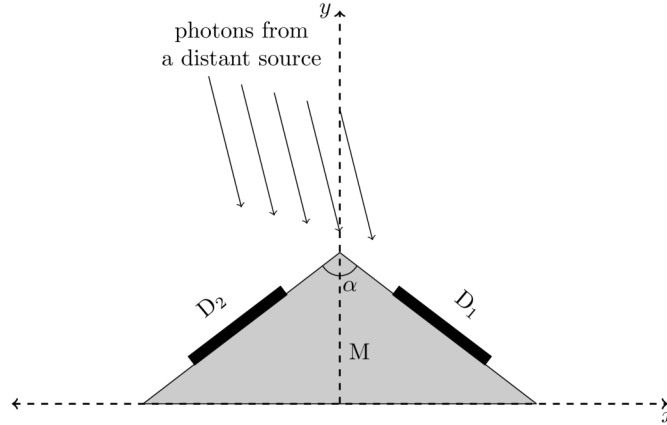


(T01) Daksha Missiyası

[10 bal]

“Daksha” iki peykdən ibarət təklif olunan Hindistan missiyasıdır: S_1 və S_2 Yer ətrafında eyni dairəvi orbitdə $r = 7000$ km radiusu ilə, lakin 180° faza fərqi ilə dövr edir. Bu peyklər yüksək enerji sahəsində (X-şüaları və γ -şüaları) kainatı müşahidə edirlər. Daksha peyklərinin hər biri bir neçə düz (müstəvi), düzbucaqlı detektordan istifadə edir.

Göydəki bir mənbənin yerini müəyyən etməyi anlamaq üçün Daksha missiyasının sadələşdirilmiş modelindən istifadə edəcəyik. Fərz edək ki, S_1 yalnız iki eyni detektora malikdir: D_1 və D_2 , hər biri $A = 0.50$ m² sahəyə malikdir və şəkildə göstəriləyi kimi qeyri-şəffaf montaj M-ə bərkidilmişdir. Detektorlar y -oxu ətrafında simmetrik olaraq x - y müstəvisinə perpendikulyar müstəvilərdə yerləşir və bir-biri ilə $\alpha = 120^\circ$ bucaq əmələ gətirir.



- (T01.1) Uzaqda yerləşən və x - y müstəvisində olan bir mənbəni müşahidə edərkən, D_1 detektoru $P_1 = 2.70 \times 10^{-10}$ J s⁻¹ gücünü və D_2 detektoru $P_2 = 4.70 \times 10^{-10}$ J s⁻¹ gücünü qeydə alır.

Mənbənin mövqe vektoru ilə müsbət y -oxu arasındakı bucaq η bucağını təxmin edin, müsbət y -oxundan saat əqrəbinin əksinə istiqamətdə ölçülən bucaq müsbət hesab olunur. [5]

Uzaqda yerləşən bir mənbədən (x - y müstəvisində olması vacib deyil) gələn tək bir signal nəzərdən keçirək. Bu signal Daksha-nın hər iki peyki (S_1 və S_2) tərəfindən qeydə alınır. Signalın maksimum anlarının qeydə alınma vaxtları müvafiq olaraq S_1 üçün t_1 və S_2 üçün t_2 -dir.

- (T01.2) Əgər $t_1 - t_2$ 10.0 ± 0.1 ms olaraq xətalı ölçüldüysə, onda mənbənin yerləşə biləcəyi səmavi sferanın hissəsini, f , müəyyən edin. [5]

(T02) Makar-Sankranti

[10 bal]

“Makar-Sankranti” festivalı Hindistanda Günəşin Yerdən müşahidə etdikdə Oğlaq bürcünün zodiak qursağı üzərindən keçən hissəsinə (Makar = Oğlaq, Sankranti = Giriş) daxil olduğu zaman qeyd olunur. Bu festival hazırda hər il yanvarın 14-də qeyd olunur. Çox uzun illər əvvəl bu bayram həmçinin Şimal yarımkürəsində Qış Günəş Duruşu ilə də üst-üstə düşürdü, hansı ki 21 dekabrda baş verir.

- (T02.1) Yuxarıdakı məlumatlara əsasən, bu festivalın sonuncu dəfə Şimal yarımkürəsində Qış Günəş duruşu ilə üst-üstə düşdüyü ili, y_c , tapın. [3]

(T02.2) Əgər Günəş 14 yanvar 2006-cı ildə Mumbayda yerli vaxtla saat 11:50:13-də Oğlaq bürcünə daxil olmuşdursa, onun 2013-cü ildə Oğlaq bürcünə daxil olma tarixini, D_{enter} , və yerli vaxtını, t_{enter} , hesablayın. [3]

(T02.3) Makar-Sankranti festivalı Oğlaq bürcünün zodiak bölgəsində ilk gün batımı günündə qeyd olunur. Yanvar ayında Mumbay üçün yerli gün batımı vaxtının 18:30:00 olduğunu qəbul edə bilərsiniz.

2006 və 2013 illəri arasında hər il festivalın qeyd olunma tarixini göstərin (Xülasə cavab vərəqində verilmiş cədvəldə müvafiq xananı işarələyin (✓)). [4]

(T03) Qravitasiya Dalğaları

[15 bal]

Ortaq kütlə mərkəzi ətrafında fırlanan qoşa (binary) qara dəliklər qravitasiya dalğaları yaradır. Qalaktikamızda kütlələri $M = 36 M_{\odot}$ və $m = 29 M_{\odot}$ olan iki qara dəliyi nəzərdən keçirək, bunlar kütlə mərkəzləri ətrafında orbital bucaq tezliyi ω olan dairəvi orbitlərdə fırlanırlar.

(T03.1) Nyuton cazibə qanununu qəbul edərək, qara dəliklər arasındakı məsafənin onların Şvarşild radiuslarının cəminin **4,0** mislinə bərabər olduğu t_{ini} anı üçün qara dəliklərin orbital bucaq tezliyini ω_{ini} , yalnız M , m və fiziki sabitlərdən asılı ifadəni çıxarın.

ω_{ini} qiymətini (rad s^{-1} ilə) hesablayın.

[5]

(T03.2) Ümumi nisbilik nəzəriyyəsində (general relativity), orbitdə olan qara dəliklər f_{GW} tezlikli qravitasiya dalğaları yayır, belə ki, $2\pi f_{\text{GW}} = \omega_{\text{GW}} = 2\omega$. Bu, qara dəliklərin orbitlərini kiçildir və nəticədə f_{GW} artır. f_{GW} -nin dəyişmə sürəti

$$\frac{df_{\text{GW}}}{dt} = \frac{96\pi^{8/3}}{5} G^{5/3} c^{\beta} M_{\text{chirp}}^{\alpha/3} f_{\text{GW}}^{\delta/3},$$

burada $M_{\text{chirp}} = \frac{(mM)^{3/5}}{(m+M)^{1/5}}$ "çirp kütləsi" adlanır.

α , β və δ dəyərlərini tapın.

[4]

(T03.3) Hadisə ilə əlaqəli cazibə dalğalarının ilk dəfə $t_{\text{ini}} = 0$ vaxtında aşkar edildiyini fərz edin.

[6]

f_{GW} çox böyük olduqda qara dəliklərin birləşmə anının müşahidə olunan vaxtı t_{merge} üçün yalnız ω_{ini} , M_{chirp} və fiziki sabitlərdən asılı ifadəni çıxarın.

t_{merge} qiymətini (saniyələrlə) hesablayın.

(T04) Balmer Azalması

[15 bal]

Dumanlıqla (nebula) əhatə olunmuş baş ardıcılıq ulduzunu nəzərdən keçirək. Ulduzun V filtirində görünən ulduz ölçüsü 11,315 maqnituddur. Dumanlığın ulduza yaxın ionlaşmış bölgəsi $H\alpha$ və $H\beta$ xətləri yayır; Bu xətlərin dalğa uzunluqları müvafiq olaraq $0.6563 \mu\text{m}$ və $0.4861 \mu\text{m}$ -dir. $H\alpha$ və $H\beta$ xətləri üzrə nəzəri olaraq proqnozlaşdırılan sellərin nisbəti $f_{H\alpha}/f_{H\beta} = 2.86$ -dir. Lakin, bu radiasiya soyuq tozlu dumanlığın xarici hissəsindən keçərkən, $H\alpha$ və $H\beta$ xətlərinin müşahidə olunan yayılma selləri müvafiq olaraq $6.80 \times 10^{-15} \text{ W m}^{-2}$ və $1.06 \times 10^{-15} \text{ W m}^{-2}$ -dir.

Udulma A_λ dalğa uzunluğunun funksiyasıdır və belə ifadə olunur:

$$A_\lambda = \kappa(\lambda)E(B - V).$$

Burada, $\kappa(\lambda)$ udulma əyrisidir və $E(B - V)$ isə B və V filtrlərində rəng artıqlığını göstərir. Udulma əyrisi (λ μm -də) aşağıdakı kimi verilir.

$$\kappa(\lambda) = \begin{cases} 2.659 \times \left(-1.857 + \frac{1.040}{\lambda}\right) + R_V, & 0.63 \leq \lambda \leq 2.20 \\ 2.659 \times \left(-2.156 + \frac{1.509}{\lambda} - \frac{0.198}{\lambda^2} + \frac{0.011}{\lambda^3}\right) + R_V, & 0.12 \leq \lambda < 0.63 \end{cases}$$

burada, $R_V = A_V/E(B - V) = 3.1$ ümumi udulmanın seçici udulma nisbətidir.

(T04.1) $\kappa(H\alpha)$ və $\kappa(H\beta)$ dəyərlərini tapın. [3]

(T04.2) Rəng artımı nisbətinin $\frac{E(H\beta - H\alpha)}{E(B - V)}$ dəyərini tapın. [4]

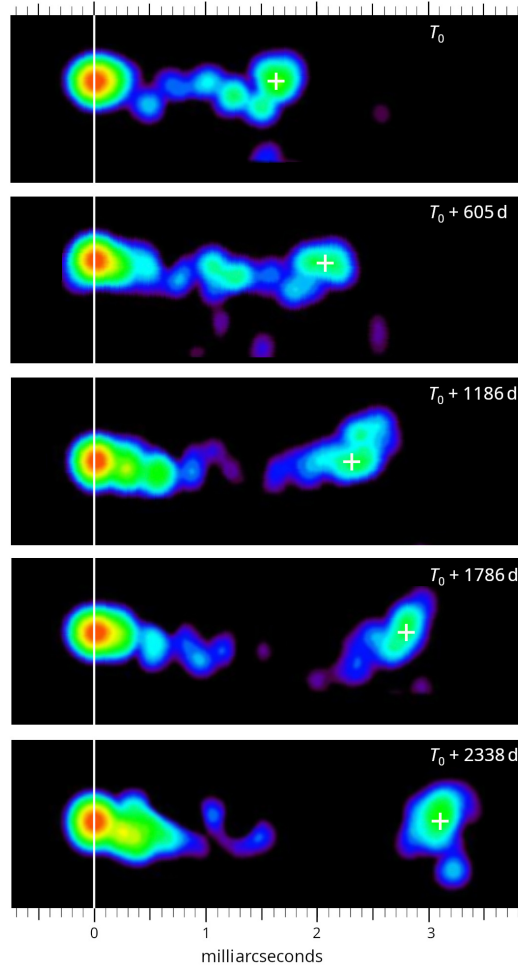
(T04.3) Dumanın səbəb olduğu udulmanı, müvafiq olaraq $A_{H\alpha}$ və $A_{H\beta}$, $H\alpha$ və $H\beta$ dalğa uzunluqlarında hesablayın. [6]

(T04.4) Dumanın V filtrində udulmasını (A_V) və ulduzun V filtrində görünən ulduz ölçüsünü, m_{V0} , duman olmadığı halda təxmin edin. [2]

(T05) Kvasarlar

[20 bal]

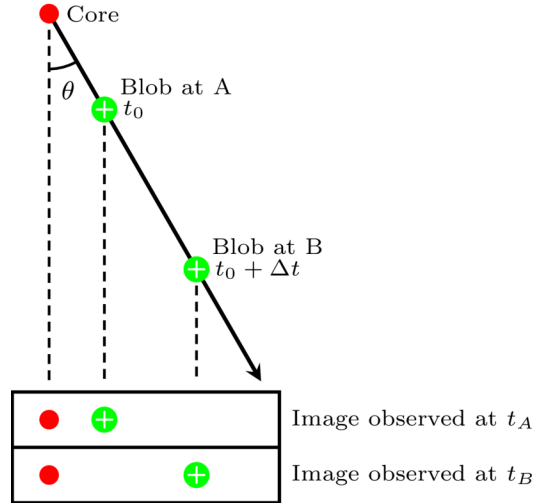
Kvazar — relativistik jetlər yayan superkütləvi qara dəlik tərəfindən “qidalanan” son dərəcə parlaq aktiv qalaktikadır. Şəkildə müxtəlif vaxtlarda çəkilmiş bir kvazarın radio görüntülərindən ibarət panel sırası göstərilir (qırmızıya sürüşmə $z = 0.53$, və parlaqlıq məsafəsi $D_L = 1.00 \times 10^{10}$ ly). “Nüvə” şaquli ağ xəttlə üst-üstə düşür, bu arada zaman keçdikcə ondan uzaqlaşan bir jet, içində “blob” (ağ + ilə işarələnmişdir). Hər panel müşahidə vaxtını göstərir (ilk şəkil üçün T_0 ilə başlayır) və bucaq miqyası fiqurun yuxarı və aşağı hissəsində göstərilir.



- (T05.1) Hər bir müşahidə üçün blobun kvazar nüvəsindən bucaq ayrılmasını, ϕ_{blob} (milliarcsaniyə ilə) və [5]
onun görüş xəttinə perpendikulyar istiqamətdə məsafəsini, l_{blob} (ışıq ili ilə) müəyyən edin. Daha
sonra, ardıcıl müşahidələrdən istifadə edərək blobun görüş xəttinə perpendikulyar istiqamətdə
görünən sürətini (v_{app}) və onun işıq sürətinə nisbətini, $\beta_{\text{app}} (= v_{\text{app}}/c)$ hesablayın. Həmçinin
bütün müşahidə dövrü ərzində orta görünən sürəti $\beta_{\text{app}}^{\text{ave}}$ hesablayın.

Kvazar jet əslində $v \equiv \beta c$ nisbi sürətlə hərəkət edir, lakin mütləq olaraq göy müstəvisində deyil; məsələn, o, aşağıdakı eskizdə göstəriləndi kimi, uzaq müşahidəçinin baxış xəttinə (kəsik xətlərlə göstərilən) nisbətən θ (baxış bucağı) bucağı yaradır.

Bu hissə və növbəti bütün hissələr üçün kvazarın qırmızı sürüşməsinə və hər hansı nisbilik effektlərini nəzərə almayın.



(T05.2) Blob tərəfindən iki fərqli zamanda t_0 (A mövqeyinə uyğun) və $t_0 + \Delta t$ (B mövqeyinə uyğun) yayılmış işıq müşahidəçiyə müvafiq olaraq t_A və t_B zamanlarında çatır. Beləliklə, müşahidə olunan zaman fərqi $\Delta t_{app} = t_B - t_A$ olur.

(T05.2a) $\frac{\Delta t_{app}}{\Delta t}$ nisbətini β və θ ifadə edin. [2]

(T05.2b) Bu nisbətdən istifadə edərək, β_{app} -i β və θ ilə ifadə edin. [2]

(T05.3) Hərəkət, əgər görünən sürət işıq sürətindən böyükdürsə ($\beta_{app} > 1$), superluminal adlanır və əgər belə deyilsə ($\beta_{app} < 1$), subluminal adlanır.

(T05.3a) $\beta_{app} = 1$ üçün, θ funksiyası olaraq β -nin hamar əyrisini çəkin ki, subluminal və superluminal hərəkətlər arasındakı sərhədi işarələyin. Qrafikdə superluminal bölgəni əyri xətlərlə (///) kölgələyin. [4]

(T05.3b) Superluminal hərəkətin baş verməsi üçün ən aşağı həqiqi jet sürətini ($\beta_{low} = v_{low}/c$) və onun müvafiq baxış bucağını θ_{low} tapın. [2]

(T05.4) Verilmiş β_{app} qiyməti üçün mümkün olan maksimum baxış bucağının, θ_{max} , ifadəsini tapın. [2]

Kvazarın nüvəsi, onun mərkəzi kompakt obyektə səbəbi ilə əlaqəli bölgələrdə baş verən daxili proseslər səbəbindən emissiyasında dəyişkənlik göstərir. Bu bölgənin ölçüsü (= radiusu) adətən nüvənin Şvartssild radiusunun təxminən beş misli olaraq qəbul edilir.

(T05.5) Müəyyən bir kvazarın nüvəsinin təxminən 1 saatlıq zaman miqyasında dəyişdiyi aşkar edilmişdir. [3]
Mərkəzi kompakt obyektin kütləsi üçün Günəş kütləsi vahidlərində yuxarı həddi, $M_{c, max}$, tapın.

(T06) Qalaktik Fırlanma

[20 bal]

Qalaktikamızın fırlanma əyrisi müxtəlif Qalaktik uzunluqlar l boyunca neytral hidrogen (HI) buludlarının Yerdən görüldüyü istiqamətdə sürət (line-of-sight velocity) ölçmələri əsasında, 21 sm HI xətti müşahidələri ilə müəyyən edilir. Qalaktik uzunluğu l olan, Qalaktik Mərkəzdən (QM) R məsafədə və Günəşdən D məsafədə yerləşən bir HI buludunu nəzərdən keçirin. Günəşin QM-dən $R_0 = 8.5$ kpc məsafədə olduğunu qəbul edin. Həm Günəşin, həm də HI buludunun Qalaktik müstəvidə QM ətrafında dairəvi orbitlərdə olduğunu və onların müvafiq olaraq bucaq sürətləri Ω_0 və Ω , fırlanma sürətləri isə V_0 və V olduğunu fərz edin.

Buludun Yerdən göründüyü istiqamətdə sürəti (V_r) və tangensial sürət (V_t) komponentləri, Günəşdən müşahidə edildikdə, aşağıdakı kimi ifadə edilə bilər:

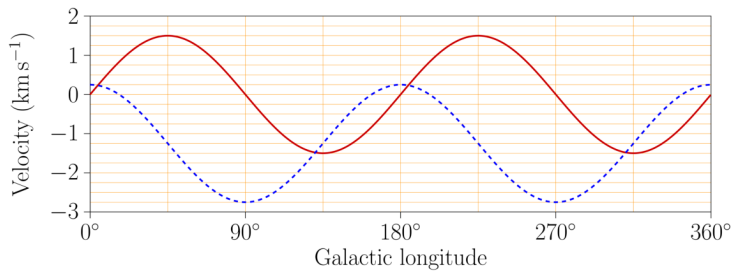
$$V_r = (\Omega - \Omega_0)R_0 \sin l$$

$$V_t = (\Omega - \Omega_0)R_0 \cos l - \Omega D$$

Şimal Qalaktik Qütbündən baxıldıqda, obyektlərin galaktika ətrafında hərəkəti saat əqrəbi istiqamətindədir. Bu problem boyunca buludların Yerdən göründüyü istiqamətdə uzaqlaşdığı zaman sürət müsbət qəbul ediləcək və buludlar nöqtəvi obyektlər kimi qəbul ediləcəkdir.

(T06.1) Cavab vərəqində verilmiş qrafikdə, V_r funksiyasını D -dən asılı olaraq $D = 0$ -dan $D = 2R_0$ -a [5] qədər iki görüş xətti üçün çəkin: (i) $l = 45^\circ$ və (ii) $l = 135^\circ$. Hər bir xəttinizi/əyrinizi l dəyəri ilə işarələyin.

(T06.2) Aşağıdakı qrafik Günəşdən 100 pc məsafədə olan ulduzların orta radial (bərk, qırmızı əyri) və tangensial (kəsik, mavi əyri) sürət komponentlərini Qalaktik uzunluq funksiyası kimi göstərir.



Qrafikdən istifadə edərək, Günəşin GC ətrafında orbital dövrünü (P) mega-illərlə (Myr) təxmin edin. [3]

(T06.3) Jan Oort qeyd etdi ki, Günəş sisteminin yaxınlığında ($D \ll R_0$), bucaq sürətlərindəki fərq ($\Omega - \Omega_0$) kiçik olacaq və buna görə də, Günəşdən müşahidə edildikdə Yerdən göründüyü istiqamətdə sürəti və tangensial sürət komponentləri üçün aşağıdakı birinci dərəcəli yaxınlaşmanı əldə etdi:

$$V_r = AD \sin 2l$$

$$V_t = AD \cos 2l + BD$$

burada A və B Oort sabitləri kimi tanınır.

Gəlin iki halı nəzərdən keçirək:

(I) Qalaktikanın faktiki müşahidə olunan fırlanma əyrisi və

(II) Qalaktikada qaranlıq maddənin mövcud olmadığı və galaktikanın bütün kütləsinin mərkəzində cəmləşdiyi hipotetik bir ssenari üçün fırlanma əyrisi.

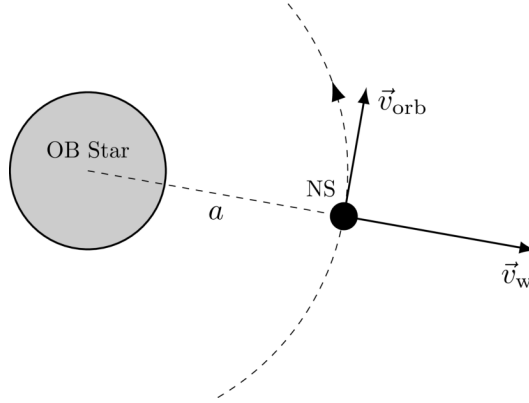
(T06.3a) Günəşin yerləşdiyi nöqtədə fırlanma sürətinin radial qradienti üçün ifadələri hər iki [2] hal üçün çıxarın, $\left. \frac{dV}{dR} \right|_{R=R_0}$.

(T06.3b) A və B ifadələrini V_0 , R_0 və Günəşin yerləşdiyi nöqtədə fırlanma sürətinin radial [8] qradienti ilə ifadə edin, $\left. \frac{dV}{dR} \right|_{R=R_0}$.

(T06.3c) Oort sabitlərinin hər iki verilmiş hal üçün nisbəti (A/B), (I) və (II), müvafiq olaraq F_I [2] və F_{II} kimi təyin edilir. F_I və F_{II} tapın.

Kompakt ulduzun iştirak etdiyi qoşa sistemdə, əgər yoldaş ulduz Roche lobunu aşmırsa, kompakt ulduz üçün əsas akkresiyanın əsas mənbəyi yoldaş ulduzdan gələn ulduz küləyidir. Bu küləklə qidalanan akkresiya, erkən tipli ulduz (məsələn, O və ya B ulduzu, bundan sonra OB ulduzu kimi göstəriləcək) ilə yanaşı, yaxın orbitdə neytron ulduzu (NS) kimi kompakt obyekt olan sistemlərdə mühüm rol oynayır.

Belə bir NS-OB qoşa ulduz sistemini nəzərdən keçirək: burada kütləsi $M_{\text{NS}} = 2.0 M_{\odot}$ və radiusu $R_{\text{NS}} = 11 \text{ km}$ olan neytron ulduzu OB ulduzunun mərkəzi ətrafında radiusu a olan dairəvi orbitdə $v_{\text{orb}} = 1.5 \times 10^5 \text{ m s}^{-1}$ sürətlə dövr edir (aşağıdakı şəkildə baxın). Bu problem boyunca OB ulduzundan kütlə itkisi sferik simmetrik olaraq qəbul edilir və onun sürəti $\dot{M}_{\text{OB}} = 1.0 \times 10^{-4} M_{\odot} \text{ yr}^{-1}$ olduğu qəbul edilir.



- (T07.1) Akkresiya radiusu, R_{acc} , neytron ulduzdan (NS) ulduz küləyinin tutulması mümkün olan maksimal məsafə kimi müəyyən olunur. NS-nin orbital məsafəsində ulduz küləyinin sürəti $v_w = 3.0 \times 10^6 \text{ m s}^{-1}$ olarsa, standart qaçış sürəti (escape velocity) hesablamasından istifadə edərək yuxarıdakı sistem üçün R_{acc} -i km-lərlə tapın. [3]

- (T07.2) Bütün tutulan materialın NS tərəfindən mənimsənildiyini fərz edərək, ulduz küləyindən NS-ə kütlə mənimsəmə sürətini, $\dot{M}_{\text{acc}}$, $M_{\odot} \text{ yr}^{-1}$ vahidlərində qiymətləndirin, əgər $a = 0.5 \text{ au}$. Radiasiya təzyiqinin və mənimsənilən qazın sonlu soyuma vaxtının təsirlərini nəzərə almayın. [3]

- (T07.3) İndi ulduz küləyinin orbital məsafədə a (NS yaxınlığında) sürətinin NS-in orbital sürəti ilə müqayisə olunduğu vəziyyəti nəzərdən keçirin. Bu halda NS-ə ulduz küləyindən kütlə yığılma sürəti $\dot{M}_{\text{acc}} = \dot{M}_{\text{OB}} f(\tan \beta, q)$ formasında bir ifadə ilə veriləcəkdir, burada $q = M_{\text{NS}}/M_{\text{OB}}$ qoşa sistemin kütlə nisbətidir və β NS çərçivəsində külək sürəti istiqaməti ilə OB ulduzuna radial istiqamət arasındakı bucaqdır. $f(\tan \beta, q)$ ifadəsini $M_{\text{OB}} \gg M_{\text{NS}}$ olduğunu qəbul edərək əldə edin. [6]

- (T07.4) Tam ionlaşmış materialın radial şəkildə çökməsini və NS-in güclü maqnit sahəsi $\vec{B}$ səbəbindən maneə törədildiyini nəzərdən keçirin. Bu təsir $\frac{B^2}{2\mu_0}$ ilə verilən təzyiq kimi modelləşdirilə bilər. NS-in ekvatorial müstəvisində maqnit sahəsinin böyüklüyünün r məsafəsi ilə dəyişdiyini və $r \gg R_{\text{NS}}$ üçün

$$B(r) = B_0 \left(\frac{R_{\text{NS}}}{r} \right)^3$$

olduğunu fərz edəcəyik, burada B_0 NS-in ekvatorundakı maqnit sahəsidir. Maqnit dipolunun oxunun NS-in fırlanma oxu ilə uyğun olduğunu fərz edin.

- (T07.4a) Ekvatorial müstəvidə maqnit təzyiqini, $P_{\text{eq, mag}}$, B_0 , R_{NS} , r və digər uyğun sabitlər baxımından əldə edin. [1]

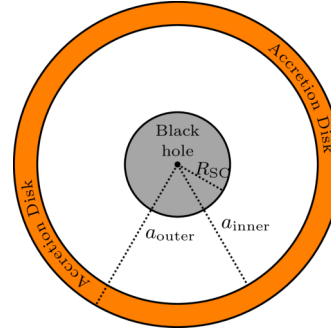
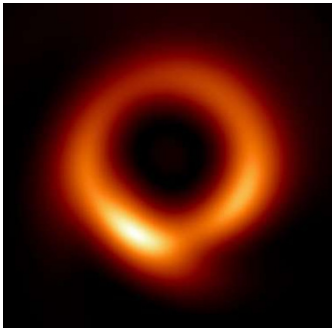
- (T07.4b) Ekvatorial müstəvidə maqnit sahəsi tərəfindən çökmə axınının dayandırıldığı maksimum məsafə maqnitofər radiusu R_m adlanır. Bu maddə axını, gələn ulduz küləyi ilə NS arasındakı nisbi hərəkət səbəbindən təzyiq göstərəcəkdir. R_m ilə R_{acc} üst-üstə düşdüyü zaman kritik maqnit sahəsi $B_{0,c}$ üçün təxmini ifadə əldə edin və onun dəyərini Tesla ilə hesablayın. $r > R_m$ üçün maqnit təsirləri nəzərə alınmır və $v_w \gg v_{orb}$ olduğunu nəzərə alın. [7]

(T08) Qara dəliyin kölgəsi

[20 bal]

Hadisə Üfəyü Teleskopu (EHT) M87 qalaktikasının mərkəzindəki superkütləvi qara dəliyin şəklini yayımlayıb, bu şəkil aşağıdakı şəkildə sol tərəfdə göstərilmişdir.

Bu şəkilin bəzi sadə xüsusiyyətlərini başa düşmək üçün, kütləsi $M = 6.5 \times 10^9 M_\odot$, olan fırlanmayan, statik, sferik simmetrik bir qara dəliyin sadələşdirilmiş modelini nəzərdən keçirəcəyik. Qara dəlik kütləsiz, nazik, müstəvi bir akresiya diski ilə əhatə olunub; diskin daxili və xarici radiusları müvafiq olaraq $a_{inner} = 6R_{SC}$ və $a_{outer} = 10R_{SC}$ - dir, burada R_{SC} Şvartssild radiusudur. Üstdən baxış (face-on) sxemi aşağıdakı şəkildə sağ tərəfdə göstərilmişdir (şəkil miqyaslı deyil).



Biz hesab edirik ki, akresiya diski nəzərə alınacaq yeganə işıq mənbəyidir. Diskin hər nöqtəsi bütün istiqamətlərdə işıq yayır. Bu işıq qara dəliyin cazibə sahəsinin təsiri altında hərəkət edir. Işıq şüalarının yolu aşağıda verilmiş iki tənliklə ifadə olunur (bunlar Günəş ətrafında bir obyektin tənliklərinə bənzəyir):

$$\frac{1}{2}v_r^2 + \frac{L^2}{2r^2} \left(1 - \frac{2GM}{c^2 r}\right) = E \quad ; \quad v_\phi = r\omega = \frac{L}{r}$$

burada $r \in (R_{SC}, \infty)$ radial koordinatdır, $\phi \in [0, 2\pi)$ azimutal bucaqdır və E və L qorunan enerji və qorunan impuls momenti ilə əlaqəli sabitlərdir.

Burada $v_r \equiv dr/dt$ radial sürət, v_ϕ tangensial sürət və $\omega \equiv d\phi/dt$ bucaq sürətidir. Trajektoriya üçün təsir parametri b olaraq təyin edirik: $b = L/\sqrt{2E}$. Zaman genişlənməsi bu məsələdə nəzərə alınmır.

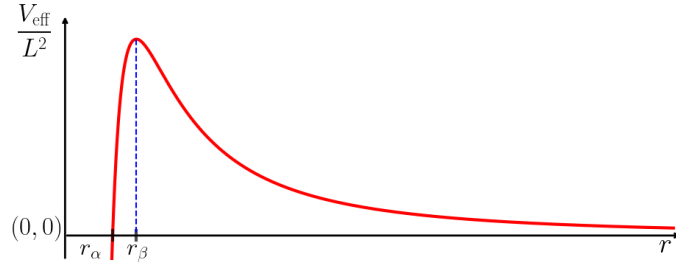
Başqa bir faydalı tənlik birinci tənliyi diferensiallaşdırmaqla əldə edilir:

$$\frac{dv_r}{dt} - \frac{L^2}{r^3} + \frac{3GML^2}{c^2 r^4} = 0$$

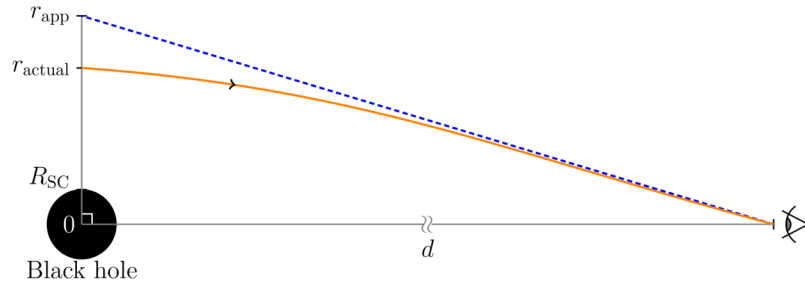
- (T08.1) Qara dəlik ətrafında dairəvi işıq trayektoriyaları mövcud ola bilər. Belə foton trayektoriyaları üçün radiusu, r_{ph} , və təsir parametrini, b_{ph} , M və müvafiq sabitlər baxımından tapın. [4]

- (T08.2) Işığın dairəvi yolu boyunca bir tam dövrü tamamlamaq üçün tələb olunan zamanı, T_{ph} , saniyələrlə hesablayın. [2]

- (T08.3) Yuxarıda verilmiş radial sürət tənliyi (bu sualdakı birinci tənlik) işıq trayektoriyları üçün $\frac{v_t^2}{2} + V_{\text{eff}}(r) = E$ formasında olan tənliklə müqayisə edilə bilər. Aşağıda V_{eff}/L^2 -nin r -ə funksiyası kimi sxematik qrafiki verilmişdir.



- (T08.3a) Qrafik iki xüsusi radiusu, r_α və r_β göstərir. r_α və r_β ifadələrini M və müvafiq sabitlər ilə əldə edin. [2]
- (T08.3b) Akkresiya diskindən qara dəliyə doğru içəriyə hərəkət edən bir foton bəzi hallarda sonsuzluğa qaça bilər. Belə bir foton üçün dönmə nöqtəsi radiusunun ən kiçik qiymətinin ifadəsini, r_t , M və müvafiq sabitlər ilə tapın. Bu foton üçün təsir parametrinin minimum qiymətinin ifadəsini, b_{min} , tapın. [3]
- (T08.4) Göy müstəvisində, sistemin mərkəzindən r_{actual} radiusundan gələn bir işıq şüası qara dəliyin cazibəsi səbəbindən güclü şəkildə əyiləcək və nəticədə, aşağıda göstəriləyi kimi, sistemdən böyük məsafə d uzaqlıqda yerləşən müşahidəçiyə (göz işarəsi ilə göstərilib) çatacaq.

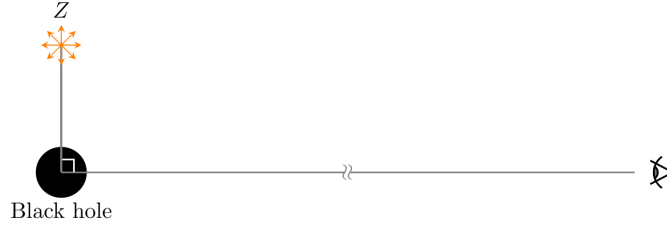


Bu müşahidəçiyə görə, şüa göy müstəvisində qara dəlik mərkəzindən $r_{\text{app}} \approx b$ məsafədə fərqli bir nöqtədən gəlmiş kimi görünəcək, burada b həmin foton trayektoriyası üçün təsir parametridir. $r = r_{\text{actual}}$ olan akkresiya diskindəki nöqtələr üçün aşağıdakı əlaqəni qəbul etmək olar:

$$b(r_{\text{actual}}) \approx r_{\text{actual}}(1 + R_{\text{SC}}/r_{\text{actual}})^{1/2}$$

Bizim kimi uzaq müşahidəçi üçün, akkresiya diskini üzbəüz görməklə, sistemin görüntüsü göy müstəvisində dairəvi simmetrik görünəcək. Görüntünün ən xarici görünən radiusunu, r_{outer} , və ən daxili görünən radiusunu, r_{inner} , au vahidlərində müəyyən edin. [5]

- (T08.5) Kütləsi $M = 6.5 \times 10^9 M_\odot$ olan təcrid olunmuş superkütləvi qara dəliyi, heç bir akkresiya diski olmadan nəzərdən keçirin. Şəkildə göstəriləyi kimi, qara dəlikdən $r_Z = 6R_{\text{SC}}$ məsafədə Z nöqtəsində 5 saniyəlik qısa və güclü elektromaqnit şüalanması baş verir. Z nöqtəsindəki partlayış bütün istiqamətlərə işıq yayır. Qara dəlikdən uzaq bir nöqtədəki müşahidəçi (şəkildə göz ilə göstərilmişdir) qara dəlik ətrafındakı bölgənin 60 saniyəlik uzun müddətli görüntüsünü çəkir.



Aşağıdakı ifadələr üçün doğru seçimi seçin:

- (T08.5a) Z-dən müşahidəçiyə işığın keçə biləcəyi mümkün yolların sayı [2]
(A) Ən çox bir (B) Dəqiq bir (C) Dəqiq iki (D) İkidən çox.
- (T08.5b) Z-dəki EM partlayışının uzun müddətli təsvirində görünəcək şəkillərin sayı [2]
(A) Ən çox bir (B) Dəqiq bir (C) Dəqiq iki (D) İkidən çox.

(T09) Atmosferik Görmə

[35 bal]

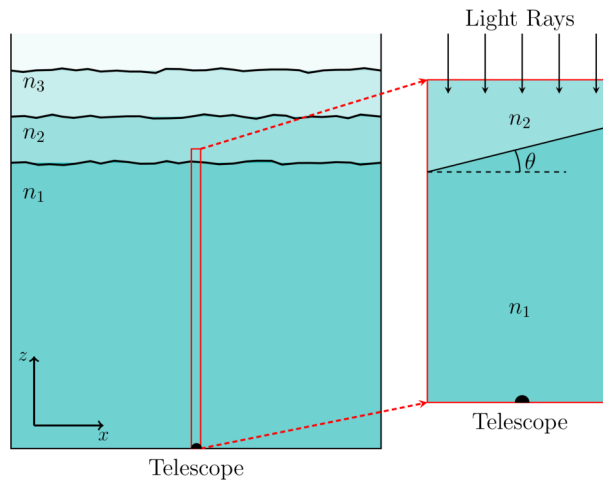
Diametri $D = 15$ sm və fokus məsafəsi $f = 200$ sm olan axromatik toplayıcı obyektiv linzalı teleskop zenitdəki ulduza yönəldilib.

- (T09.1) Yaşıl işıq üçün ($\lambda = 550$ nm), yalnız difraksiya təsirlərini nəzərə alaraq obyektiv linza [1]
tərəfindən fokal müstəvidə yaradılan nöqtəvi mənbənin təsvirinin diametrini (m ilə), d_{image} , tapın.

Astronomik mənbənin təsviri, həmçinin “atmosferik seeing” adlanan təsirə məruz qalır.

Atmosferdəki təbəqələr arasındakı sərhədlər və təbəqələrin sınma göstəriciləri turbulentlik, temperatur dəyişiklikləri və digər amillər səbəbindən davamlı olaraq dəyişir. Bu, teleskopun fokus müstəvisində təsvirin mövqeyində kiçik dəyişikliklərə, “parıldama effekti” kimi tanınan təsirə səbəb olur. Problemin qalan hissəsi üçün, ulduzun təsvirinin difraksiya ilə məhdudlaşdırılmış sonlu ölçüsündən (yuxarıda istifadə edildiyi kimi) başqa, heç bir interferensiya effekti nəzərə alınmayacaq.

Aşağıdakı şəkildəki sol tərəfdə müxtəlif sınma göstəricilərinə malik çoxsaylı təbəqələrlə atmosferin şaquli kəsiyini göstərir ($n_1, n_2, n_3, \dots$). Sağ tərəf isə atmosferin nazik şaquli seqmentinin yaxınlaşdırılmış görünüşünü və n_1 və n_2 ($n_1 > n_2$) sınma göstəricilərinə malik ən aşağı iki atmosfer təbəqəsi arasındakı sərhədi göstərir. Bu problem üçün yalnız bu iki təbəqə və onların sərhədi nəzərə alınır. Diaqramlar miqyaslı deyil.

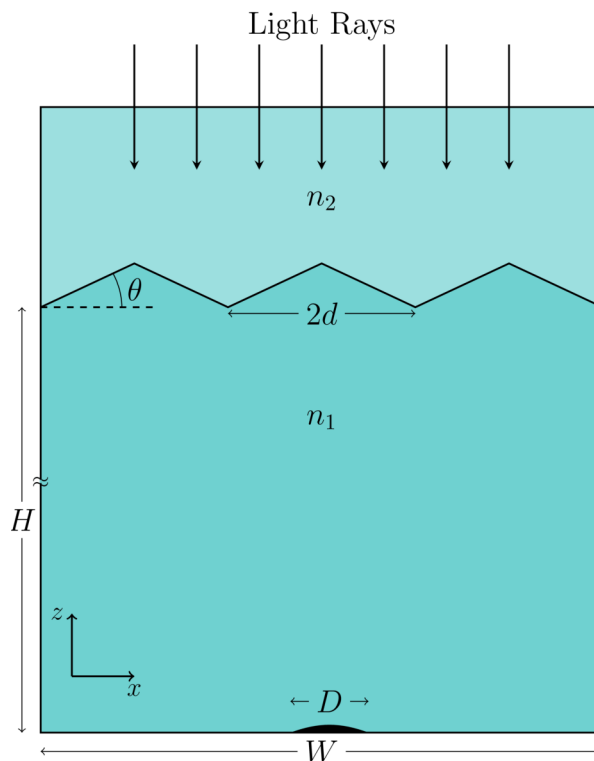


- (T09.2) İki təbəqə arasındakı sərhəd teleskop obyektivinin birbaşa üstündə $H = 1$ km hündürlükdə, üfüqi müstəviyə nisbətən $\theta = 30^\circ$ meyillə yerləşsin. Bu məsələnin bütün hissələrində θ əks istiqamətdə müsbət qəbul edilir. Monoxromatik işıq mənbəyi üçün, $n_1 = 1.00027$ və $n_2 = 1.00026$. Zenitdə olan bir ulduz üçün teleskopun fokus müstəvisindəki görüntünün bucaq dəyişməsi α olsun.
- (T09.2a) İki təbəqənin sərhəddində n_1 , n_2 , θ və α göstərən müvafiq şəkildə işarələnmiş şüa [2]
diaqramı çəkin.
- (T09.2b) α bucağının ifadəsini θ , n_1 və n_2 ilə ifadə edin. Kiçik bucaq yaxınlaşmalarından [2]
istifadə edin: $\sin \alpha \approx \alpha$ və $\cos \alpha \approx 1$
- (T09.2c) Əgər θ 1% artırsa (və n_1 və n_2 sabit qalırsa), təsvirin mövqeyindəki yerdəyişməni, Δx_θ [3]
(m ilə), hesablayın.
- (T09.2d) Əgər n_2 0.0001% artırsa (və n_1 və θ sabit qalırsa), təsvirin mövqeyindəki yerdəyişməni, [3]
 Δx_n (m ilə), hesablayın.
- (T09.3) Zenitdə olan ulduzdan gələn ağ işıq üçün, Cavab vərəqində uyğun qutunu işarələyərək (✓) şəkil [2]
və rəngini ən dəqiq təsvir edən variantı seçin (yalnız birini). Qeyd edin ki, şəkildə x soldan sağa doğru artır.

	Şəkilin rəngi	Şəkilin forması	Sol kənar	Sağ kənar
A	Ağ	Dairəvi		
B	Ağ	Elliptik		
C	Rəngli	Dairəvi	Mavi	Qırmızı
D	Rəngli	Dairəvi	Qırmızı	Mavi
E	Rəngli	Elliptik	Mavi	Qırmızı
F	Rəngli	Elliptik	Qırmızı	Mavi

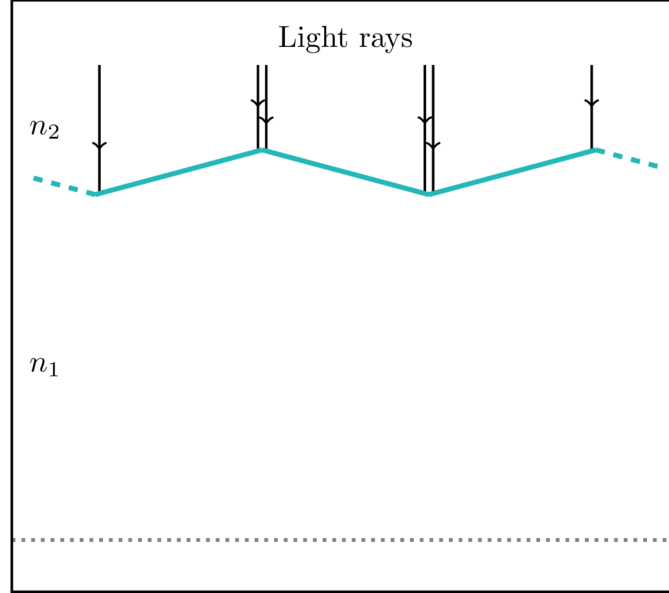
Bu sualın qalan hissələri üçün biz $\lambda = 550$ nm olan monoxromatik yaşıl işığı nəzərdən keçiririk. Biz təbəqələr arasındakı sərhədi x -oxu boyunca $d = 10$ sm məsafədə ayrılmış sonsuz zigzag müstəvilər kimi modelləşdiririk, ya $\theta = 10^\circ$ və ya $\theta = -10^\circ$ ilə.

Aşağıdakı şəkildə (ölçüsüz) atmosferin bu modelinin eni W olan kəsiyi göstərilir ($W \ll H$). Böyük aperturalı teleskoplar üçün sərhədin bu zigzag təbiəti fokus müstəvisində ləkələrin yaranmasına səbəb olur.



(T09.4) Yuxarıda modelləşdirilmiş atmosferi nəzərdən keçirin.

(T09.4a) Atmosferin, əvvəlki hissədə göstərilən eyni parametrlərə malik, ardıcıl zikzaq müstəvilərdən ibarət bir hissəsi aşağıdakı diaqramda (ölçüyə uyğun olmayan) göstərilmişdir.



Cavab Vərəqində verilən diagramda, teleskop obyektivinin yerləşdiyi müstəviyə, hansı ki boz nöqtəli xətt ilə göstərilmişdir, qədər gələn işıq şüalarının yollarını çəkin.

Diaqramda işıq şüalarının çatmayacağı bölgə(ləri) varsa, “X” ilə işarələyin. [4]

(T09.4b) Bu bölgənin eni W_X hesablayın. [3]

(T09.4c) Teleskopun atmosferin quruluşuna münasibətdə mövqeyi müvafiq şəkildə seçildikdə, ulduzun vahid təsvirini əldə etməyə imkan verəcək obyektiv üçün mümkün olan maksimal diametri $D_{\max}$ müəyyən edin. [4]

(T09.5) Hər iki x və y istiqamətlərində sərhədin zikzak formasına icazə verildiyi halı nəzərdən keçirin (piramidalar sahəsi kimi) və $D = 100$ sm (ilə $f = 200$ sm). [6]

Cavab Vərəqində verilmiş qutuda yaranan ləkələri təqribi (qualitative) çəkin.

(T09.6) Turbulent bir atmosfer üçün yenidən sərhəd təbəqəsinin yalnız x -istiqamətində paralel olaraq uzanan zikzak formasını nəzərdən keçirin, lakin indi iki müstəvi arasındakı bucaq 1.0 s ərzində 10° -dən -10° -yə qədər vahid sürətlə dəyişir. Fərz edin ki, bu, görüntünün mövqeyinin vahid sürətlə dəyişməsinə səbəb olur. [5]

$D = 8$ sm və $f = 1$ m olan teleskopu nəzərdən keçirin. CCD kamerası üçün icazə verilən ən uzun ekspozisiya vaxtını $t_{\max}$ qiymətləndirin ki, yalnız bir görüntü əldə edilsin və mövqeyindəki hər hansı mümkün sapma görüntünün difraksiya ilə məhdudlaşdırılmış diametrinin 1% -dən az qalsın.

(T10) Böyük Partlayış Nükleosintezi

[35 bal]

Kainatın erkən dövrlərində radiasiyanın üstünlük təşkil etdiyi mərhələdə, Kainatın miqyas faktoru $a \propto t^{1/2}$, burada t Böyük Partlayışdan sonrakı zamandır. Bu dövrün əksər hissəsində neytronlar (n) və protonlar (p) zəif qarşılıqlı təsirlər vasitəsilə bir-biri ilə termal tarazlıqda qalır. Sərbəst neytronların və ya protonların say sıxlığı (N) temperatur T və onların müvafiq kütlələri m ilə əlaqəlidir, belə ki,

$$N \propto m^{3/2} \exp\left(-\frac{mc^2}{k_B T}\right),$$

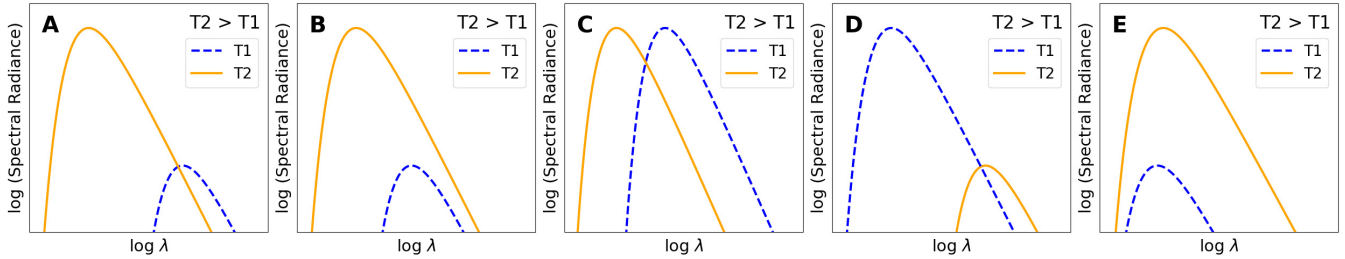
zaman $t \leq t_{wk} = 1.70$ s olduğu müddətcə, $k_B T \geq k_B T_{wk} = 800$ keV olduqda. t_{wk} sonra, zəif qarşılıqlı təsirlər belə bir tarazlığı saxlaya bilmir və sərbəst neytronlar 610.4 s yarımparçalanma müddəti ilə protonlara çevrilir.

(T10.1) Protonların say sıxlığı N_p , neytronların isə N_n olsun. t_{wk} anında neytronların nisbi bolluğunu $X_{n, wk} = N_n / (N_n + N_p)$ nisbəti ilə hesablayın. [4]

(T10.2) Fotonlar bütün dövrlərdə istilik tarazlığını qoruyur və qara cisim spektrini saxlayır.

(T10.2a) Elə bir β sabitini təyin ki, $T(a) \propto a^\beta$ olsun. [2]

(T10.2b) Aşağıdakı qrafiklərdən hansının iki temperatur T_1 və T_2 üçün spektral enerji sıxlığının düzgün davranışını göstərdiyini müəyyən edin. Düzgün seçimi Cavab vərəqində işarələyin (✓). [2]



(T10.3) t_{wk} vaxtından sonra, protonlar və neytronlardan deuteriumun yaranma prosesi Hindistanlı fizik Prof. Meghnad Saha tərəfindən verilmiş Saha tənliyi ilə ifadə olunur ki, bu da sadələşdirilə bilər

$$\frac{N_D}{N_n} = 6.5\eta \left(\frac{k_B T}{m_n c^2}\right)^{3/2} \exp\left(-\frac{(m_D - m_p - m_n)c^2}{k_B T}\right).$$

Burada baryon-foton nisbəti $\eta = 6.1 \times 10^{-10}$ və N_D deuteriumun say sıxlığıdır.

(T10.3a) Cavab vərəqindəki qrafikdə N_D/N_n nisbətini çəkin, $k_B T = [60, 70]$ keV aralığında olan temperaturun ən azı 4 məqbul dərəcədə aralıq dəyərləri üçün və bu nöqtələrdən keçən hamar bir əyri çəkin. [5]

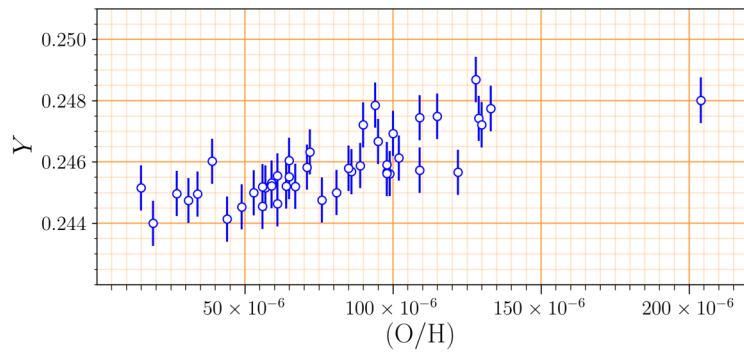
(T10.3b) Qrafikdən $N_D = N_n$ olduğu $k_B T_{nuc}$ -u (keV vahidində) tapın. [1]

(T10.3c) Bunun əvəzinə, indi fərz edin ki, bütün sərbəst neytronlar $k_B T_{nuc}$ vaxtında protonlarla dərhal birləşərək Deuterium yaradır və hamısı dərhal Heliuma (${}^4_2\text{He}$) çevrilir. Heliumun yaranması üçün müvafiq nukleosintez dövrünü və ya vaxtını, t_{nuc} (s-də) hesablayın. [4]

(T10.4) t_{nuc} anından dərhal əvvəl $X_{n, nuc}$ qiymətini hesablayın. [5]

(T10.5) İlkin Helium bolluğu, Y_{prim} , t_{nuc} - dan dərhal sonra Kainatdakı ümumi barion kütləsinin Heliumda bağlanmış hissəsi kimi müəyyən edilir. Y_{prim} üçün nəzəri bir qiymətini təxmini hesablayın. Yalnız bu hesablamaya məxsus olmaqla, $m_p \approx m_n$ və Heliumun kütləsinin $m_{\text{He}} \approx 4m_n$ olduğunu fərz edin [3]

(T10.6) Heliumun ilkin bolluğunu ölçmək çox çətinidir, çünki ulduzlar Kainatda Hidrogeni davamlı olaraq Heliuma çevirir. Qalaktikada ulduzların maddəni nə qədər “emal” etdiyini xarakterizə etmək üçün yalnız ulduzlarda yaranan Oksigenin Hidrogenə nisbəti—qalaktikadakı nisbi say sıxlığı (O/H)—istifadə olunur. Müxtəlif qalaktikalar üçün (O/H) və Helium bolluğunun, Y , ölçmələrinin bir tərtibatı aşağıda göstərilmişdir.



Bu qrafikdəki bütün nöqtələrdən istifadə edərək (Cavab Vərəqində təkrar verilib) aşağıdakı suallara cavab verin.

(T10.6a) $(\text{O}/\text{H}) = 1.75 \times 10^{-4}$ olan mavi kompakt cırtıdan qalaktika üçün Y qymətini təxmin edin. [2]

(T10.6b) Yuxarıdakı məlumatlara uyğun düz xəttin meylini $dY/d(\text{O}/\text{H})$ əldə edin. [2]

(T10.6c) Yuxarıdakı müşahidələrə əsaslanaraq ilkin Helium bolluğunu, $Y_{\text{prim}}^{\text{obs}}$, təxmin edin. [2]

(T10.7) Y_{prim} və $Y_{\text{prim}}^{\text{obs}}$ arasındakı fərqi baryon-foton nisbətini η -nı dəyişdirərək uyğunlaşdırıla bilər. [3]
Cavab Vərəqində $\downarrow$ ilə göstəriləndiyi kimi, η azaldıqda həmin vərəqdə ayrılmış xanalar daxilində $N_{\text{D}}/N_{\text{n}}(T)$, T_{nuc} ($N_{\text{D}} = N_{\text{n}}$ olduqda), t_{nuc} , $X_{\text{n, nuc}}$ və Y_{prim} artım ($\uparrow$) və ya azalma ($\downarrow$) olduğunu göstərin.

(T11) Qrafiklər vasitəsilə ulduzlar

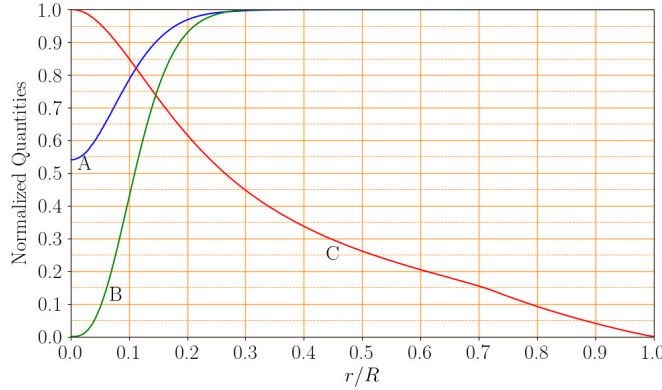
[50 bal]

Ulduzlar yaxşı bir yaxınlaşma ilə sferik simmetrik obyektlər kimi qəbul oluna bilər. Bu səbəbdən, ulduz daxili quruluşunun modelləşdirilməsində mərkəzdən olan radial məsafə r yeganə müstəqil dəyişən kimi götürülə bilər. Radiusu r olan sfera daxilindəki kütlə $m(r)$ ilə göstərilir. Parlaqlıq $l(r)$ radiusu r olan sferik səthdən xaricə axan xalis enerjinin vahid zamanda ölçüsüdür. Maraqlı digər kəmiyyətlər, məsələn, sıxlıq $\rho(r)$, temperatur $T(r)$, hidrogen kütlə payı $X(r)$, helium kütlə payı $Y(r)$ və vahid kütlə başına vahid zamanda yaranan nüvə enerjisi $\epsilon_{\text{nuc}}(r)$, r -in funksiyaları kimi qəbul edilir. Bu problem boyunca ulduz daxilində elementlərin diffuziya və cazibə çökməsi təsirlərini nəzərə almayacağıq.

"log" simvolu 10 əsaslı loqarifmi ifadə edir. Problem üç müstəqil hissədən ibarətdir.

(T11.1) **Hissə 1: Ulduzun içində**

Aşağıdakı qrafikdə üç struktur fiziki kəmiyyətin, A, B və C-nin, $1 M_{\odot}$ kütləsi və 4 GYr yaşı olan ulduz modelində, r/R fraksional radiusundan asılılığı verilmişdir, burada R ulduzun fotosferik radiusudur. Ulduzun (fotosferik) səthində helium kütlə payı, Y_s , və metallik (heliumdan ağır olan bütün elementlərin kütlə payı) Z_s olaraq verilir: $(Y_s, Z_s) = (0.28, 0.02)$. Qrafikdə göstərilən bütün kəmiyyətlər öz maksimum dəyərlərinə görə normallaşdırılmışdır.



(T11.1a) Beş mümkün variant arasından A, B və C üç kəmiyyəti unikal olaraq müəyyən edin: [6]

$$T(r), l(r), \epsilon_{\text{nuc}}(r), X(r), Y(r).$$

(A/B/C-ni Cavab vərəqində uyğun kəmiyyətlərin yanındakı qutulara yazın. Cavabınız üçün əsaslandırma tələb olunmur.)

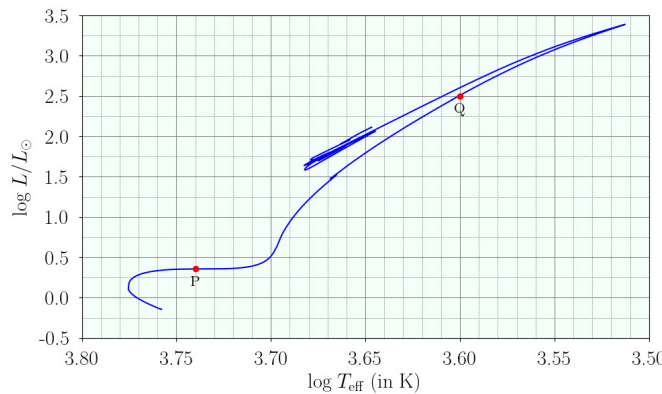
(T11.1b) Ulduzun mərkəzində heliumun kütlə payı nədir, Y_c ? [3]

(T11.1c) (T11.1a)-da A, B və ya C ayrıləri kimi müəyyən edilməmiş beş kəmiyyətin siyahısından qalan iki kəmiyyəti, r/R funksiyaları kimi Cavab vərəqində eyni qrafikdə çəkin və müvafiq kəmiyyətləri ilə etiketləyin. [5]

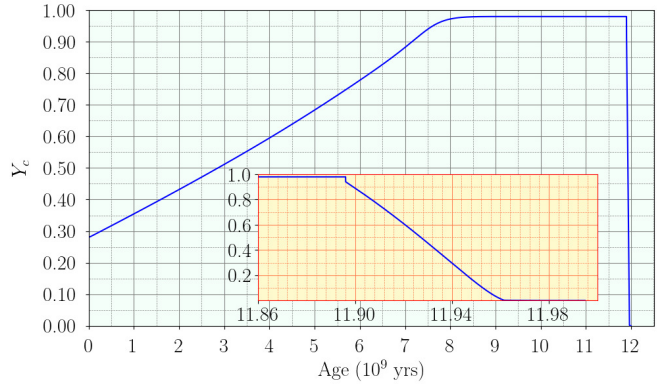
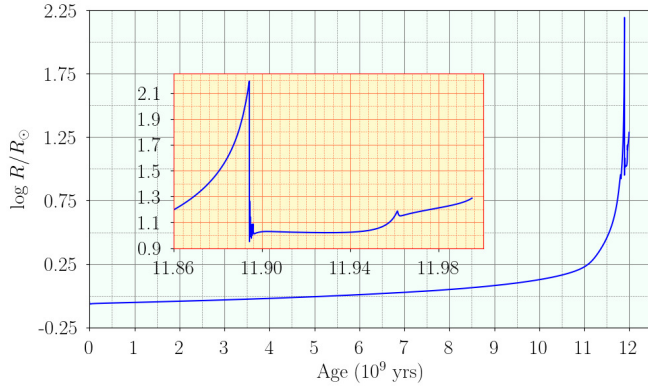
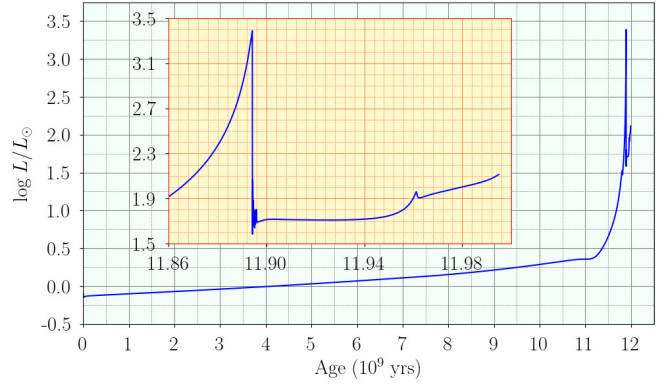
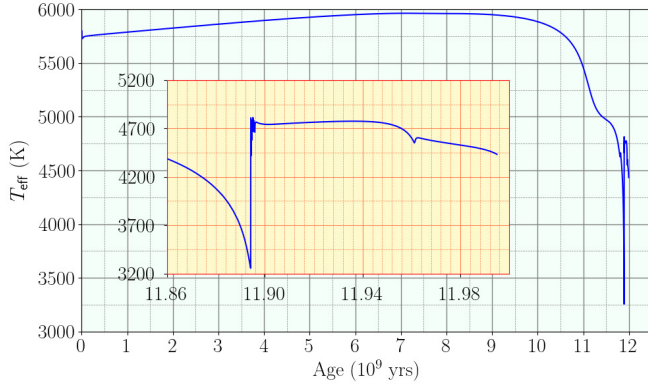
(T11.2) **Hissə 2: İnkişaf edən ulduzlar**

Başlanğıcda vahid (bircinsli) tərkibə olan və heliumun kütlə payı $Y_0 = 0.28$, metalların isə $Z_0 = 0.02$ olan $1M_{\odot}$ ulduzun inkişafını nəzərdən keçirin. Aşağıdakı şəkillər bu ulduzun ZAMS (Sıfır Yaş Əsas Ardıcılıq) mərhələsindən nüvəsindəki helium yanmasının sonuna qədər inkişafı zamanı müxtəlif əhəmiyyətli kəmiyyətlərin dəyişməsinə göstərir.

Aşağıdakı qrafik ulduzun HR diaqramında (səth parlaqlığı $\log L/L_{\odot}$ və effektiv temperatur $\log T_{\text{eff}}$ qrafiki) inkişaf yolunu göstərir, burada L səth parlaqlığı və T_{eff} isə effektiv temperaturdur.



Aşağıdakı şəkildə dörd qrafik var ki, bunlar T_{eff} (K ilə), L (qrafikdə $\log L/L_{\odot}$ kimi göstərilmişdir), R (qrafikdə $\log R/R_{\odot}$ kimi göstərilmişdir) və Y_c ilə eyni ulduzun yaşı (10^9 il ilə) arasındakı dəyişməni göstərir. Bu dörd qrafikin hər birində, 11.86×10^9 il ilə 12.00×10^9 il arasındakı yaşlar arasında müvafiq kəmiyyətlərin dəyişməsini daha aydın şəkildə göstərən kiçik qrafiklər var.



Bu qrafiklərdən istifadə edərək aşağıdakı suallara cavab verin.

- (T11.2a) Ulduzun təxmini əsas ardıcılıq ömrü, t_{MS} (illərlə), nə qədərdir? [1]
- (T11.2b) Ulduzun öz nüvəsində helium yandırdığı təxmini müddət, Δt_{He} (illərlə), nə qədərdir? [1]
- (T11.2c) Ulduzun parlaqlığı $1 L_{\odot}$ olduqda, mərkəzindəki ilkin hidrogen miqdarının hansı hissəsi, f_{H} , yanmışdır? [3]
- (T11.2d) Mərkəzindəki ilkin hidrogen miqdarının 60%-i yanmış olduqda, ulduzun radiusu, R_1 (vahidlərlə $R_{\odot}$), nə qədərdir? [3]
- (T11.2e) HR diaqramında işarələnmiş P və Q mövqelərinə uyğun olaraq, ulduzun radiusları R_P və R_Q ($R_{\odot}$ ilə) nə qədərdir? [4]

(T11.3) **Hissə 3: Ulduz daxilində kütlənin paylanması**

Ulduz daxilində kütlənin paylanması ifadə edən tənlik

$$\frac{dm(r)}{dr} = 4\pi r^2 \rho(r)$$

ilə verilir. Bu tənliyi üç ölçüsüz dəyişən ilə ifadə etmək əlverişli olardı: kəsirli kütlə, q , kəsirli radius, x , və nisbi sıxlıq, σ , hansılar ki, biz belə təyin edirik

$$q = m/M \quad x = r/R \quad \sigma = \rho/\bar{\rho}$$

burada M və R müvafiq olaraq ulduzun ümumi kütləsi və radiusudur, və $\bar{\rho} \equiv \frac{M}{\frac{4}{3}\pi R^3}$ ulduzun orta sıxlığıdır. Bu hissədə nəzərdən keçirəcəyimiz xüsusi ulduz üçün aşağıdakı məlumatlar verilir:

- Mərkəzi sıxlıq $\rho(x=0) = 80\bar{\rho}$
- Ulduzun kütləsinin yarısı onun ümumi radiusunun 25%-i daxilində və kütləsinin 70%-i onun ümumi radiusunun 35%-i daxilində yerləşir.

Bu sualın sonrakı bütün hissələrində, əldə edilən bütün rəqəmsal əmsalları 0.005 dəqiqliyinə qədər yuvarlaqlaşdırmaq kifayət edəcəkdir.

(T11.3a) Yuxarıdakı tənliyi kütlənin radiusdan asılılığını x , $\frac{dq(x)}{dx}$ və $\sigma(x)$ ilə ifadə edin. [2]

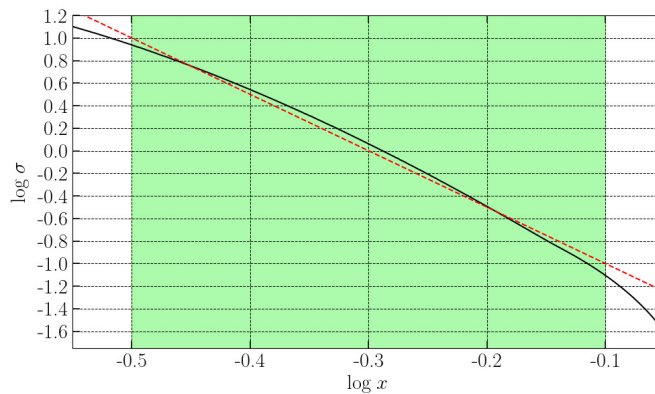
Kütlənin radiusla paylanması əldə etmək üçün ulduzun içindəki sıxlıq profilini bilməliyik. Bu problemin həlli üçün sıxlığın radiusla dəyişməsinə x iki sahədə təxmini formalarla təsvir edəcəyik:

- ulduzun daxili hissəsi: $0 \leq x \leq 0.32$
- ulduzun orta hissəsi: $0.32 < x < 0.80$

Ən xarici hissə üçün heç bir təxmin etməyəcəyik, yəni $0.80 \leq x \leq 1.00$.

(T11.3b) **Orta hissə üçün təxmini:**

Ulduzun orta hissəsində $\log \sigma$ dəyişməsi $\log x$ funksiyası kimi aşağıdakı qrafikdə (qara əyri ilə) göstərilmişdir. Biz $\log \sigma$ üçün $\log x$ funksiyası kimi xətti təxmini edəcəyik (qrafikdə qırmızı kəsikli xəttlə göstərilmişdir) $-0.5 < \log x < -0.1$ sahəsində, yəni $0.32 \lesssim x \lesssim 0.80$ (yaşıl kölgəli sahə ilə göstərilmişdir). Bundan əlavə, bu xəttin meylini ən yaxın tam ədədə təxmin edəcəyik.



Bu təxmini istifadə edərək $\sigma(x)$ üçün x funksiyası kimi ifadə yazın $0.32 < x < 0.80$ sahəsində. [4]

(T11.3c) (T11.3b) nəticəsini istifadə edərək $q(x)$ üçün ifadə çıxarın $0.32 < x < 0.80$ sahəsində. [6]

(T11.3d) **Daxili hissə üçün təxmini:**

Ulduzun daxili hissəsində ($0 \leq x \leq 0.32$), sıxlıq radiusun xətti funksiyası kimi təxmin edilə bilər, yəni $\sigma(x) = Ax + B$, burada A, B sabitlərdir. A və B müəyyən edin və beləliklə $q(x)$ üçün ifadə əldə edin $0 \leq x \leq 0.32$ sahəsində. Qeyd edək ki, əvvəlki hissədə və bu hissədə qəbul edilən təxminlər $x = 0.32$ nöqtəsində sıxlıq və ya kütlədə kiçik kəsilmələrə səbəb ola bilər. [8]

(T11.3e) (T11.3c) və (T11.3d) hissələrində əldə edilən $q(x)$ ifadələri kütlənin radiusla dəyişməsinə yaxşı təsvir edən təxminlərdir, lakin yalnız ulduzun müəyyən bölgələrində. $0.80 \leq x \leq 1$ sahəsi üçün (hansı ki, heç bir ifadə çıxarmamışıq), qonşu bölgədən uyğun ekstrapolyasiya istifadə etmək mümkündür. Bu təxmini ifadələri və verilmiş məlumatları istifadə edərək, ulduzun bütün sahəsi üçün ($0 \leq x \leq 1$) $q(x)$ və x üçün kütlənin radiusla dəyişməsinə təmsil edən hamar bir əyri çəkin (nə $q(x)$, nə də onun törəməsində heç bir kəsilmə olmadan). [4]

(T12) **Qara dəliklərdən Hawking Radiasiyası**

[50 bal]

(T12.1) Qara dəlik (QD) adətən ömrünün sonunda kütləvi bir ulduzun cazibə çökməsi nəticəsində singulyarlıq adlanan bir nöqtəyə çevrilməsi ilə yaranır. Belə bir obyektin ekstremal cazibə qüvvəsi səbəbindən, hadisə üfəqi adlanan sərhəddən (singulyarlıqdan məsafə $r = R_{SC}$ olan sferik səth) içəri daxil olan heç bir şey ondan qaça bilmir. Burada, R_{SC} Schwarzschild radiusu adlanır.

(T12.1a) **Hawking radiasiyasının mənşəyinin modeləşdirilməsi:** BH üfəqünün hər iki tərəfində kütləsi m olan bir cüt hissəcik düşünün. Bir hissəcik üfəqün bir qədər kənarında $r \approx R_{SC}$ yerləşir, digər hissəcik isə üfəqün içərisində $r = \kappa R_{SC}$ yerləşir. Fərz edin ki, hissəciyin ümumi enerjisi onun sükunət kütləsi enerjisinin mc^2 və BH səbəbiylə cazibə potensial enerjisinin cəmidir.

Hissəcik cütünün ümumi enerjisinin sıfır olduğu κ dəyərini müəyyən edin. [4]

(T12.1b) **Qara dəliyin temperaturu:** Əgər yuxarıdakı prosesdə üfəqün xaricində yaranan hissəcik kifayət qədər kinetik enerjiyə malikdirsə, o, Hawking radiasiyası adlanan prosesdə QD-dən qaça bilər. Üfəq daxilində olan və mənfi enerjiyə malik olan hissəcik isə udulur və QD-nin kütləsini azaldır.

Tutaq ki, bütün Hawking şüalanması maksimumu $\lambda_{bb} \approx 16R_{SC}$ dalğa uzunluğunda qara cisim spektrli fotonlardan ibarətdir. Məlumdur ki, Günəş kütləli QD üçün $R_{SC, \odot} = 2.952$ km.

QD-nin bu qara cisim şüalanmasına uyğun temperaturu T_{bh} , kütləsi M_{bh} və fiziki sabitlər baxımından ifadə çıxarın. Kütləsi $10 M_{\odot}$ olan QD üçün Şvarşild radiusunu $R_{SC, 10\odot}$, və temperaturu, $T_{bh, 10\odot}$, hesablayın. [4]

(T12.1c) **Qara dəliyin kütlə itkisi:** Fərz edin ki, Hawking radiasiyası hadisə üfəqündən xaricə yayılır.

Kütlə-enerji ekvivalenti istifadə edərək, QD-in kütləsi $M_{bh}(t)$ və fiziki sabitlər baxımından kütlə itkisi sürətinin ifadəsini əldə edin, $dM_{bh}(t)/dt$.

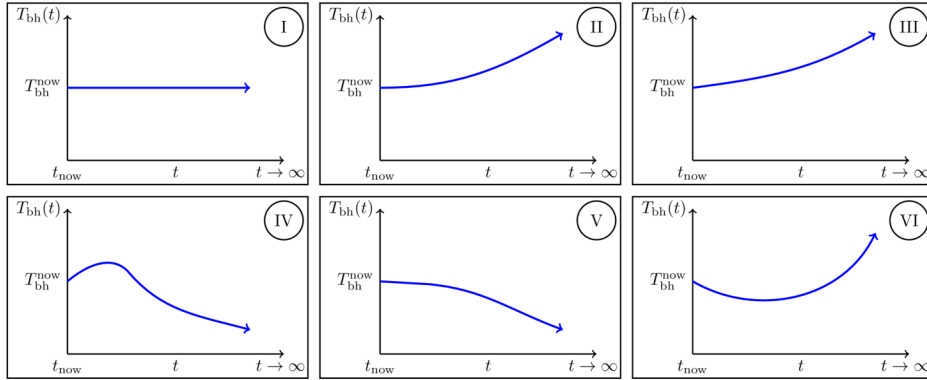
Buna görə, başlanğıc kütləsi M_0 olan QD üçün $M_{bh}(t)$ ifadəsini əldə edin. $M_{bh} = M_0$ [8]
dən $M_{bh} = 0$ qədər $M_{bh}(t)$ funksiyasını t ilə çəkin.

(T12.1d) **Qara dəliyin ömrü:** Hawking radiasiyası nəticəsində ilkin kütləsi M_0 olan qara dəliyin [3]
tamamilə buxarlandığı ömrün τ_{BH} ifadəsini M_0 və fiziki sabitlər baxımından əldə edin.
 $\tau_{bh,10\odot}$ ömrünü (saniyələrlə) $M_0 = 10 M_\odot$ olan qara dəlik üçün hesablayın.

(T12.1e) **CMB radiasiya mühitində qara dəlik:** Uzaqda, digər cisimlərdən uzaqda, cari temperaturu T_{bh}^{now} olan təcrid olunmuş bir qara dəlik düşünün, kosmik mikrodalğalı fon (CMB) ilə əhatə olunmuş və cari temperaturu $T_{cmb}^{now} = 2.7$ K. Qara dəlik CMB radiasiyasını udaraq kütləsini artırır və Hawking radiasiyası ilə kütləsini itirir.

Kainatın sürətlənən genişlənməsini nəzərə alaraq, aşağıdakı üç halda T_{bh} -nin uzunmüddətli zaman təkamülünü göstərən fiqurları müəyyən edin:

(X) $T_{bh}^{now} > T_{cmb}^{now}$, (Y) $T_{bh}^{now} = T_{cmb}^{now}$, (Z) $T_{bh}^{now} < T_{cmb}^{now}$.



Cavabınızı X, Y və ya Z halları üçün uyğun fiqur nömrəsinə uyğun olaraq Cavab [6]
vərəqində müvafiq xananı işarələməklə göstərin.

(T12.2) Çox daha kiçik kütlələrə malik ilkin qara dəliklər (PBH-lər) çox erkən Kainatda formalaşa bilər. Aşağıdakı bütün suallar PBH-lərlə bağlıdır. Burada, qara dəliyin kütləsini artırır hər hansı proseslər nəzərə alınmaya bilər.

(T12.2a) **Cari dövrdə buxarlanan PBH:** Əvvəlki sualların cavablarından da gördüyünüz kimi, Günəş kütləsinə malik qara dəliklərin buxarlanması uzun zaman alardı. Lakin, PBH-lər daha kiçik kütləyə malik ola bildikləri üçün, onları cari dövrdə buxarlanarkən görə bilərik.

Cari dövrdə tamamilə buxarlana bilən, yəni ömrü $\tau_{PBH} = 14$ milyard il olan qara [4]
dəliyin ilkin kütləsini $M_{0, PBH}$ (kq ilə), Şvarzschild radiusunu $R_{SC, PBH}$ (m ilə) və temperaturunu T_{PBH} (K ilə) tapın.

(T12.2b) **PBH-nin yaranması:** Radiasiya ilə dolu olan erkən Kainatda, miqyas faktoru $a(t) \sim t^{1/2}$ kimi dəyişir. Bu dövrdə, PBH-lər fiziki ölçüsü ct olan bir bölgədəki bütün enerjinin çökməsi nəticəsində yaranır, burada t həmin vaxtda Kainatın yaşını göstərir.

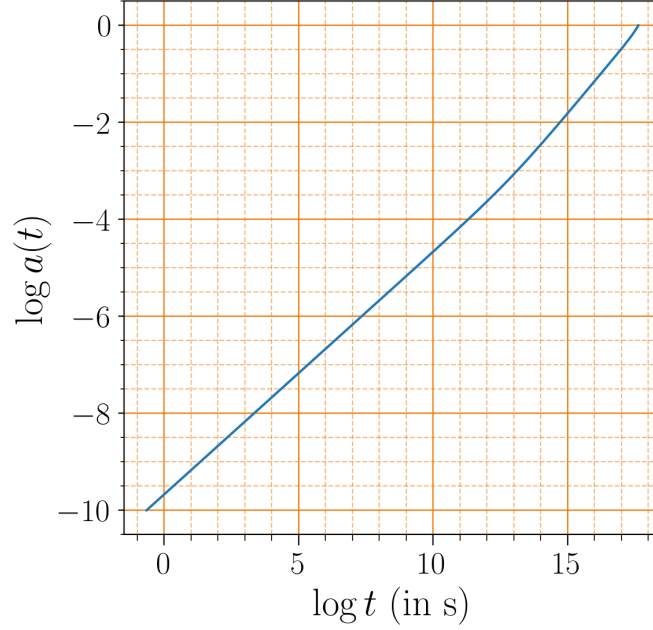
1×10^{12} kg kütləyə malik bir PBH, Kainatın yaşı təxminən 1×10^{-23} s olduğu zaman [6]
yaranır. 1×10^{20} kg kütləyə malik bir PBH-nin yaranması zamanı Kainatın yaşını, t_{20} , hesablayın.

(T12.2c) **PBH-dən Hawking radiasiyasının müşahidə olunan spektri:** Başlanğıc kütləsi 1×10^{10} kg olan və ömrünün sonunda tamamilə buxarlanan PBH-ni nəzərdən keçirin τ_{PBH} . Bu hissədə sadəlik üçün fərz edin ki, Hawking radiasiyasının əksəriyyəti bu vaxtda, başlanğıc kütləsinə uyğun temperaturda yayılır. Həmçinin, Kainatın miqyas faktorunun $a(t) \sim t^{2/3}$ kimi inkişaf etdiyini qəbul edin.

Bu Hawking radiasiyasının Yer üzərində müşahidə olunan maksimum dalğa [5]
uzunluğunu, λ_{earth} , indiki dövrdə ($t = 14$ milyard il) hesablayın.

- (T12.2d) **PBH-dən yüksək enerjili kosmik radiasiya:** İndi fərz edək ki, müəyyən bir zamanda yayılan Hokinq radiasiyası t enerjisi $k_B T_{bh}(t)$ olan fotonlara uyğundur. Həmçinin, qara dəlik üçün mümkün olan ən yüksək temperatur Plank temperaturudur T_{Planck} burada $k_B T_{Planck} = 1 \times 10^{19}$ GeV.

Müvafiq zaman aralığında miqyas faktorunun dəyişməsi aşağıdakı şəkildə verilmişdir. Bu gün üçün miqyas faktoru vahid (1) qəbul edilib. Zaman oxunda $t(s)$ kainatın yaşını saniyələrlə ifadə edir.



Əgər Yer üzərində $E_{det} = 3.0 \times 10^{20}$ eV enerjili bir foton müşahidə edilərsə, bu fotonu [10]
səbəb ola biləcək PBH-nin ilkin kütləsinin ən böyük və ən kiçik mümkün qiymətlərini
müəyyən edin ($M_0^{\max}$ və $M_0^{\min}$, müvafiq olaraq).