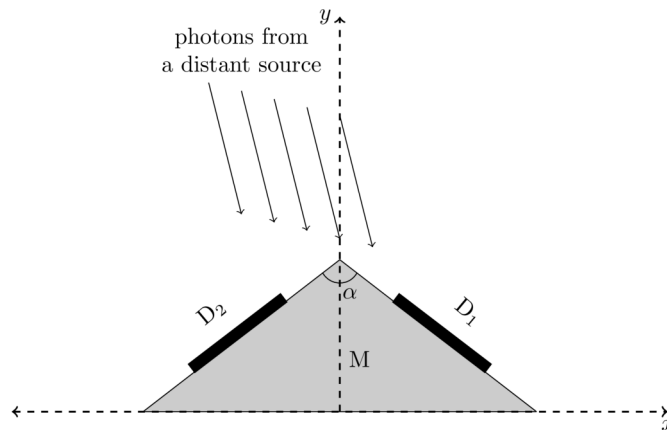


(T01) Դակշա առաքելությունը

[10 միավոր]

«Դակշա»-ն Երկրի ուղեծրում նույն $r = 7000$ կմ շառավղով շրջանային ուղեծրով, բայց 180° փուլերի տարբերությամբ գտնվող երկու S_1 և S_2 արբանյակներից կազմված առաջարկվող հնդկական առաքելություն է: Արբանյակները հետագոտելու են տիեզերքի բարձր-էներգիական տիրոյթը (Ռենտգենյան և γ ճառագայթումներ): Դակշայի արբանյակներից յուրաքանչյուրի վրա տեղակայված են մի քանի հարթ ուղղանկյունաձև դետեկտորներ:

Երկնքում օբյեկտների դիրքի որոշելու ձևը հասկանալու համար կդիտարկենք Դակշա առաքելության պարզեցված տարբերակը: Համարենք S_1 -ը ունի երկու միատեսակ D_1 և D_2 դետեկտորներ՝ ամրացված M ոչ թափանցիկ հիմքին, յուրաքանչյուրը $A = 0.50 \text{ m}^2$ մակերեսով՝ ինչպես պատկերված է ներքևի նկարում: Դետեկտորները տեղակայված են x - y հարթությանը ուղղահայաց, y առանցքի նկատմամբ սիմետրիկ, այնպես, որ դրանք իրար հետ կազմեն $\alpha = 120^\circ$ անկյուն:



- (T01.1) x - y հարթության մեջ գտնվող հեռավոր աղբյուր դիտարկելիս D_1 դետեկտորը գրանցում է $P_1 = 2.70 \times 10^{-10} \text{ J s}^{-1}$, իսկ D_2 -ը՝ $P_2 = 4.70 \times 10^{-10} \text{ J s}^{-1}$ հզորություն:

Գնահատեք աղբյուրի ուղղության վեկտորի՝ y առանցքի դրական ուղղության հետ կազմած η անկյունը՝ y -ի դրական ուղղությունից հաշված ժամսլաքին հակառակ անկյունը համարելով դրական: [5]

Դիտարկենք հեռավոր աղբյուրից (կարող է լինել x - y հարթությունից դուրս) եկող առանձին ազդանշանիկ, որը գրանցվում է (S_1 և S_2) արբանյակներով: S_1 -ի և S_2 -ի կատարած գրանցումներում ազդանշանիկի մաքսիմումի պահերը համապատասխանաբար t_1 և t_2 են:

- (T01.2) Որոշեք՝ երկնային սֆերայի որքա՞ն f մասն է, որտեղ կարող գտնվել աղբյուրը, եթե $t_1 - t_2$ մեծության չափված արժեքը $10.0 \pm 0.1 \text{ ms}$ է: [5]

(T02) Մակար-Սանկրանտի

[10 միավոր]

«Մակար-Սանկրանտի» տոնը նշում են Հնդկաստանում, երբ Երկրից նայելիս թվում է, թե Արևը մտնում է Այծեղջյուրի համաստեղություն: («Մակար» = Այծեղջյուր, «Սանկրանտի» = մուտք): Հիմա այս տոնը նշում են ամեն տարի մոտավորապես հունվարի 14-ին: Բայց շատ տարիներ առաջ այն համընկնում էր նաև հյուսիսային կիսագնդի ձմեռային արևադարձի հետ, որը լինում է դեկտեմբերի 21-ին:

- (T02.1) Հիմնվելով վերևի տեղեկության վրա՝ գտե՛ք y_c թվականը, երբ այս տոնի նշումը վերջին [3] անգամ համընկել է Հյուսիսային կիսագնդի Ձմեռային արևադարձի հետ:

(T02.2) Եթե 2006 թ. հունվարի 14-ին՝ Մումբայի տեղական ժամանակով 11:50:13-ին, Արևը մտել է Այծեղջյուրի համաստեղություն, հաշվե՛ք, թե 2013 թվականին որ D_{enter} ամսաթվին և ինչ t_{enter} տեղական ժամանակով է այն մտել Այծեղջյուրի համաստեղություն: [3]

(T02.3) Մակար-Սանկրանտի տոնը տվյալ վայրում նշվում է Արևի Այծեղջյուրի համաստեղություն մտնելուց հետո առաջին մայրամուտի օրը: Կարող եք ընդունել, որ հունվարին Մումբայում մայրամուտի տեղական ժամանակը 18:30:00 է:

Նշե՛ք տոնակատարության ամսաթիվը 2006-ից մինչև 2013 թվականներից յուրաքանչյուրի համար (Answersheet-ում տրված աղյուսակի համապատասխան վանդակում դնելով (✓) նշանը): [4]

(T03) Գրավիտացիոն ալիքներ

[15 միավոր]

Իրար շուրջ պտտվող երկու սև խոռոչը առաջացնում են գրավիտացիոն ալիքներ: Դիտարկենք մեր գալակտիկայում գտնվող երկու՝ $M = 36 M_{\odot}$ և $m = 29 M_{\odot}$ զանգվածով սև խոռոչ, որոնք շրջանային ուղեծրերով պտտվում են ընդհանուր զազվածի կենտրոնի շուրջ ω անկյունային արագությամբ:

(T03.1) Օգտվելով նյուտոնյան գրավիտացիայից՝ որոշեք սև խոռոչների ω_{ini} անկյունային հաճախությունը այն t_{ini} պահին, երբ սև խոռոչների հեռավորությունը 4.0 անգամ մեծ է դրանց Շվարցշիլդի շառավիղների գումարից՝ Արտահայտած միայն M -ով, m -ով և ֆիզիկական հաստատուններով:

Հաշվեք ω_{ini} -ի արժեքը (rad s^{-1} չափողականությամբ)։

[5]

(T03.2) Հարաբերականության ընդհանուր տեսությունում սև խոռոչները արձակում են f_{GW} հաճախությամբ գրավիտացիոն ալիքներ, ոնդ որում $2\pi f_{\text{GW}} = \omega_{\text{GW}} = 2\omega$: Սա սեղմում է սև խոռոչների ուղեծրերը, որն էլ իր հերթի մեծացնում է f_{GW} հաճախությունը: f_{GW} -ի փոփոխման արագությունը տրվում է

$$\frac{df_{\text{GW}}}{dt} = \frac{96\pi^{8/3}}{5} G^{5/3} c^{\beta} M_{\text{chirp}}^{\alpha/3} f_{\text{GW}}^{\delta/3}$$

կապով, որտեղ $M_{\text{chirp}} = \frac{(mM)^{3/5}}{(m+M)^{1/5}}$ կոչվում է «chirp mass»:

Որոշեք α , β և δ արժեքները:

[4]

(T03.3) Համարեք, որ գրավիտացիոն ալիքները սկսել են գրանցվել $t_{\text{ini}} = 0$ պահից:

[6]

Արտահայտեք սև խոռոչների միացման (երբ f_{GW} դառնում է շատ մեծ) t_{merge} պահը՝ արտահայտած միայն ω_{ini} , M_{chirp} մեծություններով և ֆիզիկական հաստատուններով:

Հաշվեք t_{merge} -ի արժեքը (վայրկյաններով):

(T04) Բալմերի դեկրեմենտ

[15 միավոր]

Դիտարկենք գլխավոր հաջորդականության աստղ V-տիրություն 11.315 mag տեսանելի աստղային մեծությամբ: Աստղը շրջապատված է միգամածությամբ, այս միգամածության իոնացված մասը ճառագայթում է $H\alpha$ և $H\beta$ գծեր, որոնց ալիքի երկարությունները $0.6563 \mu\text{m}$ և $0.4861 \mu\text{m}$ են, համապատասխանաբար: $H\alpha$ և $H\beta$ գծերի հոսքերի տեսականորեն կանխատեսված հարաբերությունը

$f_{H\alpha}/f_{H\beta} = 2.86$ է: Սակայն, երբ այս ճառագայթումն անցնում է սառը, փոշոտ միգամածության արտաքին հատվածով, $H\alpha$ և $H\beta$ գծերի դիտվող ճառագայթման հոսքերը համապատասխանաբար կազմում են $6.80 \times 10^{-15} \text{ W m}^{-2}$ և $1.06 \times 10^{-15} \text{ W m}^{-2}$:

Կլանումը(extinction)՝ A_λ -ն ալիքի երկարությունից կախված ֆունկցիա է արտահայտված հետևյալ բանաձևով՝

$$A_\lambda = \kappa(\lambda)E(B - V).$$

Որտեղ $\kappa(\lambda)$ -ն կլանման կորն է, իսկ $E(B - V)$ -ն B և V տիրույթներում գույնի ավելցուկն է(colour excess): Կլանման կորը (λ -ն տրված μm -երով) տրվում է հետևյալ բանաձևով՝

$$\kappa(\lambda) = \begin{cases} 2.659 \times \left(-1.857 + \frac{1.040}{\lambda}\right) + R_V, & 0.63 \leq \lambda \leq 2.20 \\ 2.659 \times \left(-2.156 + \frac{1.509}{\lambda} - \frac{0.198}{\lambda^2} + \frac{0.011}{\lambda^3}\right) + R_V, & 0.12 \leq \lambda < 0.63 \end{cases}$$

որտեղ, $R_V = A_V/E(B - V) = 3.1$ is the ratio of total-to-selective extinction:

(T04.1) Հաշվեք $\kappa(H\alpha)$ -ի և $\kappa(H\beta)$ -ի արժեքները: [3]

(T04.2) Հաշվեք հետևյալ գույնի ավելցուկների հարաբերությունը $\frac{E(H\beta - H\alpha)}{E(B - V)}$: [4]

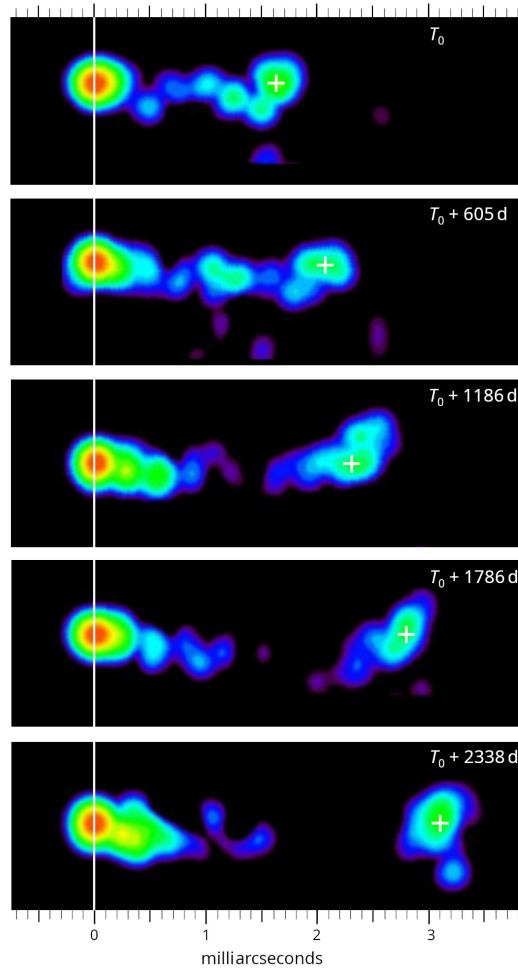
(T04.3) Հաշվեք միգամածությամբ պայմանավորված կլանումները, $A_{H\alpha}$ -ն և $A_{H\beta}$ -ն, $H\alpha$ և $H\beta$ ալիքի երկարությունների վրա: [6]

(T04.4) Հաշվեք միգամածության կլանումը՝ (A_V)-ն, և միգամածության բացակայության դեպքում աստղի V տիրույթում աստղային մեծությունը՝ m_{V0} : [2]

(T05) Քվազարներ

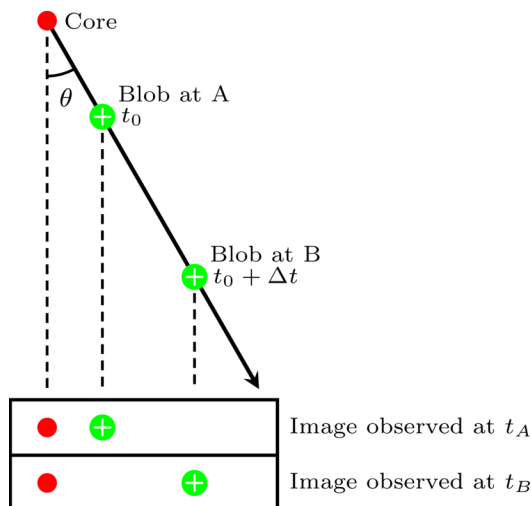
[20 միավոր]

Քվազարը գերզանգվածեղ սև խոռոչներով «աշխատող» գերլուսավոր ակտիվ գալակտիկա է, որը արտանետում է ռելյատիվիստիկ շիթեր: Պատկերում բերված է $z = 0.53$ կարմիր շեղումով և $D_L = 1.00 \times 10^{10}$ լուսատարի լուսատվային հեռավորությամբ (Фотометрическое расстояние) քվազարի՝ տարբեր պահերի արված ռադիոնկարների շարք: «Միջուկը» բերված է ուղղահայաց սպիտակ գծին, իսկ շիթը, որը «գնդիկի» տեսք ունի (նշված սպիտակ $+$ -ով), ժամանակի ընթացքում հեռանում է դրանից: Յուրաքանչյուր նկարում նշված է դիտման պահը (սկսած առաջին նկարի համար՝ T_0 -ից), իսկ անկյունային մասշտաբը բերված է պատկերի վերևում և ներքևում:



(T05.1) Քտեք գնդիկի՝ քվազարի միջուկից ունեցած ϕ_{blob} անկյունային հեռավորությունը [5] (milliarcsecond-ով) և տեսագծին ուղղահայաց l_{blob} հեռավորությունը (լուսատարիով): Այնուհետև, օգտագործելով չափումների տվյալները, հաշվեք գնդիկի՝ տեսագծին ուղղահայաց տեսանելի v_{app} արագությունը՝ որպես լույսի արագության $\beta_{\text{app}} (= v_{\text{app}}/c)$ մաս: Հաշվեք միջին տեսանելի արագությունը $\beta_{\text{app}}^{\text{ave}}$:

Իրականում քվազարի շիթը շարժվում է $v \equiv \beta c$ ռելյատիվիստիկ արագությամբ և ոչ անհրաժեշտաբար երկնքի հարթությունում. այն θ անկյուն է կազմում («դիտման անկյուն») հեռավոր դիտորդի տեսագծի նկատմամբ (նշված է կետագծերով), ինչպես ցույց է տրված ներքևի նկարում: Այս և բոլոր հաջորդ մասերում անտեսեք քվազարի կարմիր շեղումը և բոլոր ռելյատիվիստիկ էֆեկտները:



(T05.2) Գնդիկի՝ ժամանակի տարբեր՝ t_0 (A դիրքին համապատասխան) և $t_0 + \Delta t$ (B դիրքին համապատասխան) արձակած լույսը հասնում է դիտորդին համապատասխանաբար t_A և t_B պահերին: Այսպիսով ժամանակների դիտված տարբերությունը $\Delta t_{app} = t_B - t_A$ է:

(T05.2a) Արտահայտեք $\frac{\Delta t_{app}}{\Delta t}$ հարաբերությունը β և θ մեծություններով: [2]

(T05.2b) Օգտագործելով այս հարաբերությունը՝ արտահայտեք β_{app} -ը β -ով ու θ -ով: [2]

(T05.3) Շարժումը կոչվում է գերլուսային, եթե շարժման տեսանելի արագությունը գերազանցում է լույսինը ($\beta_{app} > 1$), և ենթալուսային՝ հակառակ դեպքում ($\beta_{app} < 1$):

(T05.3a) Կառուցեք β -ի՝ θ -ից կախված այն արժեքների հարթ կորը, որը բաժանում է գերլուսային և ենթալուսային շարժման տիրույթները՝ $\beta_{app} = 1$: Գծերով ստվերագծեք գերլուսային տիրույթը (//): [4]

(T05.3b) Գտեք շիթի նվազագույն իրական արագությունը ($\beta_{low} = v_{low}/c$), որ հնարավոր կդարձնի գերլուսային շարժման դիտումը, և որոշեք դրան համապատասխան θ_{low} դիտման անկյունը: [2]

(T05.4) Որոշեք θ_{max} մաքսիմալ դիտման անկյունը, որի համար հնարավոր կլինի դիտել β_{app} տրված արժեքը: [2]

Քվազարի միջուկը՝ դրա կենտրոնի կոմպակտ օբյեկտը, իր արտանետումների հարցում փոփոխական է՝ պայմանավորված իր հետ պատճառականորեն կապված տիրույթում տեղի ունեցող պրոցեսներով: Այդ տիրույթի չափը (= շառավիղը) սովորաբար վերցվում է միջուկի Շվացշիլդի շառավղի հնգապատիկը:

(T05.5) Որոշակի քվազարի փոփոխականության ժամանակի կարգը 1 ժամ է: Կենտրոնական կոմպակտ օբյեկտի համար ստացեք զանգվածի $M_{c, max}$ վերին սահման՝ արտահայտած Արեգակնային զանգվածներով: [3]

(T06) Գալակտիկական Պտույտ

[20 միավոր]

Մեր Գալակտիկայի պտտման կորը (rotation curve) որոշվում է տարբեր Գալակտիկական երկայնություններում գտնվող չեզոք ջրածնային (HI) ամպերի տեսագծային արագությունների չափումներով, դիտելով HI 21 cm գիծը: Դիտարկենք HI ամպ l գալակտիկական երկայնությունով, ամպի հեռավորությունը Գալակտիկայի Կենտրոնից (ԳԿ) R -է, իսկ Արեգակից D -է: Արեգակի հեռավորությունը ԳԿ-ից $R_0 = 8.5$ kpc է: Համարեք որ և՛ Արևը և՛ HI ամպը Գալակտիկայի հարթության մեջ շրջանագծով են պտտվում ԳԿ-ի շուրջ, Ω_0 , Ω անկյունային արագություններով, և V_0 , V արագություններով, համապատասխանաբար:

Արեգակից նայած ամպի տեսագծային (V_r) և տրանսվերսալ (տեսագծին ուղղահայաց) արագությունները (V_t) արտահայտվում են հետևյալ բանաձևերով

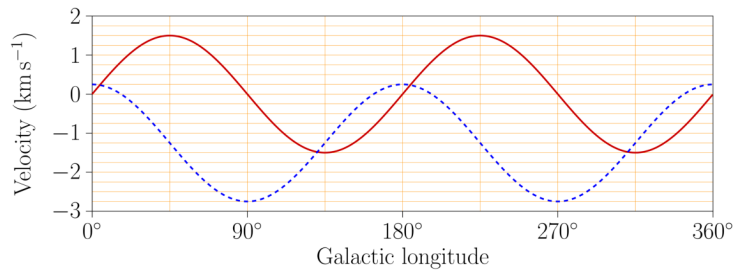
$$V_r = (\Omega - \Omega_0)R_0 \sin l$$

$$V_t = (\Omega - \Omega_0)R_0 \cos l - \Omega D$$

Գալակտիկայի պտույտը Գալակտիկական Հյուսիսային Բևեռից նայած ժամ սլաքի ուղղությամբ է: Խնդրի ընթացքում տեսագծային արագությունը համարում ենք դրական երբ օբյեկտը հեռանում է, իսկ HI ամպերն համարում ենք կետային օբյեկտները:

(T06.1) Answersheet-ում տրված գրաֆիկի վրա պատկերեք (sketch) V_r -ի կախվածությունը D -ից, սկսած $D = 0$ -ից մինչև $D = 2R_0$ երկու տեսագծերի համար (i) $l = 45^\circ$ և (ii) $l = 135^\circ$. Ամեն գծի/կորի մոտ նշեք համապատասխան l -ի արժեքը: [5]

- (T06.2) Ստորև բերված գրաֆիկում պատկերված է միջին տեսագծային(հաստ, կարմիր) և տրանսվերսալ(կետագծային, կապույտ) արագությունները Արեգակից 100 pc հեռավորության վրա աստղերի համար և դրանց կախումը Գալակտիկական երկայնությունից:



Օգտագործելով գրաֆիկը, գնահատեք Արեգակի ԳԿ-ի շուրջ պտտվելու պարբերությունը (P [3]
) մեզա-տարիներով (Myr):

- (T06.3) Յան Օրտը նկատել է, որ արեգակի մոտակայքում ($D \ll R_0$), անկյունային արագությունների տարբերությունը ($\Omega - \Omega_0$) փոքր է, և դուրս է բերել տեսագծային արագության և տրանսվերսալ արագության համար առաջին կարգի մոտավորությունը՝

$$\begin{aligned} V_r &= AD \sin 2l \\ V_t &= AD \cos 2l + BD \end{aligned}$$

որտեղ A -ն և B -ն Օրտի հաստատումներն են:

Դիտարկենք երկու դեպք.

(I) Իրական՝ դիտված Գալակտիկայի պտտման կորը, և

(II) Արհեստական դեպք, երբ գալակտիկայում բացակայում է dark matter-ը, և ենթադրվում է, որ ամբողջ զանգվածը կենտրոնացված է ԳԿ-ում:

- (T06.3a) Ստացեք արտահայտություններ Արեգակի մոտակայքում պտտման արագության [2]
գրադիենտի համար, $\left. \frac{dV}{dR} \right|_{R=R_0}$, վերոնշյալ երկու դեպքերի համար:

- (T06.3b) Արտահայտեք A -ն և B -ն, V_0 -ով, R_0 -ով և արեգակի տեղակայքում պտտման [8]
արագության գրադիենտով, $\left. \frac{dV}{dR} \right|_{R=R_0}$:

- (T06.3c) (A/B) հարաբերությունը տված երկու դեպքերի համար (I) և (II), նշանակված են [2]
որպես F_I և F_{II} , համապատասխանաբար: Որոշեք F_I -ն և F_{II} -ն:

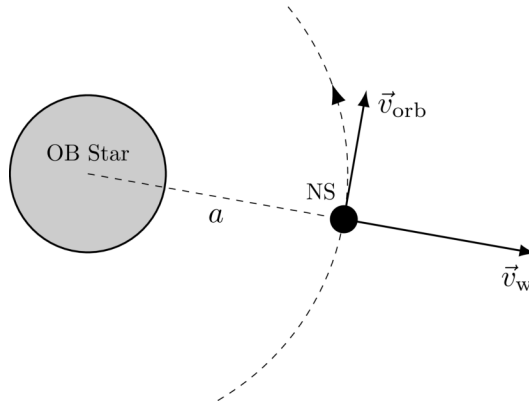
(T07) Նեյտրոնային աստղով կրկնակի համակարգ

[20 միավոր]

Կոմպակտ աստղ պարունակող կրկնակի համակարգերում, որտեղ կոմպակտն աստղը չի անցնում իր Ռոշի սահմանը, կոմպակտ աստղի ակրեցիայի հիմնական աղբյուրը կոմպակտն աստղի աստղային քամին

է: Այս քամաստուն ակրեցիան հատկապես էական է վաղ տիպի աստղից (ինչպիսիք են O կամ B աստղերը, այսուհետ՝ OB աստղ) և նեյտրոնային աստղի (NS) նման կոմպակտ օբյեկտից բաղկացած համակարգերում:

Դիտարկենք այդպիսի NS-OB կրկնակի համակարգ, որտեղ $M_{NS} = 2.0 M_{\odot}$ զանգվածով և $R_{NS} = 11$ կմ շառավղով նեյտրոնային աստղը պտտվում է OB աստղի կենտրոնի շուրջ a շառավղով շրջանային ուղեծրով՝ $v_{orb} = 1.5 \times 10^5 \text{ m s}^{-1}$ արագությամբ (տես ներքևի նկարը): Ամբողջ խնդրում OB աստղի զանգվածի կորուստը համարվում է սֆերիկ-սիմետրիկ, կորուստի արագությունը՝ $\dot{M}_{OB} = 1.0 \times 10^{-4} M_{\odot} \text{ yr}^{-1}$:



- (T07.1) Ակրեցիայի R_{acc} շառավիղը սահմանվում է որպես NS-ից այն մաքսիմալ հեռավորությունը, որտեղից NS-ը կարող է որսալ աստղային քամին: Օգտագործելով ելքի արագության սովորական հաշվարկ, գտեք R_{acc} -ը վերը նշված համակարգի համար՝ կիլոմետրերով, եթե քամու արագությունը NS-ի հեռավորության վրա $v_w = 3.0 \times 10^6 \text{ m s}^{-1}$ է: [3]
- (T07.2) Համարելով, որ որսված ամբողջ նյութը ընկնում է NS-ի վրա, գնահատեք աստղային քամուց NS-ի վրա ակրեցիայի $\dot{M}_{acc}$ զանգվածային արագությունը $M_{\odot} \text{ yr}^{-1}$ միավորով, եթե $a = 0.5 \text{ au}$: Հառազայթման ճնշման և ակրեցիոն գազի սառելու ժամանակի վերջավորությունն անտեսեք: [3]
- (T07.3) Այժմ դիտարկենք իրավիճակ, երբ a հեռավորության վրա (NS-ի մոտ) քամու արագությունը NS-ի ուղեծրային արագության կարգի է: Ակրեցիայի զանգվածային արագությունը այս դեպքում կտրվի $\dot{M}_{acc} = \dot{M}_{OB} f(\tan \beta, q)$ տեսքով, որտեղ $q = M_{NS}/M_{OB}$ կրկնակի համակարգի զանգվածների հարաբերությունն է, իսկ β -ն NS-ի համակարգում քամու արագության՝ OB-ից NS ուղղության հետ կազմած անկյունն է: Գտեք $f(\tan \beta, q)$ արտահայտությունը, համարելով $M_{OB} \gg M_{NS}$: [6]
- (T07.4) Դիտարկենք լրիվ իոնիզացված նյութ, որը շառավղային ուղղությամբ ակրեցիայի ժամանակ հետ է պահվում NS-ի $\vec{B}$ ուժեղ մագնիսական դաշտի պատճառով: Այս էֆեկտը կարելի է մոդելավորել որպես ճնշում, որը տրվում է որպես $\frac{B^2}{2\mu_0}$: Կհամարենք, որ NS-ի մագնիսական դաշտը դիպոլային է, և հասարակածի հարթության մեջ կախված է NS-ից r հեռավորությունից՝ $r \gg R_{NS}$ դեպքում

$$B(r) = B_0 \left(\frac{R_{NS}}{r} \right)^3$$

օրենքով, որտեղ B_0 -ն մագնիսական դաշտն է NS-ի հասարակածի վրա: Մագնիսական դիպոլը համարեք համուղղված NS-ի առանցքին:

- (T07.4a) Արտահայտեք հասարակածային հարթությունում $P_{eq, mag}$ մագնիսական ճնշումը B_0, R_{NS}, r մեծություններով և այլ անհրաժեշտ հաստատուններով: [1]

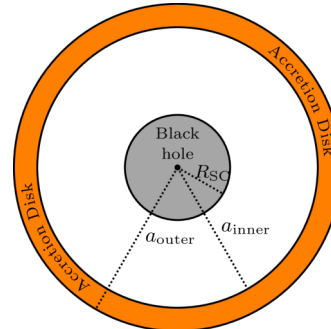
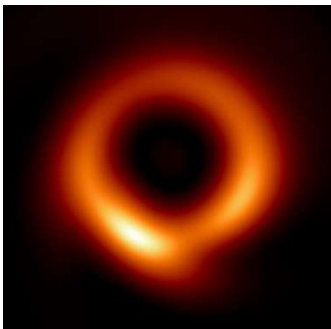
- (T07.4b) Այն մաքսիմալ հեռավորությունը, որտեղ մագնիսական դաշտը կանգնեցնում է ալրեցիայի հոսքը, կոչվում է R_m մագնետոսֆերիկ շառավիղ: Եկող նյութի հոսքը ձնշում կառաջացնի՝ իր՝ NS-ի նկատմամբ շարժման պատճառով: Գտեք մոտավոր արտահայտություն կրտիկական $B_{0,c}$ մագնիսական դաշտի համար, որի դեպքում R_m -ը կհամընկնի R_{acc} -ի հետ, և հաշվեք այդ մեծությունը՝ Տեսլաներով: Մագնիսական էֆեկտները $r > R_m$ տիրույթում անտեսեք, և համարեք՝ $v_w \gg v_{orb}$: [7]

(T08) Սև խոռոչի ստվեր

[20 միավոր]

«Իրադարձությունների հորիզոնի աստղադիտակը» (EHT) հրապարակել է M87 գալակտիկայի կենտրոնում գտնվող գերզանգվածային սև խոռոչի պատկերը, ինչպես ցույց է տրված ստորև բերված նկարի ձախ վահանակում:

Այս պատկերի որոշ պարզ առանձնահատկություններ հասկանալու համար մենք կքննարկենք $M = 6.5 \times 10^9 M_\odot$ զանգվածով, չպտտվող, ստատիկ, գնդաձև սիմետրիկ սև խոռոչի պարզեցված մոդելը, որը շրջապատված է ներքին և արտաքին շառավիղերով $a_{inner} = 6R_{SC}$ և $a_{outer} = 10R_{SC}$ զանգվածագուրկ, հարթ ալրեցիոն սկավառակով, համապատասխանաբար, որտեղ R_{SC} Շվարցշիլդի շառավիղն է: Դիմացից նայած պատկերի ուրվագիծը ներկայացված է ստորև բերված նկարի աջ վահանակում (նկարում մասշտաբը պահպանված չէ):



Մենք ենթադրում ենք, որ ալրեցիոն սկավառակը լույսի միակ աղբյուրն է, որը պետք է դիտարկել: Սկավառակի յուրաքանչյուր կետ լույս է արձակում բոլոր ուղղություններով: Այս լույսը տարածվում է սև խոռոչի գրավիտացիոն դաշտի ազդեցության տակ: Լույսի ճառագայթների շարժումը կարգավորվում է ստորև բերված երկու հավասարումներով (որոնք նման են Արեգակի շուրջը պտտվող մարմնի հավասարումներին)։

$$\frac{1}{2}v_r^2 + \frac{L^2}{2r^2} \left(1 - \frac{2GM}{c^2 r}\right) = E \quad ; \quad v_\phi = r\omega = \frac{L}{r}$$

որտեղ $r \in (R_{SC}, \infty)$ շառավիղն է, $\phi \in [0, 2\pi)$ -ն՝ ազիմուտային անկյունը, իսկ E և L համապատասխանաբար պահպանված էներգիայի և պահպանված իմպուլսի մոմենտի հետ կապված հաստատուններ են:

Այստեղ $v_r \equiv dr/dt$ -ն ռադիալ արագության մեծությունն է, v_ϕ -ն՝ տանգենցիալ արագության մեծությունը, իսկ $\omega \equiv d\phi/dt$ -ն՝ անկյունային արագությունը: Մենք սահմանում ենք հետագծի նշանացուցային b պարամետրը որպես $b = L/\sqrt{2E}$: Այս խնդրի մեջ ժամանակի դանդաղումը (time dilation) անտեսվում է:

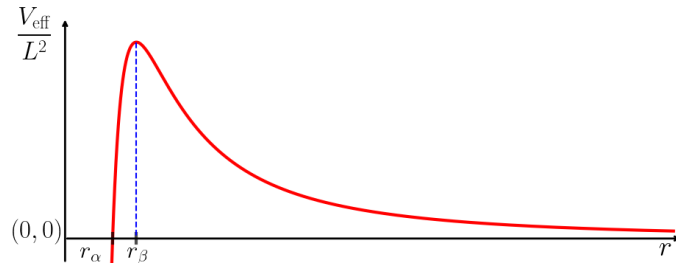
Մեկ այլ օգտակար հավասարում է ստացվում առաջին հավասարումը դիֆերենցելով՝

$$\frac{dv_r}{dt} - \frac{L^2}{r^3} + \frac{3GML^2}{c^2 r^4} = 0$$

- (T08.1) Սև խոռոչի շուրջ կարող են գոյություն ունենալ լույսի շրջանաձև հետագծեր: Գտեք նման ֆոտոնային հետագծերի շառավիղը՝ r_{ph} , և նշանացուցային պարամետրը՝ b_{ph} , M և համապատասխան հաստատունների միջոցով: [4]

(T08.2) Հաշվարկեք լույսի շրջանաձև հետագծի մեկ լրիվ պտույտ վայրկյաններով կատարելու [2]
համար անհրաժեշտ ժամանակը T_{ph} :

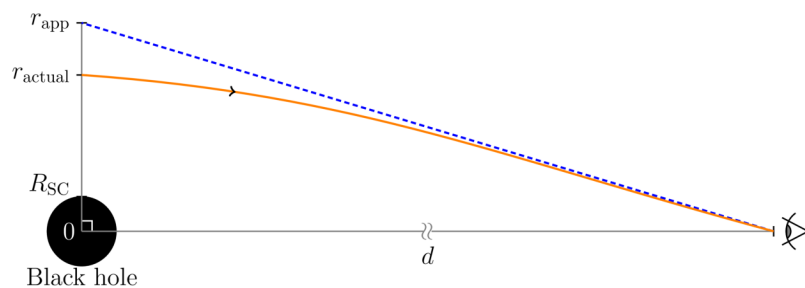
(T08.3) Վերևում տրված ռադիալ արագության հավասարումը (այս խնդրի առաջին հավասարումը)
կարելի է բերել հետևյալ $\frac{v_t^2}{2} + V_{eff}(r) = E$ տեսքի: Ստորև տրված է V_{eff}/L^2 -ի սխեմատիկ
գրաֆիկը՝ որպես r -ից ֆունկցիա:



(T08.3a) Գրաֆիկը ցույց է տալիս երկու հատուկ շառավիղ՝ r_α և r_β : Ստացեք r_α և r_β [2]
արտահայտությունները M -ի և համապատասխան հաստատունների միջոցով:

(T08.3բ) Ակրեցիայի սկավառակից դեպի սև խոռոչ ներս շարժվող ֆոտոնը որոշ [3]
դեպքերում կարող է փախնել անվերջություն: Գտեք այդպիսի ֆոտոնի համար
շրջադարձային կետի շառավիղ՝ r_t -ի ամենափոքր արժեքի արտահայտությունը
 M -ի և համապատասխան հաստատունների միջոցով: Գտեք այս ֆոտոնի համար
նշանացուցային պարամետրի՝ b_{min} -ի ամենափոքր արժեքի արտահայտությունը:

(T08.4) Երկնքի հարթության վրա համակարգի կենտրոնից որոշակի r_{actual} հեռավորությունից եկող
լույսի ճառագայթը կենթարկվի սև խոռոչի ձգողականության ուժի ուժեղ ձկման և, ի վերջո,
կհասնի դիտորդին (նշանակվում է աչքով) համակարգից մեծ d հեռավորության վրա, ինչպես
ցույց է տրված ստորև:

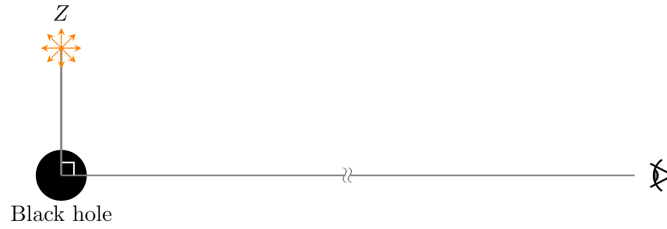


Այս դիտորդի համար կարող է թվալ, թե ճառագայթը ուղղարկվել է այլ կետից՝ երկնքի
հարթության վրա սև խոռոչի կենտրոնից $r_{app} \approx b$ հեռավորության վրա, որտեղ b -ն իրական
հետագծի նշանացուցային պարամետրն է: $r = r_{actual}$ կետի համար կարելի է ենթադրել
հետևյալ կապը՝

$$b(r_{actual}) \approx r_{actual}(1 + R_{SC}/r_{actual})^{1/2}$$

Հեռավոր դիտորդի համար, ինչպես մենք ենք, ակրեցիոն սկավառակին դիմացից նայելիս, [5]
համակարգի պատկերը կթվա շրջանաձև սիմետրիկ երկնքի հարթության մեջ: Որոշեք
պատկերի արտաքին տեսանելի շառավիղը՝ r_{outer} , և ներքին տեսանելի շառավիղը՝ r_{inner} ,
au միավորներով:

(T08.5) Դիտարկենք մեկուսացված գերգանգվածեղ սև խոռոչ $M = 6.5 \times 10^9 M_\odot$ զանգվածով, որը
չունի որևէ ակրեցիոն սկավառակ: Էլեկտրամագնիսական ճառագայթման կարճատև ուժեղ
պայթյուն է տեղի ունենում 5 վայրկյան տևողությամբ Z կետում, որը գտնվում է սև խոռոչից
որոշակի հեռավորության վրա, ասենք՝ $r_Z = 6R_{SC}$ ինչպես ցույց է տրված նկարում: Z կետում
պայթյունը լույս է արձակում բոլոր ուղղություններով: Սև խոռոչից հեռու գտնվող (ներքևում
նկարում նշված է աչքով) դիտորդը խոռոչի՝ 60 վայրկյան էքսպոզիցիայի տևողությամբ
պատկեր է անում:



Ստորև բերված յուրաքանչյուր պնդումի համար ընտրեք ճիշտ տարբերակը.

- (T08.5a) Լույսի Z կետից դիտորդին անցնելու հնարավոր ուղիների քանակը հավասար է [2]
(A) Առավելագույնը մեկ (B) Հենց մեկ (C) Հենց երկու (D) Երկուսից մեծ:
- (T08.5բ) Երկար էքսպոզիցիայով նկարում երևացող պայթյունի պատկերների քանակը [2]
հավասար է
(A) Առավելագույնը մեկ (B) Հենց մեկ (C) Հենց երկու (D) Երկուսից մեծ:

(T09) Մթնոլորտային seeing

[35 միավոր]

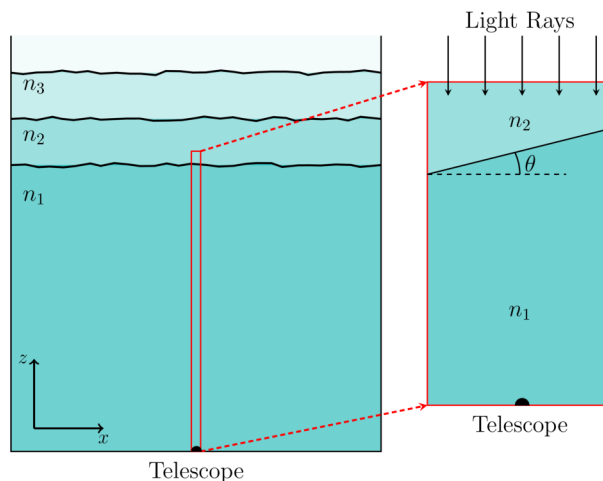
$D = 15$ cm տրամագծով և $f = 200$ cm ֆոկուսային հեռավորությամբ աբրոմատիկ ուռուցիկ օբյեկտիվ ոսպնյակով դիտակը ուղղում են զենիթ:

- (T09.1) Քտեք կետային աղբյուրի՝ ֆոկալ հարթության վրա օբյեկտիվ ոսպնյակի ստեղծած [1]
պատկերի d_{image} տրամագիծը (մետրով) կանաչ լույսի ($\lambda = 550$ nm) համար՝ դիտարկելով
միայն դիֆրակցիայի էֆեկտը:

Աստղագիտական օբյեկտի պատկերի վրա ազդում է նաև այսպես կոչված «մթնոլորտային seeing»-ը:

Մթնոլորտի շերտերի սահմանները, ինչպես նաև այդ շերտերի բեկման ցուցիչները անըդիատ փոխվում են տոբոգրաֆիկության, ջերմային տատանումների և այլ էֆեկտների պատճառով: Սա բերում է օբյեկտիվի ֆոկալ հարթությունում եղած պատկերի դիրքի աննշան փոփոխությունների, ինչը հայտնի է որպես «առկայծման էֆեկտ»: Խնդրի մնացած մասում անտեսեք ինտերֆերենցիայի բոլոր էֆեկտները՝ բացի վերը քննարկված դիֆրակցիայով պայմանավորված աստղի պատկերի չափի առաջացումից:

Ներքևի պատկերի ծախ հատվածը ցուցադրում է մթնոլորտի ուղղաձիգ հատույթ՝ բազմաթիվ տարբեր ($n_1, n_2, n_3, \dots$) բեկման ցուցիչներով շերտերով: Աջ հատվածը ցուցադրում է մթնոլորտի նեղ ուղղաձիգ հատույթ և n_1 ու n_2 ($n_1 > n_2$) բեկման ցուցիչներով երկու ամենացածր շերտերը: Այս խնդրում կոիտարկենք միայն այդ երկու շերտը: Պատկերում մասշտաբները պահված չեն:

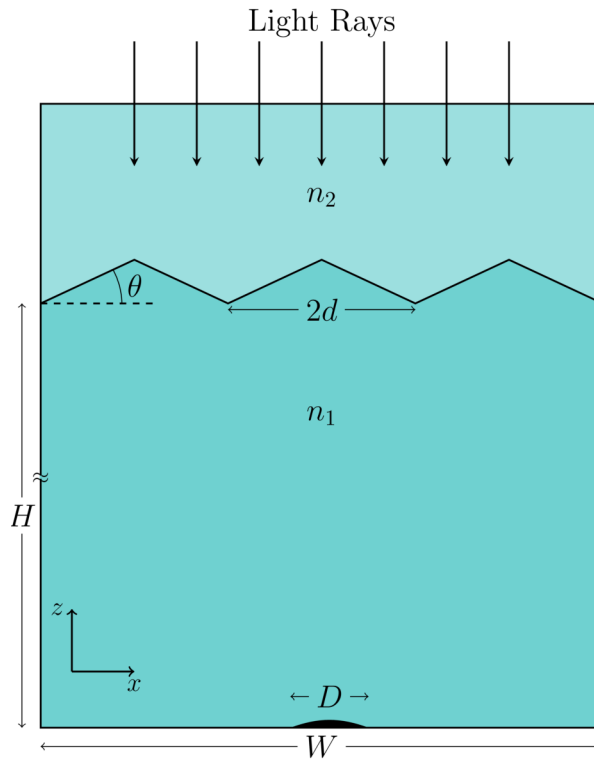


- (T09.2) Համարենք՝ երկու շերտերի սահմանը դիտակից ուղիղ դեպի վերև գտնվում է $H = 1$ կմ բարձրության վրա, հորիզոնի նկատմամբ $\theta = 30^\circ$ թեքությամբ: Այս խնդրի բոլոր մասերում θ -ի դրական ուղղությունը վերցվում է ժամսլաքին հակառակ: Տրված միագույն լույսի աղբյուրի համար $n_1 = 1.00027$ և $n_2 = 1.00026$: Դիցուք զենիթում գտնվող աստղի անկյունային շեղումը դիտակի ֆոկալ հարթության մոտ α է:
- (T09.2a) Գծեք ճառագայթի ընթացքը պատկերող դիագրամ բաժանման սահմանի մոտ [2]
համապատասխանաբար պատկերելով n_1 , n_2 , θ և α մեծությունները:
- (T09.2բ) Գտեք α -ի արտահայտությունը θ , n_1 -ով և n_2 -ով: Օգտագործեք փոքր անկյան [2]
մոտավորությունները՝ $\sin \alpha \approx \alpha$ և $\cos \alpha \approx 1$:
- (T09.2c) Հաշվարկեք պատկերի դիրքի տեղաշարժը Δx_θ (մ-ով), եթե θ -ն աճում է 1%-ով [3]
(պահպանելով n_1 և n_2 անփոփոխ արժեքները):
- (T09.2d) Հաշվարկեք պատկերի դիրքի տեղաշարժը Δx_n (մ-ով), եթե n_2 ը մեծանում է [3]
0.0001%-ով (պահպանելով n_1 և θ -ն ֆիքսված):
- (T09.3) Ձենիթի վրա գտնվող աստղից եկող սպիտակ լույսի համար ընտրեք հետևյալներից որն է [2]
ամենից ճշգրիտ նկարագրում պատկերի ձևն ու գույնը՝ նշելով (✓) համապատասխան
վանդակը (միայն մեկը) answersheet-ում: Նկատի ունեցեք, որ նկարում x -ն մեծանում է ձախից
աջ:

	Պատկերի գույնը	Պատկերի ձևը	Ձախ եզր	Աջ եզր
A	Սպիտակ	շրջանաձև		
B	Սպիտակ	էլիպսաձև		
C	Գունավոր	շրջանաձև	Կապույտ	Կարմիր
D	Գունավոր	շրջանաձև	Կարմիր	Կապույտ
E	Գունավոր	էլիպսաձև	Կապույտ	Կարմիր
F	Գունավոր	էլիպսաձև	Կարմիր	Կապույտ

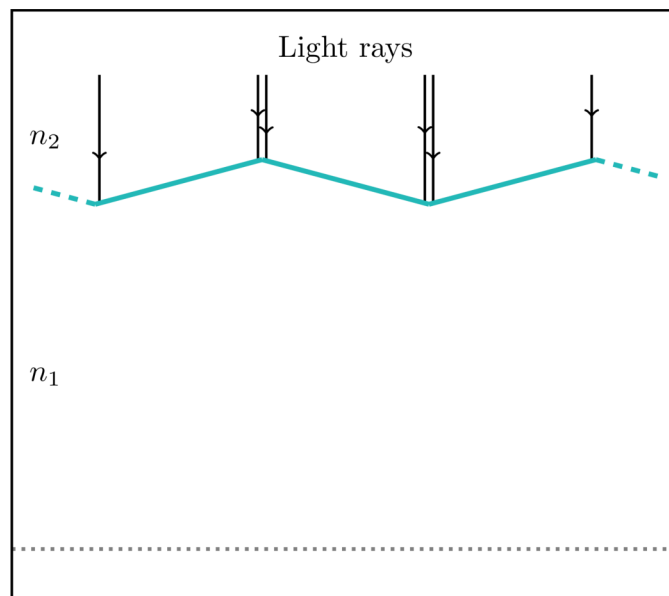
Այս հարցի մնացած բոլոր մասերի համար մենք դիտարկում ենք մոնոքրոմատիկ կանաչ լույս՝ $\lambda = 550$ nm երկարությամբ: Մենք մոդելավորում ենք շերտերի միջև բաժանման սահմանը, որպես անվերջ զիգզագ հարթությունների հավաքածու (ուղղահայաց հարցաթերթի հարթությամբ), որոնք բաժանված են x առանցքի երկայնքով $d = 10$ cm հեռավորությամբ, $\theta = 10^\circ$, կամ $\theta = -10^\circ$ անկյունով:

Ստորև բերված նկարը (ոչ մասշտաբային) ցույց է տալիս մթնոլորտի այս մոդելի լայնական կտրվածքը W ($W \ll H$) լայնությամբ: Մեծ ապերտուրայով աստղադիտակների համար սահմանի այս զիգզագաձև բնույթը հանգեցնում է բծերի առաջացմանը ֆոկուսային հարթությունում:



(T09.4) Դիտարկենք վերևում մոդելավորված մթնոլորտը:

(T09.4a) Ստորև բերված դիագրամում ներկայացված է մթնոլորտի մի հատված՝ հաջորդական գիգազածն հարթություններով, որոնք ունեն վերը նշված նույն պարամետրերը (նկարում մասշտաբը պահպանված չէ):



Նույն դիագրամում, որը գտնվում է answersheet-ում, գծեք ընկնող լույսի ճառագայթների ուղիները դեպի այն հարթությունը, որտեղ տեղադրված է աստղադիտակի օբյեկտիվը, որը ցույց է տրված մոխրագույն կետավոր գծով:

Դիագրամում «X»-ով նշեք այն տիրույթ(ներ)ը, եթե կան, որտեղ լույսի [4]
ճառագայթներ չեն հասնի:

(T09.4բ) Հաշվարկեք նման տիրույթ(ներ)ի W_x լայնությունը:

[3]

(T09.4c) Գտեք աստղադիտակի օբյեկտիվի ամենամեծ տրամագիծը՝ $D_{\max}$, որի միջոցով հնարավոր կլինի ստանալ աստղի մեկ պատկեր՝ ընտրելով աստղադիտակի դիրքը սահմանի նկատմամբ: [4]

(T09.5) Դիտարկենք այն դեպքը, երբ սահմանի զիգագաձև կառուցվածքը թույլատրվում է x , y ուղղություններով (պատկերացրեք բուրգերի ցանց), և $D = 100$ սմ ($f = 200$ սմ): [6]

Բժերի ստացված օրինաչափությունը որակապես պատկերեք answersheet-ի հատկացված վանդակում:

(T09.6) Տուրբուլենտ մթնոլորտի համար կրկին դիտարկենք սահմանային շերտի նույն զիգագաձև կառուցվածքը միայն x ուղղությամբ, բայց այժմ երկու հարթությունների միջև անկյունը փոխվում է հավասարաչափ արագությամբ՝ 10° -ից մինչև -10° 1.0 վայրկյանում: Ենթադրենք, որ սա հանգեցնում է պատկերի դիրքի հավասարաչափ արագությամբ տեղաշարժի: [5]

Դիտարկենք $D = 8$ սմ և $f = 1$ մ) աստղադիտակ: Գնահատեք դրա CCD տեսախցիկի համար թույլատրված ամենաերկար էքսպոզիցիայի ժամանակը $t_{\max}$ որպեսզի ստանանք միայն մեկ պատկեր, և դիրքի ցանկացած հնարավոր շեղում մնա պատկերի diffraction limited տրամագծի 1%-ից պակաս:

(T10) Նուկլեոսինթեզը Մեծ Պայթյունում

[35 միավոր]

Վաղ տիեզերքի՝ ճառագայթման դոմինանտության ժամանակաշրջանում տիեզերքի մասշտաբի պարամետրը փոխվում է $a \propto t^{1/2}$ օրենքով, որտեղ t -ն ժամանակն է՝ հաշված մեծ պայթյունի պահից: Այս ժամանակաշրջանի վաղ փուլում նեյտրոնները (n) ու պրոտոնները (p) իրար հետ գտնվում են ջերմային հավասարակշռության մեջ՝ թույլ փոխազդեցությունների միջոցով: Ազատ նեյտրոնների կամ պրոտոնների N կոնցենտրացիաները կապված են T ջերմաստիճանի հետ և կախված են իրենց m զանգվածներից որպես

$$N \propto m^{3/2} \exp\left(-\frac{mc^2}{k_B T}\right),$$

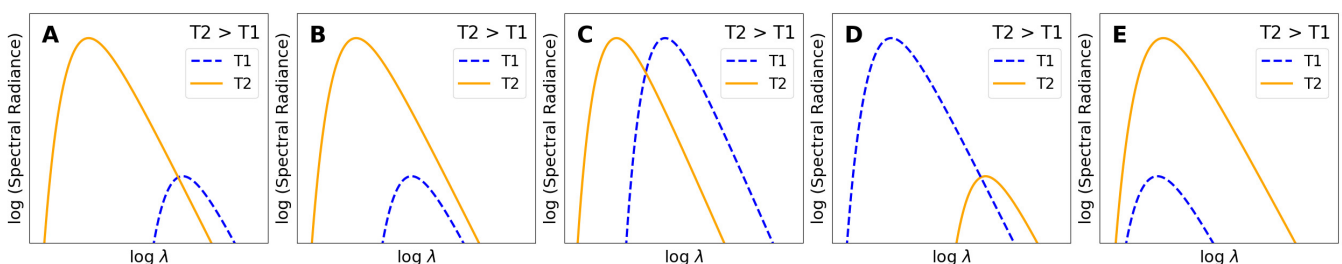
քանի դեռ $t \leq t_{\text{wk}} = 1.70$ s՝ երբ $k_B T \geq k_B T_{\text{wk}} = 800$ keV: t_{wk} -ից հետո թույլ փոխազդեցությունը չի կարող պահել այդ հավասարակշռությունը, և ազատ նեյտրոնները տրոհվում են պրոտոնների՝ կիսատրոհման 610.4 s պարբերությամբ:

(T10.1) Պրոտոնների կոնցենտրացիան նշանակենք N_p , նեյտրոններինը՝ N_n : Հաշվեք նեյտրոնների $X_{n, \text{wk}} = N_n / (N_n + N_p)$ քանակական կշիռը ժամանակի t_{wk} պահին: [4]

(T10.2) Ֆոտոնները բոլոր ժամանակաշրջաններում պահպանում են ջերմային հավասարակշռությունը և սև-մարմնային սպեկտրը:

(T10.2a) Գտեք β -ն, որի համար $T(a) \propto a^\beta$. [2]

(T10.2b) Որոշեք, թե նշված գրաֆիկներից որում է ճիշտ բերված երկու՝ T_1 և T_2 ջերմաստիճաններին համապատասխան ֆոտոնների սպեկտրալ խտությունները: Ճիշտ տարբերակը «✓»-ով նշեք Answersheet-ում: [2]

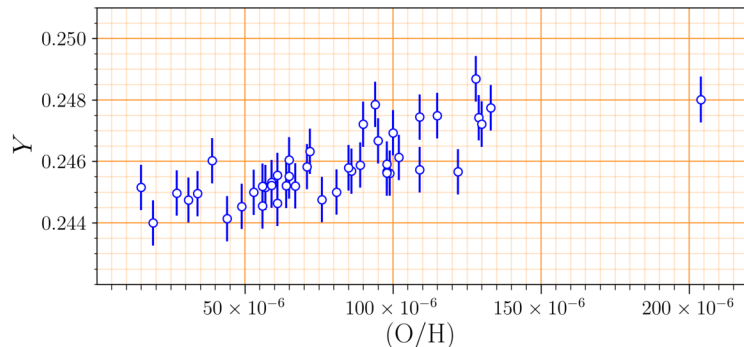


- (T10.3) t_{wk} -ից հետո դեյտերիումի ռաջացման պրոցեսը տրվում է հնդիկ ֆիզիկոս պրոֆ. Մեդնադ Սահայի անունով կոչվող Սահայի հավասարումով, որը կարելի է կարելի է բերել՝

$$\frac{N_D}{N_n} = 6.5\eta \left(\frac{k_B T}{m_n c^2} \right)^{3/2} \exp \left(- \frac{(m_D - m_p - m_n) c^2}{k_B T} \right)$$

պարզ տեսքին, որտեղ η -ն բարիոն-ֆոտոն հարաբերակցությունն է, և հավասար է 6.1×10^{-10} , իսկ N_D -ն դեյտերիումի կոնցենտրացիան է:

- (T10.3a) Answersheet-ի ցանցի վրա կառուցեք N_D/N_n հարաբերությունը ջերմաստիճանի՝ $k_B T = [60, 70]$ keV տիրույթում գտնվող բավականաչափ հեռու առնվազն 4 արժեքի համար, և տարեք դրանցով անցնող հարթ կոր: [5]
- (T10.3b) Այդ գրաֆիկից գտեք $k_B T_{\text{nuc}}$ -ը (keV-ով), որտեղ $N_D = N_n$: [1]
- (T10.3c) Այժմ համարեք, որ $k_B T_{\text{nuc}}$ պահին բոլոր ազատ նեյտրոնները ակնթարթորեն կապվում են պրոտոնների հետ՝ կազմելով դեյտերիում, ինչն էլ անմիջապես փոխակերպվում է հելիումի (${}^4\text{He}$): Հաշվեք հելիումի սինթեզին համապատասխան t_{nuc} նուկլեոսինթեզի պահը (վայրկյաններով): [4]
- (T10.4) Հաշվեք $X_{n, \text{nuc}}$ -ի արժեքը t_{nuc} -ից անմիջապես առաջ: [5]
- (T10.5) Հելիումի Y_{prim} «նախապատմական» տարածվածությունը, սահմանվում է որպես t_{nuc} -ից [3]
անմիջապես հետո որպես հելիում կապված մատերիայի՝ տիեզերքում զանգվածային մասնաբաժինը: Տեսականորեն գնահատեք Y_{prim} -ը: Միայն այս կետում կարող եք համարել $m_p \approx m_n$ և հելիումի զանգվածի համար՝ $m_{\text{He}} \approx 4m_n$:
- (T10.6) Հելիումի նախապատմական տարածվածությունը դժվար է չափել, քանի որ այժմ աստղերը անընդհատ հելիում են առաջացնում ջրածնից: Փալակտիկայում այդ առաջացման քանակը կապված է թթվածնի (որը առաջանում է միայն աստղերում) և ջրածնի կոնցենտրացիաների հարաբերության հետ, նշանակվում է՝ (O/H) : Ներքևում պատկերված են (O/H) -ի և հելիումի Y տարածվածության չափման տվյալները տարբեր գալակտիկաների համար:



Օգտագործեք այս պատկերը (որը արտապատկերված են նաև answersheet-ում) հետևյալ հարցերին պատասխանելու համար.

- (T10.6a) Գնահատեք Y -ը $(\text{O}/\text{H}) = 1.75 \times 10^{-4}$ արժեքով կապույտ կոմպակտ թզուկ [2]
գալակտիկայի համար:
- (T10.6b) Գտեք վերևի տվյալներին համապատասխան ուղիղ գծի $dY/d(\text{O}/\text{H})$ թեքությունը: [2]
- (T10.6c) Վերևի չափումների վրա հիմնվելով՝ գնահատեք հելիումի $Y_{\text{prim}}^{\text{obs}}$ [2]
նախապատմական տարածվածությունը:
- (T10.7) Y_{prim} -ի և $Y_{\text{prim}}^{\text{obs}}$ -ի միջև տարբերությունը կարելի է չեզոքացնել բարիոն-ֆոտոնային η [3]
հարաբերակցությունը փոխելով: Answersheet-ում նախատեսված աղյուսակում նշեք. η -ն նվազեցնելու դեպքում (ինչպես answersheet-ում նշված է՝ $\downarrow$) ինչպես են փոխվում $N_D/N_n(T)$ -ն, T_{nuc} -ը (երբ $N_D = N_n$), t_{nuc} -ը, $X_{n, \text{nuc}}$ -ը և Y_{prim} -ը. աճում ($\uparrow$), թե՛ նվազում ($\downarrow$):

(T11) Աստղերը գրաֆիկների միջոցով

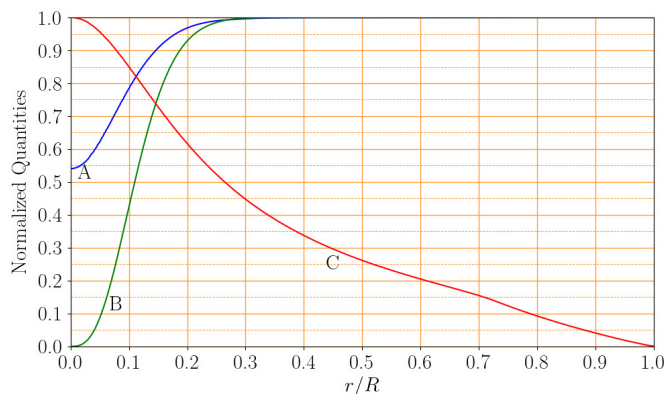
[50 միավոր]

Աստղերը կարող են լավ մոտարկվել որպես գնդաձև սիմետրիկ մարմիններ, և, հետևաբար, կենտրոնից ռադիալ հեռավորությունը r կարող է ընտրվել որպես աստղային ներքին կառուցվածքի մոդելավորման միակ անկախ փոփոխական: r շառավղով գնդում պարունակվող զանգվածը նշանակվում է $m(r)$ -ով: Լուսատվությունը $l(r)$ սահմանվում է որպես (r) շառավղով գնդի մակերևույթից դուրս հոսող էներգիան միավոր ժամանակում: Հետաքրքրության առարկա հանդիսացող այլ մեծություններ, օրինակ՝ խտությունը $\rho(r)$ ջերմաստիճանը $T(r)$, ջրածնի զանգվածային մասը $X(r)$, հելիումի զանգվածային մասը $Y(r)$, ինչպես նաև միավոր զանգվածից միավոր ժամանակում առաջացած միջուկային էներգիան $\epsilon_{\text{nuc}}(r)$, ընդունվում են որպես r -ից ֆունկցիաներ: Այս խնդրի ընթացքում մենք կանտեսենք աստղի ներսում տարրերի դիֆուզիայի և նյութի գրավիտացիայով պայմանավորված դասավորումը աստղում:

Խնդիրը բաղկացած է երեք անկախ մասերից: «log» նշանը վերաբերում է 10 հիմքով լոգարիթմին:

(T11.1) Մաս 1. Աստղի ներսում

Ստորև բերված գրաֆիկը ցույց է տալիս երեք կառուցվածքային մեծությունների՝ A, B և C-ի փոփոխությունը՝ որպես հարաբերական r/R շառավղից ֆունկցիաներ $1 M_{\odot}$ զանգվածով և 4 GYr տարիքի աստղում, որտեղ R աստղի լուսոլորտային շառավիղն է: Աստղի (լուսոլորտային) մակերևույթի վրա Y_s հելիումի զանգվածային մասի և (լուսոլորտային) մակերևույթի վրա Z_s մետաղականության (հելիումից ծանր բոլոր տարրերի զանգվածային մասի) արժեքները տրված են՝ $(Y_s, Z_s) = (0.28, 0.02)$: Գծապատկերներում ներկայացված բոլոր մեծությունները նորմավորված են իրենց համապատասխան առավելագույն արժեքներով:



(T11.1a) Հինգ հնարավորություններից միարժեքորեն որոշեք A, B և C երեք մեծությունները՝ [6]

$$T(r), l(r), \epsilon_{\text{nuc}}(r), X(r), Y(r).$$

(Գրեք A/B/C համապատասխան մեծությունների կողքին գտնվող վանդակներում՝ answersheet-ում: Ձեր պատասխանի համար հիմնավորում անհրաժեշտ չէ):

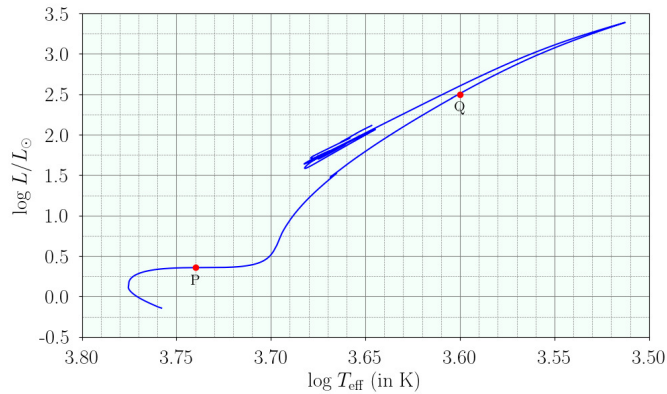
(T11.1բ) Որքա՞ն է հելիումի զանգվածային մասը աստղի կենտրոնում՝ Y_c : [3]

(T11.1c) (T11.1a)-ում տրված հինգ մեծություններից (որոնք չեն նույնականացվել որպես A, B կամ C կորեր) մնացած երկու մեծությունները answersheet-ի նույն գրաֆիկի վրա պատկերեք որպես r/R -ից ֆունկցիաներ, համապատասխան գրաֆիկի մոտ նշեք պատկերված մեծությունը: [5]

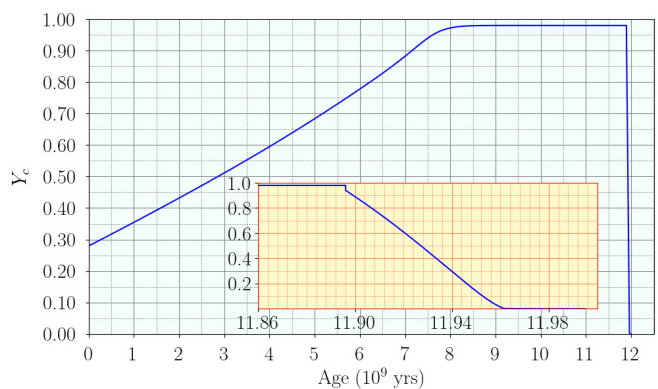
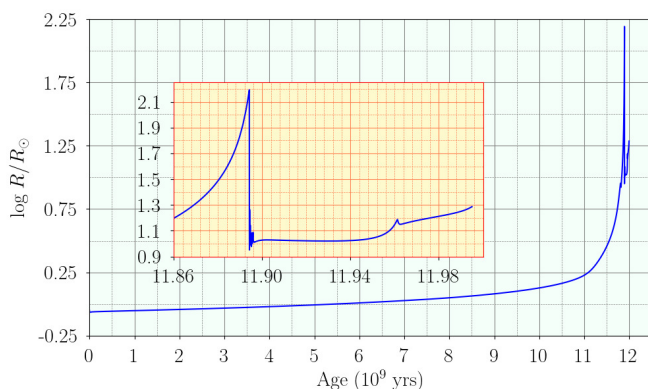
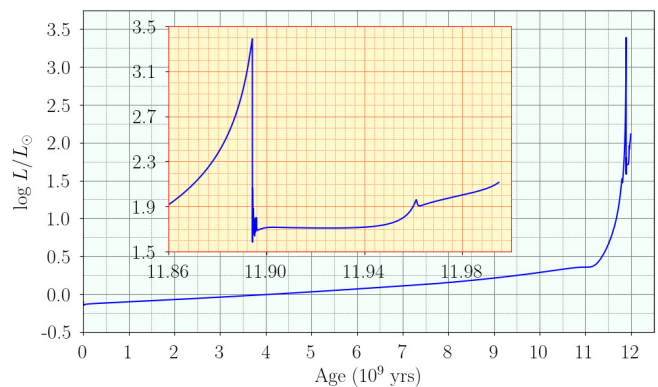
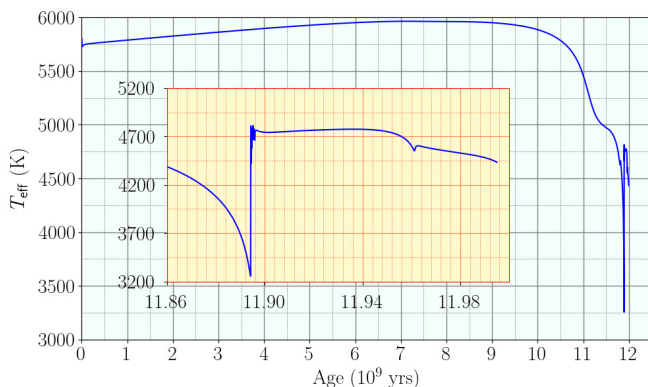
(T11.2) Մաս 2. Ջարգացող աստղեր

Դիտարկենք $1M_{\odot}$ աստղի էվոլյուցիան, որի սկզբնական միատարր կազմը տրված է հելիումի՝ $Y_0 = 0.28$ և մետաղների՝ $Z_0 = 0.02$ զանգվածային մասնաբաժիններով: Ստորև բերված նկարները ցույց են տալիս այս աստղի տարբեր գլոբալ մեծությունների փոփոխությունը էվոլյուցիայի ընթացքում՝ ZAMS-ից (Zero age main sequence) մինչև միջուկում հելիումի այրման ավարտը:

Ստորև բերված գրաֆիկը ցույց է տալիս աստղի էվոլյուցիոն հետագիծը HR դիագրամում ($\log L/L_{\odot}$ - $\log T_{\text{eff}}$ -ի գրաֆիկը, որտեղ L մակերևույթի լուսատվությունն է, իսկ T_{eff} -ն՝ էֆեկտիվ ջերմաստիճանը):



Ստորև բերված նկարում ներկայացված են չորս գրաֆիկներ, որոնք ցույց են տալիս նույն աստղի T_{eff} -ի (K-ով), L -ի (ներկայացված որպես $\log L/L_{\odot}$), R -ի (ներկայացված որպես $\log R/R_{\odot}$) և Y_c -ի՝ ժամանակի ընթացքում փոփոխությունները (10^9 տարում): Այս չորս գրաֆիկներից յուրաքանչյուրում, ներդիրները մանրամասն ցույց են տալիս համապատասխան մեծությունների տատանումները 11.86×10^9 yr-ից մինչև 12.00×10^9 yr տարիքի միջև՝ ավելի մեծ ճշտության համար:



Օգտագործեք այս գրաֆիկները՝ ստորև բերված հարցերին պատասխանելու համար:

- (T11.2a) Որքա՞ն է աստղի՝ գլխավոր հաջորդականության վրա կյանքի մոտավոր [1]
տևողությունը t_{MS} (տարիներով):
- (T11.2բ) Որքա՞ն է մոտավոր տևողությունը՝ Δt_{He} (տարիներով), որի ընթացքում աստղը [1]
այրում է հելիում իր միջուկում:
- (T11.2c) Աստղի կենտրոնում գտնվող ջրածնի սկզբնական քանակի n° f_H մասն է այրվել. [3]
երբ աստղի լուսատվությունը $1L_\odot$ է:
- (T11.2d) Որքա՞ն է աստղի R_1 շառավիղը ($R_\odot$ միավորներով), երբ այրվել է աստղի [3]
կենտրոնում գտնվող սկզբնական ջրածնի 60%-ը:
- (T11.2e) Որքա՞ն են աստղի շառավիղները՝ R_P և R_Q ($R_\odot$ միավորներով), որոնք [4]
համապատասխանում են համապատասխանաբար նրա P և Q դիրքերին, նշված է
HR դիագրամում:

(T11.3) **Մաս 3. Ջանգվածի բաշխումը աստղի ներսում**

Աստղի ներսում զանգվածի բաշխումը բավարարում է

$$\frac{dm(r)}{dr} = 4\pi r^2 \rho(r)$$

հավասարմանը: Հարմար կլինի այս հավասարումը արտահայտել երեք չափագուրկ
փոփոխականների միջոցով, այն է՝ հարաբերական զանգվածը՝ q , հարաբերական
շառավիղը՝ x , և հարաբերական խտություն σ , որը մենք սահմանում ենք որպես

$$q = m/M \quad x = r/R \quad \sigma = \rho/\bar{\rho}$$

որտեղ M և R -ը համապատասխանաբար աստղի ընդհանուր զանգվածն ու շառավիղն են,
իսկ $\bar{\rho} \equiv \frac{M}{\frac{4}{3}\pi R^3}$ -ը՝ աստղի միջին խտությունը: Այս մասում դիտարկվող կոնկրետ աստղի
համար տրված է հետևյալ տեղեկությունը.

- Կենտրոնական խտությունը $\rho(x=0) = 80\bar{\rho}$
- Աստղի զանգվածի կեսը գտնվում է նրա ընդհանուր շառավղի ներքին 25%-ի, իսկ զանգվածի 70%-ը՝
նրա ընդհանուր շառավղի ներքին 35%-ի սահմաններում:

Այս հարցի բոլոր հետագա մասերում բավարար կլինի բոլոր ստացված թվային
գործակիցները պահել 0.005 ճշտության սահմաններում:

- (T11.3a) Վերոնշյալ հավասարումը, որը նկարագրում է զանգվածի կախվածությունը [2]
շառավղից, արտահայտեք x -ով, $\frac{dq(x)}{dx}$ -ով և $\sigma(x)$ -ով:

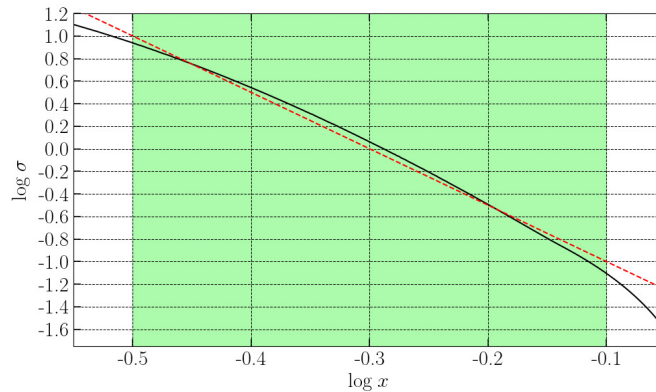
Ջանգվածի և շառավղի բաշխումը ստանալու համար մենք պետք է իմանանք
աստղի ներսում խտության կախվածությունը շառավղից: Այս խնդրի
շրջանակներում մենք աստղի խտության կախվածությունը կներկայացնենք երկու
ֆունկցիաներով x -ի երկու տիրույթներում:

- աստղի ներքին մասը՝ $0 \leq x \leq 0.32$
- աստղի միջին մասը՝ $0.32 < x < 0.80$

Մենք որևէ մոտավորություն չենք անում արտաքին մասի համար, այսինքն՝
 $0.80 \leq x \leq 1.00$:

- (T11.3բ) **Միջին մասի մոտավոր հաշվարկը .**

Աստղի միջին մասում $\log \sigma$ -ի փոփոխությունը որպես $\log x$ ֆունկցիա ցույց է տրված (սև կորով) ստորև բերված գրաֆիկում: Մենք կկատարենք գծային մոտավորություն (գրաֆիկում ցույց է տրված որպես ընդհատ կարմիր գիծ) $\log \sigma$ ի համար որպես $\log x$ ֆունկցիա $-0.5 < \log x < -0.1$ տիրույթում, այսինքն՝ $0.32 \lesssim x \lesssim 0.80$ (ցույց է տրված կանաչ ստվերագծված տիրույթում): Այնուհետև, մենք կկիրառենք այս գծի թեքությունը ամենամոտ ամբողջ թվով:



Օգտագործեք այս մոտավորությունը $\sigma(x)$ -ի համար x -ից ֆունկցիա գրելու համար $0.32 < x < 0.80$ տիրույթում: [4]

(T11.3c) Օգտագործեք (T11.3b) արդյունքը՝ $q(x)$ ի համար $0.32 < x < 0.80$ տիրույթում [6]
արտահայտություն ստանալու համար:

(T11.3d) **Ներքին մասի մոտավոր հաշվարկը .**

Աստղի ներքին մասում ($0 \leq x \leq 0.32$), խտությունը կարելի է մոտարկել որպես [8]
շառավիղից կախված գծային ֆունկցիա, այսինքն՝ $\sigma(x) = Ax + B$, որտեղ A, B
հաստատուններ են: Որոշեք A -ն և B -ն, և ստացեք $q(x)$ ի արտահայտությունը
 $0 \leq x \leq 0.32$ տիրույթում: Նկատի ունեցեք, որ նախորդ և այս մասերում
ընդունված մոտավորությունները $x = 0.32$ կետում կարող են հանգեցնել
խտության կամ զանգվածի փոքր խզումների:

(T11.3e) (T11.3c) և (T11.3d) մասերում ստացված $q(x)$ արտահայտությունները [4]
մոտավորություններ են, որոնք բավականին լավ նկարագրում են զանգվածի
փոփոխությունը շառավիղով, բայց միայն աստղի որոշակի շրջաններում:
 $0.80 \leq x \leq 1$ համար (որի համար չենք ստացել ոչ-մի արտահայտություն),
հնարավոր է կատարել հարևան տիրույթի ընդլայնում (շարունակում):
Օգտագործեք այս մեթոդը և տրված տվյալներով գծեք $q(x)$ -ը կախված x -ից ողորկ
կորը (առանց խզումների $q(x)$ -ի և իր ածանցյալի համար), ամբողջ աստղի համար
($0 \leq x \leq 1$):

(T12) Սև խոռոչների Հոկինգի ճառագայթումը

[50 միավոր]

(T12.1) Սև խոռոչը (BH) սովորաբար առաջանում է ծանր աստղի կյանքի վերջում դեպի
սինգուլյարություն կոչվող կետը տեղի ունեցող կոլապսից: Ուժեղ գրավիտացիոն դաշտերի
պատճառով՝ ոչինչ, ինչ ներս է անցնում այսպես կոչված պատահարների հորիզոնից ($r = R_{SC}$ շառավիղով սֆերիկ մակերևույթ է, որտեղ r -ը սինգուլյարությունից ունեցած
հեռավորությունն է) չի կարող հեռանալ: Այստեղ R_{SC} -ը Շվացշիլդի շառավիղն է:

(T12.1a) **Հոկինգի ճառագայթման մոդելը.** դիտարկենք նույն m զանգվածով երկու մասնիկներից կազմված զույգ, որոնք առաջացել են BH հորիզոնի տարբեր կողմերում: Մասնիկներից մեկը մի փոքր դուրս է պատահարների հորիզոնից $r \approx R_{SC}$, իսկ մյուսը ներսում է՝ $r = \kappa R_{SC}$ դիրքում: Համարեք, որ մասնիկի էներգիան դրա mc^2 զանգվածային էներգիայի և BH-ի պատճառով ունեցած գրավիտացիոն պոտենցիալ էներգիայի գումարն է:

Գտեք κ -ի արժեքը, որի դեպքում մասնիկների զույգը ունի գումարային զրո [4]
էներգիա:

(T12.1b) **Սև խոռոչի ջերմաստիճանը.** եթե վերը նկարագրված պրոցեսով հորիզոնից դուրս առաջացած մասնիկը ունենա բավարար կիներտիկ էներգիա, այն կփախնի BH-ից, և այս երևույթը կկոչվի Հոկինգի ճառագայթում: Հորիզոնից ներս առաջացածը, որը ունի բացասական էներգիա, կլանվում է և նվազեցնում BH-ի զանգվածը:

Համարեք, որ Հոկինգի ճառագայթումը սև-մարմնային ճառագայթման սպեկտրով ճառագայթում է՝ $\lambda_{bb} \approx 16 R_{SC}$ վրա գտնվող մաքսիմումի կետով: Հայտնի է, որ Արեգակի զանգվածով BH-ի համար, $R_{SC, \odot} = 2.952 \text{ km}$:

Արտահայտեք այս BH-ի սև-մարմնային ճառագայթման համապատասխան T_{bh} [4]
ջերմաստիճանը դրա M_{bh} զանգվածով և ֆիզիկական հաստատուններով:
Հաշվեք $10 M_{\odot}$ զանգվածով BH-ի $R_{SC, 10\odot}$ Շվարցշիլդի շառավիղը և $T_{bh, 10\odot}$
ջերմաստիճանը:

(T12.1c) **Սև խոռոչի զանգվածի կորուստը.** կհամարենք, որ Հոկինգի ճառագայթումը ճառագայթվում է պատահարների հորիզոնից:

Օգտագործելով զանգված-էներգիա համարժեքությունը, արտահայտեք զանգվածի կորուստի $dM_{bh}(t)/dt$ արագությունը, BH-ի $M_{bh}(t)$ զանգվածով և ֆիզիկական հաստատուններով:

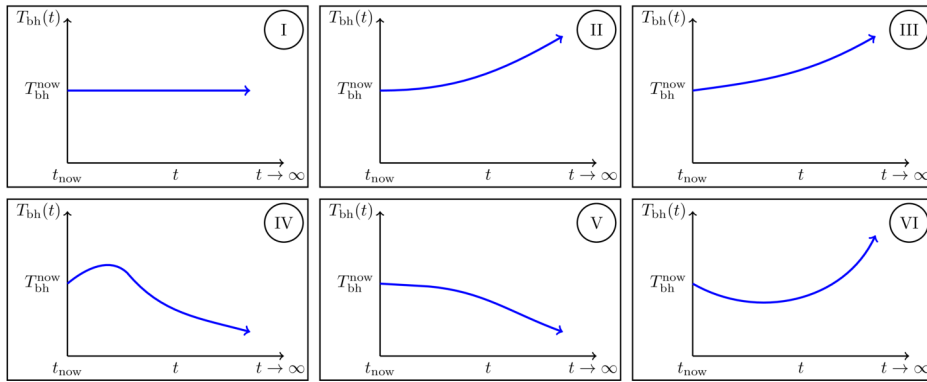
Այնուհետև ստացեք $M_{bh}(t)$ -ի համար արտահայտություն՝ M_0 սկզբնական [8]
զանգվածով BH-ի համար: Պատկերեք $M_{bh}(t)$ -ը որպես ֆունկցիա t -ից՝
 $M_{bh} = M_0$ -ից $M_{bh} = 0$ տիրույթում:

(T12.1d) **Սև խոռոչի կյանքի տևողությունը.** արտահայտեք M_0 զանգվածով սև խոռոչի՝ [3]
Հոկինգի ճառագայթման պատճառով ամբողջական գոլորշացման τ_{BH}
ժամանակը M_0 -ով և ֆիզիկական հաստատուններով: Հաշվեք $M_0 = 10 M_{\odot}$
զանգվածով սև խոռոչի $\tau_{bh, 10\odot}$ կյանքի տևողությունը (վայրկյաններով):

(T12.1e) **Սև խոռոչը CMB ճառագայթման ավազանում.** դիտարկենք տվյալ պահին T_{bh}^{now}
ջերմաստիճան ունեցող, առանձին՝ այլ օբյեկտներից բավականաչափ հեռու սև
խոռոչ, որը շրջապատված է կոսմիկական միկրոալիքային ճառագայթմամբ (CMB),
ինչի ներկայիս ջերմաստիճանը $T_{cmb}^{now} = 2.7 \text{ K}$ է: Սև խոռոչի զանգվածը կարող է
աճել CMB ճառագայթումը կլանելու պատճառով և նվազել՝ Հոկինգի ճառագայթման
պատճառով:

Հաշվի առնելով տիեզերքի՝ արագացումով ընդլայնվելը, որոշեք, թե բերված
պատկերներից որն է նկարագրում T_{bh} -ի երկարաժամկետ վարքը հետևյալ երեք
դեքերում.

$$(X) T_{bh}^{now} > T_{cmb}^{now} \cdot (Y) T_{bh}^{now} = T_{cmb}^{now} \cdot (Z) T_{bh}^{now} < T_{cmb}^{now}.$$



Հայտնեք ձեր պատասխանը՝ answersheet-ում բերված աղյուսակում X, Y և Z [6]
դեպքերից յուրաքանչյուրի համար համապատասխան գրաֆիկի համարով
վանդակում պօփշկա դնելով (միայն մեկ տեղում):

(T12.2) Վաղ տիեզերքում կարող են առաջանալ զգալիորեն ավելի փոքր զանգվածի
նախապատմական սև խոռոչներ (PBH-ներ): Հաջորդ բոլոր հարցերը վերաբերվում են PBH-
ներին: Այսուհետև սև խոռոչի զանգվածը մեծացնող կամայական պրոցես անտեսեք:

(T12.2a) **PBH-ների գոյորշացումը մեր ժամանակաշրջանում:** Ինչպես նկատեցիք նախորդ
հարցերում, Արեգակի զանգվածի սև խոռոչների գոյորշացումը կարող է շատ
երկար տևել: Բայց քանի որ PBH-ները կարող են ունենալ ավելի փոքր զանգված,
մենք կարող ենք մեր ժամանակներում տեսնել դրանց գոյորշացումը:

Գտեք մեր ժամանակներում ամբողջությամբ գոյորշացման մոտ գտնվող [4]
(այսինքն՝ $\tau_{\text{PBH}} = 14$ միլիարդ տարի կյանքի տևողությամբ) սև խոռոչի
սկզբնական $M_{0, \text{PBH}}$ զանգվածը (կիլոգրամներով), $R_{\text{SC, PBH}}$ Շվարցշիլդի
շառավիղը (մետրերով) և ջերմաստիճանը T_{PBH} (Կելվինով):

(T12.2b) **PBH-ի առաջացումը.** վաղ տիեզերքի՝ ճառագայթման դոմինանտ փուլում,
մասշտաբային պարամետրը փոխվում է $a(t) \sim t^{1/2}$ օրենքով: Այս
ժամանակաշրջանում PBH-ները առաջանում են ct ֆիզիկական չափում գտնվող
ամբողջ էներգիայի կուլասից, որտեղ t -ն Այդ պահին տիեզերքի տարիքն է:

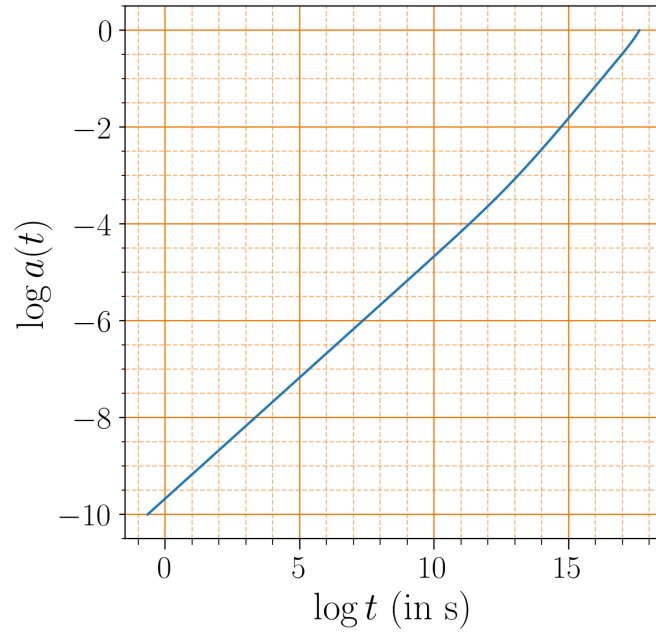
1×10^{12} kg զանգվածով PBH-ն առաջանում է տիեզերքի 1×10^{-23} s տարիքում: [6]
Տիեզերքի ո՞ր t_{20} տարիքում կառաջանան 1×10^{20} kg զանգվածով PBH-ներ:

(T12.2c) **PBH-ից եկող Հոկինգի ճառագայթման դիտվող սպեկտրը.** Դիտարկենք 1×10^{10} kg
սկզբնական զանգվածով PBH, որը ամբողջությամբ գոյորշացել է իր կյանքի
վերջում՝ τ_{PBH} : Պարզության համար կհամարենք, որ Հոկինգի ճառագայթման
հիմնական մասը ճառագայթվում է այդ վորջին պահին՝ ընդ որում դրա սկզբնական
զանգվածին համապատասխան ջերմաստիճանով: Նաև կհամարենք, որ
տիեզերքի մասշտաբային պարամետրը փոխվում է $a(t) \sim t^{2/3}$ օրենքով:

Հաշվեք այդ ճառագայթման սպեկտրի՝ Երկրից դիտված մաքսիմումի λ_{earth} դիրքը [5]
մեր ժամանակաշրջանում (երբ $t = 14$ միլիարդ տարի է):

(T12.2d) **PBH-ից եկող բարձր-էներգիական տիեզերական ճառագայթումը.** այժմ համարենք,
որ t պահին ճառագայթված Հոկինգի ճառագայթումը $k_B T_{\text{bh}}(t)$ էներգիայով
ֆոտոններ են: Նաև սև խոռոչի համար մաքսիմալ հնարավոր ջերմաստիճանը
Պլանկի T_{Planck} ջերմաստիճանն է, որտեղ $k_B T_{\text{Planck}} = 1 \times 10^{19}$ GeV.

Մասշտաբային պարամետրի վարքը մեզ հետաքրքրող ժամանակահատվածում
բերված է նկարում: Մասշտաբային պարամետրի ներկայիս արժեքը վերցված է՝
մեկ: Ժամանակային $t(s)$ առանցքը ցույց է տալիս տիեզերքի տարիքը՝
վայրկյաններով:



Գտեք Երկրի վրա $E_{\text{det}} = 3.0 \times 10^{20}$ eV էներգիայով հիմա գրանցված ֆոտոնը [10]
Ճառագայթած PBH-ի հնարավոր մաքսիմալ և մինիմալ սկզբնական
զանգվածների արժեքները (համապատասխանաբար՝ M_0^{max} և M_0^{min}):