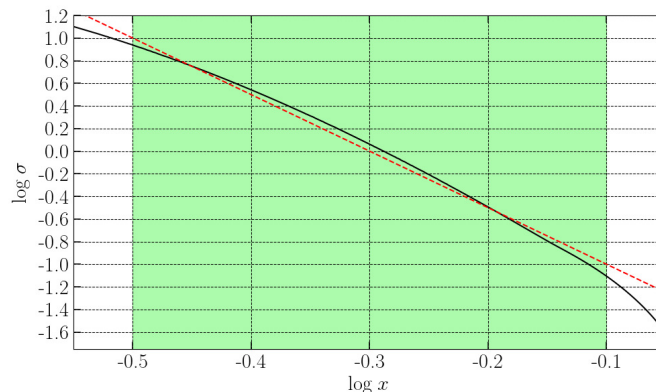
რადიუსით მასის განაწილების მისაღებად, საჭიროა ვიცოდეთ ვარსკვლავის შიგნით სიმკვრივის პროფილი. ამ ამოცანის მიზნისთვის, ჩვენ აღვწერთ სიმკვრივის ცვლილებას რადიუსთან ერთად x -ის ორ ინტერვალში:

- ვარსკვლავის შიდა ნაწილი: $0 \leq x \leq 0.32$
- ვარსკვლავის შუა ნაწილი: $0.32 < x < 0.80$

ჩვენ არ ვაკეთებთ რაიმე მიახლოებას გარე ნაწილზე, ანუ $0.80 \leq x \leq 1.00$.

(T11.3b) მიახლოება შუა ნაწილისთვის:

$\log \sigma$ -ის ცვლილება, როგორც $\log x$ -ის ფუნქცია ვარსკვლავის შუა ნაწილში ნაჩვენებია (შავი მრუდით) ქვემოთ მოცემულ გრაფიკზე. ჩვენ გავაკეთებთ წრფივ მიახლოებას (ნაჩვენებია წყვეტილი წითელი ხაზით გრაფიკზე) $\log \sigma$ -ისთვის, როგორც $\log x$ -ის ფუნქცია ინტერვალში $-0.5 < \log x < -0.1$, ანუ $0.32 \lesssim x \lesssim 0.80$ (ნაჩვენებია მწვანე ფონის ნაწილში). გარდა ამისა, ჩვენ მივაახლოვებთ ამ ხაზის დახრილობას უახლოესი მთელი რიცხვით.



გამოიყენეთ ეს მიახლოება $\sigma(x)$ -ის გამოსახულების დასაწერად, როგორც x -ის ფუნქცია $0.32 < x < 0.80$ განსაზღვრის არეში. [4]

(T11.3c) გამოიყენეთ (T11.3b)-ის შედეგი $q(x)$ -ის გამოსახულების დასაწერად $0.32 < x < 0.80$ განსაზღვრის არეში. [6]

(T11.3d) **მიახლოება შიდა ნაწილისთვის:**

ვარსკვლავის შიდა ნაწილში ($0 \leq x \leq 0.32$), სიმკვრივე შეგვიძლია მივაახლოვოთ როგორც რადიუსის წრფივი ფუნქცია, ანუ $\sigma(x) = Ax + B$, სადაც A, B არიან მუდმივები. განსაზღვრეთ A და B , და შესაბამისად მიიღეთ $q(x)$ -ის გამოსახულება $0 \leq x \leq 0.32$ ინტერვალში. გაითვალისწინეთ, რომ წინა ნაწილში და ამ ნაწილში მიღებულმა მიახლოებებმა შეიძლება გამოიწვიონ მცირე შეუსაბამოები სიმკვრივესა ან მასაში $x = 0.32$ -ზე. [8]

(T11.3e) (T11.3c) და (T11.3d) ნაწილებში მიღებული $q(x)$ -ის გამოსახულებები არიან მიახლოებები, რომლებიც კარგად აღწერენ მასის ცვლილებას რადიუსთან ერთად, მაგრამ მხოლოდ ვარსკვლავის კონკრეტულ რეგიონებში. $0.80 \leq x \leq 1$ შუალედისთვის (რომლისთვისაც ჩვენ არ გამოგვიყვანია რაიმე გამოსახულება), შესაძლებელია გამოიყენოთ შესაბამისი ექსტრაპოლაცია მეზობელი რეგიონიდან. გამოიყენეთ ეს მიახლოებული გამოსახულებები და მოცემული მონაცემები, რათა დაახლოებით გლუვი მრუდი (შესაბამისად $q(x)$ -ში ან მის წარმოებულში შეუსაბამოების გარეშე) $q(x)$ vs x მთელი ვარსკვლავისთვის ($0 \leq x \leq 1$), რომელიც წარმოადგენს მასის ცვლილებას რადიუსთან ერთად. [4]

(T12) **ჰოკინგის გამოსხივება შავი ხვრელებიდან**

[50 ქულა]

(T12.1) აშავი ხვრელი (BH) ჩვეულებრივ წარმოიქმნება მასიური ვარსკვლავის გრავიტაციული კოლაფსით მისი სიცოცხლის ციკლის ბოლოს, წერტილამდე, რომელსაც სინგულარობა ეწოდება. ასეთი ობიექტის ექსტრემალური გრავიტაციის გამო, არაფერი, რაც ე.წ. მოვლენათა ჰორიზონტში (სფერული ზედაპირი $r = R_{\text{SC}}$ -ზე, სადაც r არის მანძილი სინგულარობიდან) შედის, ვერ აღწევს მისგან. აქ, R_{SC} ცნობილია როგორც შვარცშილდის რადიუსი.

(T12.1a) **ჰოკინგის გამოსხივების წარმოშობის მოდელირება:** განვიხილოთ ნაწილაკების წყვილი, თითოეული მასით m , რომლებიც წარმოიქმნება BH ჰორიზონტის ორივე მხარეს. ერთი ნაწილაკი ჰორიზონტის გარეთაა $r \approx R_{\text{SC}}$ პოზიციაზე, ხოლო მეორე ნაწილაკი ჰორიზონტის შიგნითაა $r = \kappa R_{\text{SC}}$ პოზიციაზე. დავუშვათ, რომ ნაწილაკის სრული ენერგია მისი უძრაობის მასის ენერგიისაა mc^2 და BH-ის მიერ გამოწვეული გრავიტაციული პოტენციური ენერგიის ჯამია.

განსაზღვრეთ κ -ის მნიშვნელობა, რომლისთვისაც ნაწილაკების წყვილს ნულოვანი სრული ენერგია აქვს. [4]

(T12.1b) **შავი ხვრელის ტემპერატურა:** თუ ნაწილაკს, რომელიც ჰორიზონტის გარეთ წარმოიქმნა ზემოთ აღწერილ პროცესში, აქვს საკმარისი კინეტიკური ენერგია, ის შეიძლება გაიქცეს შავი ხვრელიდან პროცესში, რომელსაც ჰოკინგის გამოსხივება ეწოდება. ის ნაწილაკი, რომელიც ჰორიზონტის შიგნითაა და აქვს უარყოფითი ენერგია, მთაინთქმება და ამცირებს შავი ხვრელის მასას.

ვივარაუდოთ, რომ მთელი ჰოკინგის გამოსხივება შედგება ფოტონებისგან შავი სხეულის სპექტრით, რომელიც პიკს აღწევს ტალღის სიგრძეზე $\lambda_{\text{bh}} \approx 16 R_{\text{SC}}$. ცნობილია, რომ მზის მასის შავი ხვრელისთვის, $R_{\text{SC}, \odot} = 2.952$ კმ.

მიიღეთ გამოსახულება შავი ხვრელის ტემპერატურისთვის, T_{bh} , რომელიც შეესაბამება ამ შავი სხეულის გამოსხივებას, მისი მასისა M_{bh} და ფიზიკური კონსტანტების მეშვეობით. გამოთვალეთ შვარცშილდის რადიუსი, $R_{\text{SC}, 10\odot}$, და ტემპერატურა, $T_{\text{bh}, 10\odot}$, შავი ხვრელისთვის, რომლის მასა $10 M_{\odot}$ არის. [4]

(T12.1c) **შავი ხვრელის მასის დაკარგვა:** დავუშვათ, რომ ჰოკინგის გამოსხივება გამოდის მოვლენათა ჰორიზონტიდან.

მასა-ენერგიის ექვივალენტობის გამოყენებით, მიიღეთ მასის დაკარგვის სიჩქარის გამოსახულება, $dM_{bh}(t)/dt$, BH-ის მასისა $M_{bh}(t)$ და ფიზიკური კონსტანტების მეშვეობით.

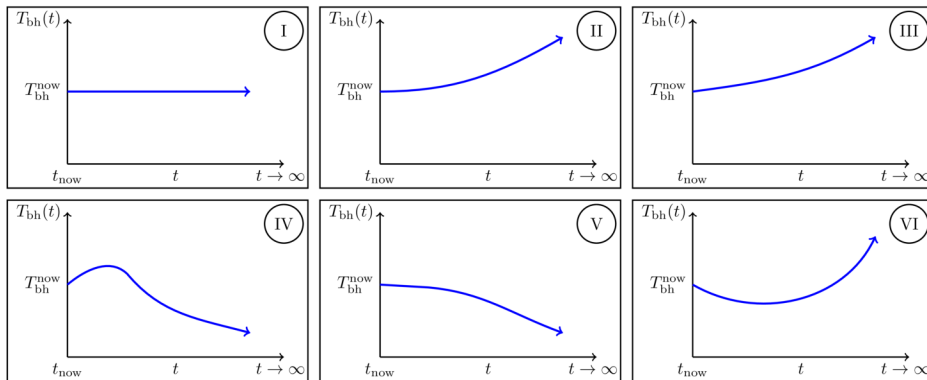
შესაბამისად, მიიღეთ $M_{bh}(t)$ -ის გამოსახულება BH-ისთვის, რომლის საწყისი მასაა M_0 . [8]
დახაზეთ $M_{bh}(t)$ როგორც t -ის ფუნქცია $M_{bh} = M_0$ -დან $M_{bh} = 0$ -მდე.

(T12.1d) **შავი ხვრელის სიცოცხლის ხანგრძლივობა:** მიიღეთ გამოსახულება შავი ხვრელის სიცოცხლის ხანგრძლივობისთვის τ_{BH} . ამ დროში M_0 საწყისი მასის მქონე შავი ხვრელი სრულად აორთქლდება ჰოკინგის გამოსხივების შედეგად. გამოსახეთ ეს დრო M_0 -ისა და ფიზიკური კონსტანტების გამოყენებით. გამოთვალეთ სიცოცხლის ხანგრძლივობა $\tau_{bh,10\odot}$ (წამებში) შავი ხვრელისთვის, რომლის $M_0 = 10 M_\odot$. [3]

(T12.1e) **შავი ხვრელი CMB გამოსხივების აბაზანაში:** განვიხილოთ იზოლირებული შავი ხვრელი სივრცეში, შორს სხვა სხეულებისგან. მისი ტემპერატურაა T_{bh}^{now} და იგი გარშემორტყმულია კოსმოსური მიკროტალღური ფონის (CMB), რომლის ახლანდელი ტემპერატურაა $T_{cmb}^{now} = 2.7$ K. შავ ხვრელს შეუძლია მასის გაზრდა CMB გამოსხივების მთანთქმით და მასის დაკარგვა ჰოკინგის გამოსხივებით.

მოითვალისწინეთ სამყაროს აჩქარებული გაფართოება და განსაზღვრეთ, მოცემული გრაფიკებიდან რომელი აჩვენებს T_{bh} -ის გრძელვადიან დროში ევოლუციას შემდეგ სამ შემთხვევაში:

(X) $T_{bh}^{now} > T_{cmb}^{now}$, (Y) $T_{bh}^{now} = T_{cmb}^{now}$, (Z) $T_{bh}^{now} < T_{cmb}^{now}$.



მოუთხოვეთ თქვენი პასუხი შესაბამისი box-ის მონიშვნით (მხოლოდ ერთი) თითოეული შემთხვევისთვის X, Y ან Z, Summary Answersheet-ში შესაბამისი ნახაზის ნომრის მიხედვით. [6]

(T12.2) პირველყოფილი შავი ხვრელები (PBHs) გაცილებით მცირე მასებით შეიძლება წარმოიქმნას ძალიან ადრეულ სამყაროში. ყველა შემდეგი კითხვა დაკავშირებულია PBHs-თან. აქ ნებისმიერი პროცესები რომლებიც ზრდის შავი ხვრელის მასას შეიძლება უგულებელვყოთ.

(T12.2a) **PBH აორთქლება თანამედროვე ეპოქაში:** როგორც შეიძლება შეამჩნიოთ წინა კითხვებზე პასუხებიდან, მზის მასის შავი ხვრელებს ძალიან დიდი დრო სჭირდებათ ასაორთქლებლად. თუმცა, რადგან PBH-ებს შეიძლება ჰქონდეთ გაცილებით მცირე მასა, ჩვენ შეგვიძლია დავაფიქსიროთ მათი აორთქლება თანამედროვე ეპოქაში.

იზოვით ისეთი შავი ხვრელის საწყისი მასა M_0 , PBH (კგ-ში), შვარცშილდის რადიუსი $R_{SC, PBH}$ (მ-ში) და ტემპერატურა T_{PBH} (K-ში), რომელიც შეიძლება აორთქლდეს სრულად თანამედროვე ეპოქაში, ანუ ის, რომლის სიცოცხლის ხანგრძლივობაა $\tau_{PBH} = 14$ მილიარდი წელი. [4]

(T12.2b) **PBH-ის ფორმირება:** რადიაციით დომინირებულ ადრეულ სამყაროში მასშტაბის კოეფიციენტი იცვლება როგორც $a(t) \sim t^{1/2}$. ამ პერიოდში, PBH-ები ფორმირდებიან ct ზომის რეგიონში მოქცეული მთლიანი ენერგიის კოლაფსის შედეგად. t არის სამყაროს ასაკი იმ დროს.

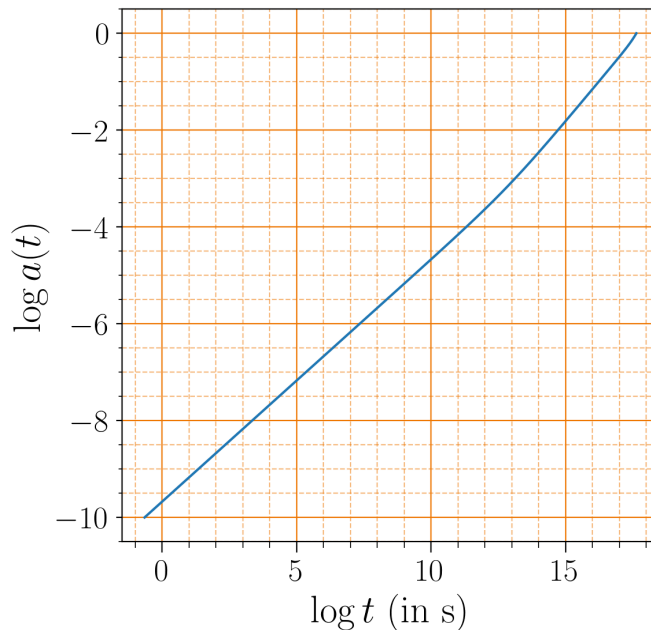
PBH მასით 1×10^{12} კგ ფორმირდება, როდესაც სამყაროს ასაკი დაახლოებით 1×10^{-23} წმ-ია. გამოთვალეთ სამყაროს ასაკი, t_{20} , როდესაც PBH მასით 1×10^{20} კგ ფორმირდება.

(T12.2c) **ჰოკინგის გამოსხივების გაზომილი სპექტრი PBH-დან:** განვიხილოთ PBH სანყისი მასით 1×10^{10} კგ, რომელიც სრულად აორთქლდება სივრცის ბოლოს, τ_{PBH} დროში. ამ ნაწილში, სიმარტივისთვის ვივარაუდოთ, რომ ჰოკინგის გამოსხივების უმეტესობა ამ დროს გამოიცილება, ტემპერატურით, რომელიც შეესაბამება მის სანყის მასას. ასევე, ვივარაუდოთ, რომ სამყაროს მასშტაბის კოეფიციენტი იცვლება როგორც $a(t) \sim t^{2/3}$.

გამოთვალეთ ამ ჰოკინგის გამოსხივების პიკის ტალღის სიგრძე, დედამიწაზე მყოფი დამკვირვებლისთვის, λ_{earth} , ამჟამინდელ ეპოქაში (როდესაც $t = 14$ მილიარდი წელი).

(T12.2d) **მალაქენერგიული კოსმოსური გამოსხივება PBH-დან:** ახლა დავუშვათ, რომ ჰოკინგის გამოსხივება, რომელიც გაიცემა რაღაც მოცემულ t დროს, შეესაბამება ფოტონებს, რომლებიც გაიცემა ენერგიით $k_B T_{bh}(t)$. ასევე, შავი ხვრელისთვის ყველაზე მაღალი შესაძლო ტემპერატურა არის პლანკის ტემპერატურა T_{Planck} , სადაც $k_B T_{\text{Planck}} = 1 \times 10^{19}$ GeV.

მასშტაბის კოეფიციენტის ევოლუცია შესაბამისი დროის მასშტაბებზე მოცემულია შემდეგ გრაფიკზე. მასშტაბის კოეფიციენტი დღეს არის 1-ის ტოლი. $t(s)$ დროის ღერძზე წარმოდგენს სამყაროს ასაკს წამებში.



თუ ფოტონი ენერგიით $E_{\text{det}} = 3.0 \times 10^{20}$ eV დაფიქსირებულია დედამიწაზე, განსაზღვრეთ PBH-ის სანყისი მასის ყველაზე დიდი და ყველაზე მცირე შესაძლო მნიშვნელობები (M_0^{max} და M_0^{min} , შესაბამისად), რომელიც შეიძლება იყოს პასუხისმგებელი ამ ფოტონზე.