

(D01) 30 Năm quan sát các Hành Tinh Ngoài Hệ Mặt Trời

[90 điểm]

Bài toán này khám phá một số khía cạnh của hai phương pháp chính để phát hiện ngoại hành tinh (exoplanet): vận tốc xuyên tâm (radial velocity) và quá cảnh (transit). Trong cả bài, chúng ta sẽ xét một hệ gồm một hành tinh đơn (P) chuyển động trên quỹ đạo tròn bán kính a quanh một ngôi sao dạng Mặt Trời (S). Ta sẽ gọi hệ này là “hệ SP”.

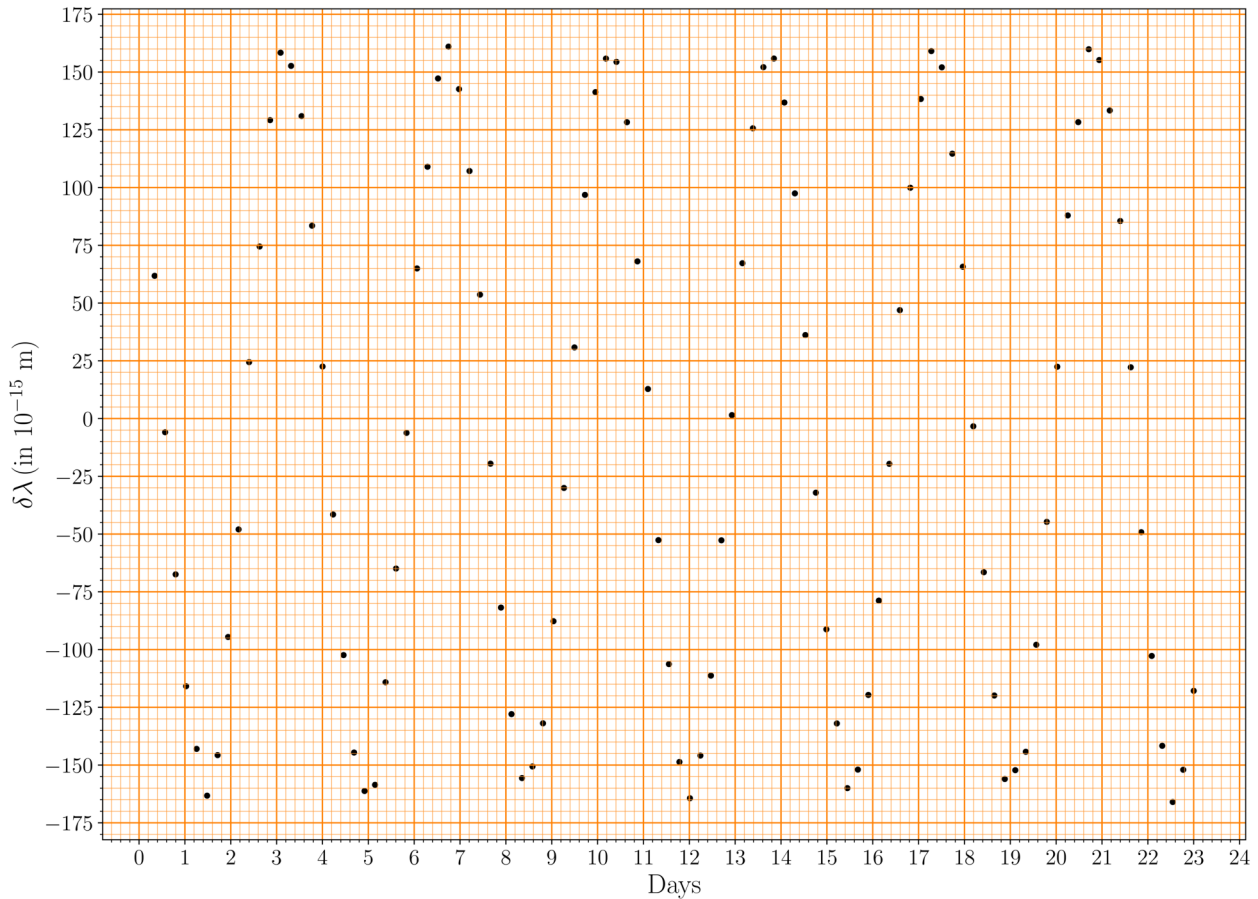
- (D01.1) Độ sáng biểu kiến V-band của ngôi sao S là 7.65 ± 0.03 mag, thị sai là 20.67 ± 0.05 milliarcsecond và bolometric correction (BC) là -0.0650 mag. Do đó, ngôi sao này có bolometric luminosity sáng hơn V-band luminosity của nó.

Ước tính khối lượng của sao, M_s (theo đơn vị $M_\odot$), giả sử mối quan hệ khối lượng - độ trưng ($M-L$) có dạng $L \propto M^4$. Đồng thời ước tính sai số (uncertainty) cho M_s . Bạn có thể cần sử dụng $d \ln x / dx = 1/x$.

Phương pháp vận tốc xuyên tâm

Phương pháp vận tốc xuyên tâm sử dụng độ dịch chuyển Doppler $\delta\lambda \equiv \lambda_{\text{obs}} - \lambda_0$ giữa bước sóng quan sát λ_{obs} và bước sóng nghỉ (rest, λ_0) của một vạch quang phổ đã biết để phát hiện ngoại hành tinh và xác định các đặc trưng của nó.

Hình bên dưới biểu diễn $\delta\lambda$ của vạch phổ Fe I ($\lambda_0 = 543.45 \times 10^{-9}$ m) theo thời gian được quan sát cho hệ SP.



Biên độ vận tốc xuyên tâm K (semi-amplitude) được định nghĩa là $K \equiv (v_{r, \text{max}} - v_{r, \text{min}})/2$ trong đó $v_{r, \text{max}}$ và $v_{r, \text{min}}$ lần lượt là vận tốc xuyên tâm cực đại và cực tiểu. Đối với quỹ đạo hành tinh tròn, biên độ K có thể được viết như sau:

$$K = \left(\frac{2\pi G}{T} \right)^{1/3} \frac{M_p \sin i}{(M_p + M_s)^{2/3}}$$

trong đó T là chu kỳ, i là độ nghiêng của quỹ đạo hành tinh (góc giữa pháp tuyến với mặt phẳng quỹ đạo của hành tinh và phương ngắm của người quan sát), M_p và M_s lần lượt là khối lượng của hành tinh và ngôi sao.

(D01.2) Sử dụng đồ thị trên được đưa ra trong Summary Answersheet (đã xoay 90°) để trả lời các câu hỏi sau.

(D01.2a) Vẽ một đường cong trơn khớp với dữ liệu quan sát được hiển thị trong đồ thị. [2]

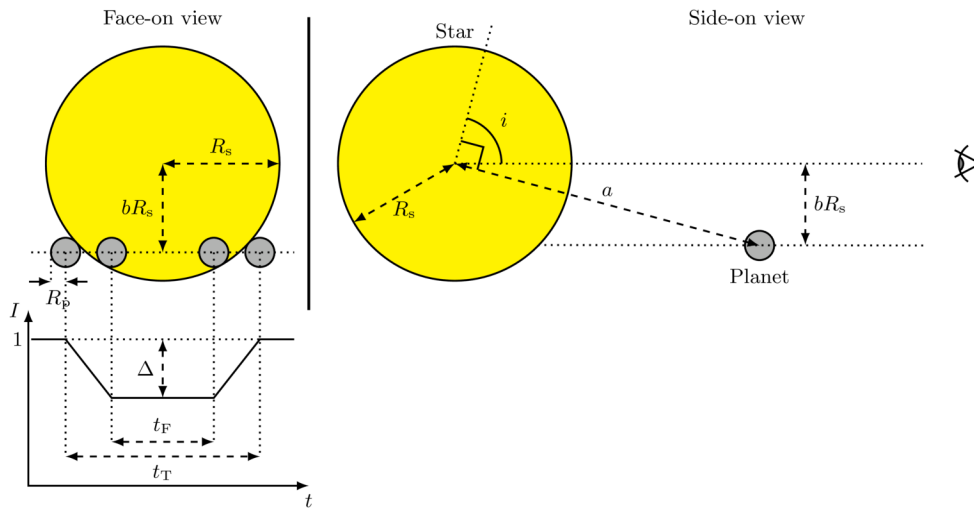
(D01.2b) Chọn các điểm thích hợp trên đường cong bạn đã vẽ và sử dụng các phương pháp phù hợp để xác định T và K cùng với các sai số (uncertainties) tương ứng. Tất cả các điểm dữ liệu được sử dụng để tính toán T và K phải được thể hiện trong Summary Answersheet. Sử dụng phần còn lại của Bảng để trình bày các tính toán trung gian (nếu cần), với các tiêu đề phù hợp. [11]

(D01.2c) Tìm khối lượng tối thiểu của hành tinh $M_{p, \min}$ (theo $M_\odot$), và sai số tương ứng, giả sử $M_p \ll M_s$. [5]

(D01.2d) Hãy dùng giá trị của $M_{p, \min}$ ước lượng ở phần (D01.2c), tính giá trị tối thiểu cho bán trục lớn của quỹ đạo hành tinh $a_{\min}$ (theo au) và sai số của nó. [4]

Phương pháp quá cảnh (không xét tới hiệu ứng tối viễn)

Sơ đồ quá cảnh của hành tinh (không theo tỉ lệ) được minh họa bên dưới. Ban đầu, ta giả định đĩa sao có độ sáng trung bình đồng đều (uniform average intensity) với nhiễu nội tại (intrinsic noise) do chính ngôi sao gây ra.



Đường cong ánh sáng (lightcurve) của intensity chuẩn hóa I , theo thời gian t được thể hiện trong sơ đồ quá cảnh ở trên. Intensity trung bình của sao bên ngoài quá cảnh được lấy bằng một. Độ suy giảm cực đại của intensity được mô tả bởi Δ trong đường lightcurve chuẩn hóa. Đối với một đĩa sao sáng đồng đều (uniform bright disk), bán kính của hành tinh, R_p , được liên hệ với Δ như sau

$$\left(\frac{R_p}{R_s}\right)^2 = \Delta,$$

trong đó R_s là bán kính của ngôi sao.

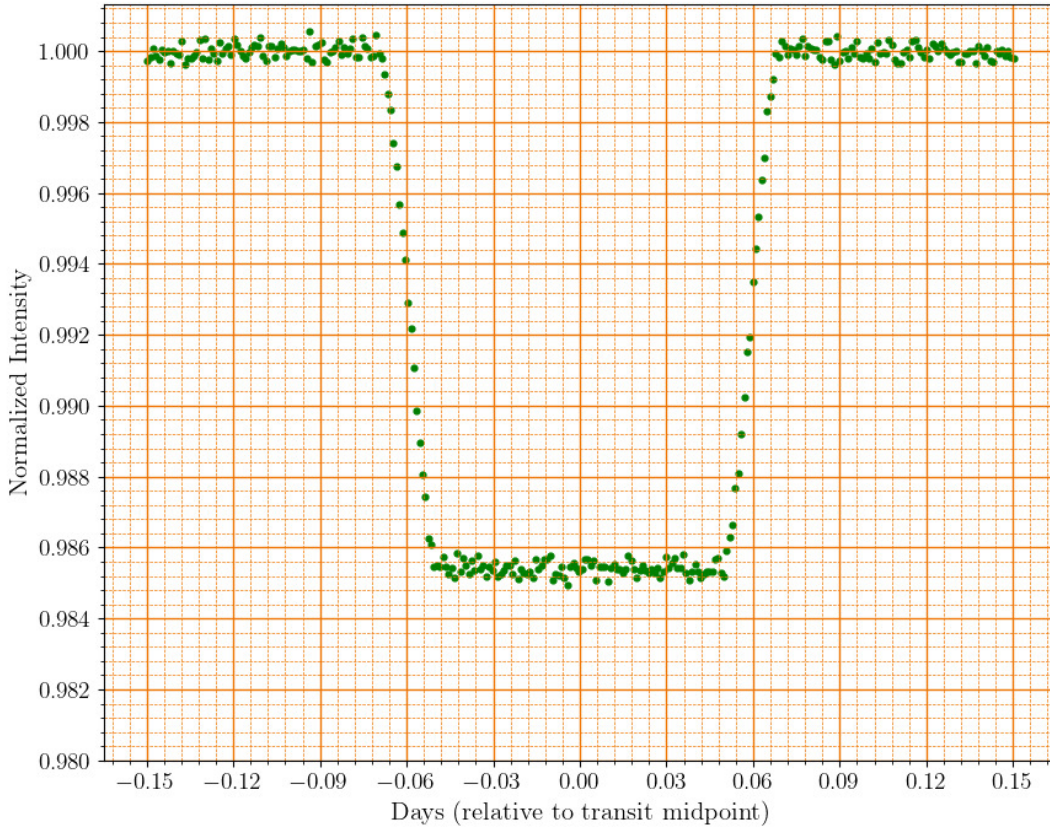
Tổng thời gian quá cảnh (khi một phần hoặc toàn bộ hành tinh che phủ đĩa sao) được cho bởi t_T , trong khi t_F cho biết thời gian khi hành tinh hoàn toàn ở phía trước đĩa sao. “Tham số va chạm” b (impact parameter) là khoảng cách hình chiếu (projected distance) giữa hành tinh và tâm của đĩa sao tại thời điểm chính giữa của quá cảnh, tính bằng đơn vị bán kính sao, R_s .

Đối với quỹ đạo sao-hành tinh gần như edge-on, tham số va chạm được cho bởi công thức

$$b = \left[\frac{(1 - \sqrt{\Delta})^2 - (t_F/t_T)^2(1 + \sqrt{\Delta})^2}{1 - (t_F/t_T)^2} \right]^{1/2}$$

- (D01.3) Đối với hệ SP, bán kính sao đã biết là $R_s = 1.20R_\odot$, và sự quá cảnh của hành tinh thực sự có thể quan sát được. Sử dụng bán kính quỹ đạo tối thiểu, $a_{\min}$, ước tính trong phần (D01.2d), tìm giá trị tối thiểu, $i_{\min}$, của góc nghiêng quỹ đạo (inclination angle). [3]

Giả sử một đĩa sao có độ sáng đồng đều, lightcurve quá cảnh sẽ trông như hình dưới đây.



- (D01.4) Sử dụng lightcurve đã cho để trả lời các câu hỏi sau. Để tiện tham khảo, lightcurve trên cũng được cung cấp trong Summary Answersheet.

(D01.4a) Ước tính giá trị của t_T và t_F theo ngày bằng cách đánh dấu các giá trị thích hợp trên đồ thị. [3]

(D01.4b) Ước tính giá trị trung bình của Δ bằng cách đánh dấu giá trị thích hợp trên đồ thị và từ đó tìm R_p theo đơn vị $R_\odot$. [2]

(D01.4c) Xác định giá trị của i theo độ, giả sử bán kính quỹ đạo là $a_{\min}$. [2]

Giới thiệu về hiệu ứng tối viển

Cho đến nay, chúng ta đã giả định rằng đĩa sao có độ sáng đồng đều. Thực tế, độ sáng quan sát được của đĩa sao không đồng đều do hiện tượng tối viển “limb darkening” — một hiệu ứng quang học khiến phần trung tâm của đĩa sao trông sáng hơn so với rìa, hay còn gọi là “viển”.

Hiệu ứng limb darkening có thể được đo bằng intensity tương đối $J(\theta) \equiv \frac{I(\theta)}{I(0)}$, trong đó θ là góc giữa pháp tuyến của bề mặt sao tại một điểm và đường thẳng nối từ người quan sát đến điểm đó, $I(\theta)$ là intensity quan sát được của đĩa sao tại điểm đó ($I(0)$ là intensity tại tâm của đĩa sao). Đối với một người quan sát ở xa, θ thay đổi từ $\theta = 0$ (tâm của đĩa) đến $\theta \approx 90^\circ$ (rìa của đĩa).

$$\Delta = \frac{I(\theta_C)}{\langle I \rangle} \left(\frac{R_p}{R_s} \right)^2,$$

trong đó $I(\theta_C)$ là intensity của đĩa sao tại trung điểm của đoạn quá cảnh (điểm C trong hình trên), θ_C là góc giữa phương ngắm và pháp tuyến của bề mặt tại điểm đó. Từ trên có thể thấy rõ rằng đối với một ngôi sao nhất định, cùng một giá trị của Δ có thể là kết quả bởi nhiều kết hợp khác nhau của kích thước hành tinh R_p và góc nghiêng i .

- (D01.6) Có thể xác định được cả R_p và i bằng cách sử dụng dữ liệu từ lightcurve quá cảnh ở hai bước sóng, chẳng hạn, λ_B (xanh) và λ_R (đỏ). Các hệ số limb darkening cho hai bước sóng này được cho dưới đây:

Bước sóng	a_1	a_2
λ_B	0.82	0.05
λ_R	0.24	0.20

- (D01.6a) Chọn câu phát biểu đúng trong số các câu sau đây mô tả mối quan hệ giữa độ sâu cực đại của quá cảnh Δ cho λ_B và góc nghiêng (i) của quỹ đạo và đánh dấu (✓) trong Summary Answersheet. [2]

- A. Δ tăng khi i giảm.
 B. Δ giảm khi i giảm.
 C. Δ không phụ thuộc vào i .

- (D01.6b) Độ sâu cực đại của quá cảnh (Δ) cho "hệ SP" được đo là 0.0182 và 0.0159 tương ứng ở λ_B và λ_R . [4]

Vẽ đồ thị các đường lightcurve quá cảnh cho cả λ_B và λ_R trên lưới đã cho và ghi nhãn các đường cong tương ứng bằng "B" và "R". Giả sử rằng tổng thời gian quá cảnh là như nhau cho cả hai bước sóng. Các đường cong không cần phải theo tỷ lệ, nhưng phải biểu diễn đúng hình dạng của các lightcurve.

- (D01.7) Sử dụng phương pháp đồ thị để tìm giá trị của R_p và i cho hệ SP, dựa trên các phép đo Δ tại các bước sóng λ_B và λ_R .

- (D01.7a) Viết một biểu thức thích hợp liên hệ các biến liên quan cần vẽ đồ thị. (Gợi ý: Trong số các biến liên quan, bạn có thể xem xét quan hệ giữa i và R_p , hoặc b và R_p .) [6]

- (D01.7b) Lập bảng các đại lượng thích hợp cần được vẽ đồ thị. [5]

- (D01.7c) Vẽ đồ thị phù hợp và ghi nhãn nó là "D01.7c". [7]

- (D01.7d) Ước tính các giá trị của R_p (theo $R_\odot$) và i (theo độ) từ đồ thị. [4]

- (D01.8) Dựa trên kết quả thu được trong bài này, hãy chỉ ra liệu hành tinh P là "ROCKY" hay "GASEOUS" bằng cách đánh dấu (✓) vào ô thích hợp trong Summary Answersheet. [2]

(D02) Dự đoán thời gian đến Trái Đất của các vụ phun trào khối lượng vành nhật hoa
[60 điểm]

Mặt Trời thỉnh thoảng phát ra plasma có từ tính, gọi là các vụ phun trào khối lượng vành nhật hoa (coronal mass ejections - CMEs), xuất phát từ bề mặt Mặt Trời và lan ra ngoài. Dự đoán chính xác thời gian chúng đến Trái Đất là rất quan trọng để hiểu và giảm thiểu những tác động tiềm tàng của chúng lên các vệ tinh quay quanh Trái Đất. Trong bài này, ta nhằm tới việc dự đoán thời gian đến của CMEs bằng cách phát triển một mô hình thực nghiệm, sử dụng dữ liệu của 10 CMEs. Trong cả bài, khoảng cách giữa bề mặt Mặt Trời và Trái Đất được lấy là $214R_{\odot}$.

Giả định thêm rằng Mặt Trời không quay. Do các lực điện từ, lực hấp dẫn và lực kéo (drag force), CMEs sẽ có gia tốc biến đổi trong suốt quá trình lan truyền của chúng. Trong hai phần đầu của bài này, hãy coi vùng giữa Mặt Trời và Trái Đất là chân không.

CMEs qua chân không

- (D02.1) Vận tốc ban đầu u tại bề mặt Mặt Trời ($= 1R_{\odot}$), vận tốc cuối v khi đến Trái Đất, và thời gian để đến Trái Đất sau khi rời bề mặt Mặt Trời (tính theo giờ) τ của 10 CMEs được cho trong bảng sau.

CME	u	v	τ
Tên	(km s^{-1})	(km s^{-1})	(h)
CME-A	804	470	74.5
CME-B	247	360	127.5
CME-C	523	396	103.5
CME-D	830	415	71.0
CME-E	665	400	104.5
CME-F	347	350	101.5
CME-G	446	375	99.5
CME-H	155	360	97.0
CME-I	1016	515	67.0
CME-J	683	410	54.0

- (D02.1a) Tính gia tốc trung bình a cho mỗi CME theo m s^{-2} .

[6]

- (D02.1b) Ta giả định một mô hình thực nghiệm cho gia tốc a_{model} của một CME, phụ thuộc vào vận tốc ban đầu u của nó như sau: $a_{\text{model}} = m \left(\frac{u}{u_0} \right) + \alpha$; trong đó, a_{model} được biểu diễn theo m s^{-2} , u theo km s^{-1} và $u_0 = 1.00 \times 10^3 \text{ km s}^{-1}$.

Xác định các hằng số m , α và các sai số (uncertainties) của chúng bằng cách sử dụng một đồ thị thích hợp (ghi nhãn cho đồ thị của bạn là "D02.1b").

[12]

- (D02.1c)

Đối với mỗi CME, điền giá trị vào bảng a_{model} (theo m s^{-2}). Từ đó tính độ lệch căn quân phương (root-mean-square deviation) của gia tốc δa_{rms} giữa gia tốc đã tính a và các giá trị mô hình a_{model} .

[4]

- (D02.2) Ta xem xét hai CME khác: CME-1 và CME-2, với vận tốc ban đầu tương ứng là $u = 1044 \text{ km s}^{-1}$ và 273 km s^{-1} .

- (D02.2a) Sử dụng mô hình thực nghiệm thu được trong (D02.1b), tính thời gian dự đoán đến Trái Đất $\tau_{1, \text{m}}$ và $\tau_{2, \text{m}}$ theo giờ (h) tương ứng cho CME-1 và CME-2.

[4]

- (D02.2b) Thời gian đến Trái Đất đo được của CME-1 và CME-2 lần lượt là 46.0 h và 74.5 h. Mô hình thực nghiệm được coi là hợp thức (VALID) cho một CME nếu thời gian dự đoán của nó sai khác không quá 20% so với thời gian quan sát được; ngược lại thì sẽ là không hợp thức (NOT VALID). Chỉ ra tính hợp thức của mô hình cho từng CME bằng cách đánh dấu (✓) vào ô thích hợp trong Summary Answersheet. [2]

CMEs tính tới sự hiện diện của gió mặt trời

Thực tế, không gian giữa Mặt Trời và Trái Đất còn có gió mặt trời, tạo ra một drag force lên CMEs. Drag force này có thể làm giảm hoặc tăng tốc độ của CME, tùy thuộc vào vận tốc tương đối của CME so với gió mặt trời. Để tính đến ảnh hưởng của gió mặt trời, ta sẽ sử dụng mô hình “drag-only” cho các khoảng cách $R_{\text{obs}}(t) \geq R_0$, trong đó R_0 là khoảng cách mà drag force bắt đầu trở thành lực chủ đạo ảnh hưởng đến chuyển động của CME.

Trong mô hình “drag-only” này, khoảng cách từ bề mặt Mặt Trời $R_D(t)$ và vận tốc $V_D(t)$ của một CME được cho bởi

$$R_D(t) = \frac{S}{\gamma} \ln [1 + S\gamma(V_0 - V_s)(t - t_0)] + V_s(t - t_0) + R_0$$

$$V_D(t) = \frac{V_0 - V_s}{1 + S\gamma(V_0 - V_s)(t - t_0)} + V_s$$

trong đó, $\gamma = 2 \times 10^{-8} \text{ km}^{-1}$, V_s là tốc độ không đổi của gió mặt trời, R_0 và V_0 lần lượt là khoảng cách và vận tốc tại thời điểm t_0 , và S là hệ số dấu. $S = 1$ nếu $V_0 > V_s$; $S = -1$ nếu $V_0 \leq V_s$.

- (D02.3) Các bảng dưới đây cho thấy khoảng cách xuyên tâm (radial distance) quan sát được $R_{\text{obs}}(t)$ (tính theo $R_\odot$) theo hàm của thời gian t (theo giờ) cho hai CMEs: CME-3 và CME-4. Điểm dữ liệu cuối trong mỗi bảng (D5 và P8) tương ứng với thời gian mà mỗi CME đến Trái Đất. Đối với phần này, giả sử $V_s = 330 \text{ km s}^{-1}$.

CME-3		
Điểm dữ liệu	t (h)	$R_{\text{obs}}(t)$ (theo $R_\odot$)
D1	0.200	6.36
D2	0.480	7.99
D3	1.22	11.99
D4	1.49	13.51
D5	58.05	214

CME-4		
Điểm dữ liệu	t (h)	$R_{\text{obs}}(t)$ (theo $R_\odot$)
P1	1.00	4.00
P2	3.00	6.00
P3	4.00	9.00
P4	5.00	11.0
P5	21.0	43.0
P6	50.0	100
P7	85.0	170
P8	111	214

Ta sẽ đánh giá xem mô hình “drag-only” có dự đoán chính xác thời gian đến của các CME này không. Để sử dụng mô hình này, cần lựa chọn giá trị thích hợp cho t_0 và các giá trị tương ứng R_0 , V_0 .

- (D02.3a) Đối với CME-3, xem xét hai trường hợp sau: [6]
 (C1) t_0 được lấy là điểm giữa của khoảng D1 – D2
 (C2) t_0 được lấy là điểm giữa của khoảng D3 – D4
 Giả sử vận tốc không đổi trong mỗi khoảng D1–D2 và D3–D4, nhưng có thể khác nhau giữa hai khoảng này.
 Sử dụng t_0 , R_0 , và V_0 , tính sự sai khác giữa các khoảng cách xuyên tâm quan sát được và dự đoán $\delta R_D \equiv R_{\text{obs}}(t) - R_D(t)$ theo đơn vị $R_\odot$ tại $t = 58.05$ h cho mỗi trường hợp.
- (D02.3b) Tính $R_D(t)$ tại các điểm P5, P6, P7, P8 (ở giữa Mặt Trời và Trái Đất) cho CME-4 trong hai trường hợp sau áp dụng quy trình tương tự như (D02.3a): [4]
 (C3) t_0 được lấy là điểm giữa của khoảng P1 – P2
 (C4) t_0 được lấy là điểm giữa của khoảng P3 – P4.
- (D02.3c) Đánh dấu các điểm P5, P6, P7, P8 của CME-4 trên đồ thị $R_D(t)$ (theo $R_\odot$) như hàm của t (theo giờ) cho hai trường hợp C3 và C4 (ghi nhận cho hình vẽ của bạn là “D02.3c”). Trên cùng hình, kẻ các đường đồ thị của $R_D(t)$ cho hai trường hợp đã đề cập. Đối với phần này, lấy phạm vi của trục x từ 0 đến 180 giờ. [10]
- (D02.3d) Sử dụng đồ thị, ước tính sai khác tuyệt đối $|\delta\tau|$ (absolute difference) giữa thời gian thực tế CME-4 đến Trái Đất và thời gian đến dự đoán bởi mô hình “drag-only”, cho mỗi trường hợp C3 và C4. [4]
- (D02.3e) Chỉ ra liệu câu sau đây là ĐÚNG hay SAI bằng cách đánh dấu (✓) vào ô thích hợp trong Summary Answersheet (không cần giải thích): [1]
 “Drag forces do gió mặt trời tác động lên CMEs trở thành chủ đạo cho CME-3 sớm hơn so với CME-4”.
- (D02.4) Coi drag force là lực chủ đạo tác động lên 10 CMEs trong phần D02.1. Giả sử rằng mô hình “drag-only” có thể được áp dụng từ bề mặt của Mặt Trời ($R_0 = 1 R_\odot$) trở ra, cho tất cả các CMEs. [7]
 Ước tính và lập bảng tốc độ gió mặt trời V_s (theo km s^{-1}) cho mỗi CME. Từ đó, ước tính tốc độ gió mặt trời trung bình $V_{s, \text{avg}}$ cho toàn bộ 10 CMEs.