

(D01) 30 ปีของการค้นหาดาวเคราะห์นอกระบบสุริยะ (30 Years of Exoplanets)

[90 คะแนน]

โจทย์ปัญหานี้จะสำรวจแง่มุมบางประการของวิธีการตรวจจับดาวเคราะห์นอกระบบสุริยะ (exoplanet) โดยใช้สองวิธีหลัก : ความเร็วในแนวเส้น (radial velocity) และการผ่านหน้าดาวฤกษ์ (transit) ตลอดโจทย์ข้อนี้ เราจะพิจารณาระบบหนึ่งที่มีดาวเคราะห์เพียงดวงเดียว (P) ในวงโคจรวงกลมที่มีรัศมี a รอบดาวฤกษ์ประเภทเดียวกับดวงอาทิตย์ (S) เราจะเรียกระบบนี้ว่า "ระบบ SP"

(D01.1) โชติมาตรปรากฏในแถบ V (V-band apparent magnitude) ของดาว S คือ 7.65 ± 0.03 mag, พารัลแลกซ์ (parallax) คือ 20.67 ± 0.05 พิลิปดา และค่าการแก้ไขโบโลเมตริก (bolometric correction, BC) คือ -0.065 mag

จงประมาณมวลของดาวฤกษ์ M_s (ในหน่วย $M_\odot$) โดยสมมติว่าความสัมพันธ์ระหว่างมวลและกำลังส่องสว่าง (mass-luminosity relation หรือ $M-L$ relation) อยู่ในรูปแบบ $L \propto M^4$ นอกจากนี้ ให้ประมาณความคลาดเคลื่อนของ M_s **[8]**

(D02) การทำนายเวลาการมาถึงโลกของการปลดปล่อยมวลของโคโรนา (Predicting Arrival Times of Coronal Mass Ejections on Earth) [60 คะแนน]

ดวงอาทิตย์ปล่อยพลาสมาที่มีสนามแม่เหล็กออกมาเป็นครั้งคราว ปรากฏการณ์หนึ่งเรียกว่า การปลดปล่อยมวลของโคโรนา (corona mass ejection, CME) ซึ่งเกิดขึ้นเมื่อพลาสมาถูกปลดปล่อยจากพื้นผิวของดวงอาทิตย์และแพร่กระจายออกไป การทำนายเวลาการมาถึงโลกอย่างแม่นยำมีความสำคัญอย่างยิ่งสำหรับการทำความเข้าใจและบรรเทาผลกระทบที่อาจเกิดขึ้นกับดาวเทียมที่โคจรรอบโลก ในโจทย์ปัญหาข้อนี้ เราต้องการทำนายเวลาการมาถึงของ CME หลาย ๆ ระเบิด โดยการพัฒนาแบบจำลองเชิงประจักษ์ (empirical model) โดยใช้ข้อมูลของ CME จำนวน 10 ระเบิด ตลอดโจทย์ข้อนี้ ระยะทางระหว่างพื้นผิวดวงอาทิตย์และโลกกำหนดให้เป็น $214R_{\odot}$.

นอกจากนี้ สันนิษฐานว่าดวงอาทิตย์ไม่มีการหมุน CME จะได้รับความเร่งที่เปลี่ยนแปลงตลอดการเคลื่อนที่เนื่องจากแรงแม่เหล็กไฟฟ้า, แรงโน้มถ่วง, และแรงต้าน (drag force) ในสองส่วนแรกของโจทย์ข้อนี้ เราสันนิษฐานว่าบริเวณระหว่างดวงอาทิตย์และโลกเป็นสุญญากาศ

CME ผ่านสุญญากาศ (CMEs through Vacuum)

(D02.1) ความเร็วเริ่มต้น u ที่พื้นผิวดวงอาทิตย์ ($= 1R_{\odot}$), ความเร็วสุดท้าย v เมื่อถึงโลก, และเวลาที่มาถึงโลกหลังจากออกจากพื้นผิวดวงอาทิตย์ τ สำหรับ CME 10 ระเบิด ถูกแสดงในตารางต่อไปนี้

CME	u	v	τ
ชื่อ	(km s ⁻¹)	(km s ⁻¹)	(h)
CME-A	804	470	74.5
CME-B	247	360	127.5
CME-C	523	396	103.5
CME-D	830	415	71.0
CME-E	665	400	104.5
CME-F	347	350	101.5
CME-G	446	375	99.5
CME-H	155	360	97.0
CME-I	1016	515	67.0
CME-J	683	410	54.0

(D02.1a) จงคำนวณความเร่งเฉลี่ย a สำหรับ CME แต่ละระเบิดในหน่วย m s⁻² [6]

(D02.1b) เราสมมติ empirical model สำหรับความเร่ง a_{model} ของ CME ซึ่งขึ้นอยู่กับความเร็วเริ่มต้น u ดังนี้ $a_{\text{model}} = m \left(\frac{u}{u_0} \right) + \alpha$ โดยที่ a_{model} แสดงในหน่วย m s⁻², u แสดงในหน่วย km s⁻¹, และ $u_0 = 1.00 \times 10^3$ km s⁻¹

จงหาค่าคงที่ m และ α พร้อมทั้งความไม่แน่นอน (uncertainty) ที่เกี่ยวข้องโดยใช้กราฟที่เหมาะสม (กำกับชื่อให้กับกราฟของนักเรียนด้วย "D02.1b") [12]

- (D02.1c) สำหรับแต่ละ CME ให้จัดทำตาราง a_{model} ในหน่วย m s^{-2} จากนั้นคำนวณค่ารากกำลังสองเฉลี่ย (root-mean-square, rms) ซึ่งแทนด้วย δa_{rms} ของค่าความคลาดเคลื่อน (deviation) ระหว่างความเร่งที่คำนวณได้ a และค่าที่ได้จากแบบจำลอง a_{model} [4]
- (D02.2) พิจารณา CME อีกสองระลอกคือ CME-1 และ CME-2 ที่มีความเร็วเริ่มต้น $u = 1044 \text{ km s}^{-1}$ และ 273 km s^{-1} ตามลำดับ
- (D02.2a) โดยใช้ empirical model ที่ได้จาก (D02.1b) จงคำนวณเวลาที่คาดการณ์ว่าจะมาถึงโลก $\tau_{1,m}$ และ $\tau_{2,m}$ (ในหน่วยชั่วโมง) สำหรับ CME-1 และ CME-2 ตามลำดับ [4]
- (D02.2b) เวลาที่สังเกตได้จริงเมื่อ CME-1 และ CME-2 มาถึงโลกคือ 46.0 ชั่วโมง และ 74.5 ชั่วโมง ตามลำดับ empirical model จะถือว่าใช้ได้ (VALID) สำหรับ CME หนึ่ง ๆ หากเวลาที่คาดการณ์ว่าจะมาถึงอยู่ภายใน 20% ของเวลาที่สังเกตได้จริง หากอยู่นอกเหนือจากนี้ จะถือว่าใช้ไม่ได้ (NOT VALID) ให้นักเรียนระบุความถูกต้องของแบบจำลอง (model) สำหรับแต่ละ CME โดยทำเครื่องหมายถูก (✓) ในช่องที่เหมาะสมในกระดาษสรุปคำตอบ

CME ในสภาวะที่มีลมสุริยะ (CMEs in Presence of Solar Wind)

ในความเป็นจริง บริเวณระหว่างดวงอาทิตย์และโลกเต็มไปด้วยลมสุริยะ (solar wind) ซึ่งสร้างแรงต้าน (drag force) ต่อ CME แรงต้านนี้สามารถทำให้ CME ชะลอตัวหรือถูกเร่งความเร็วได้ โดยการชะลอหรือการเร่งขึ้นอยู่กับความเร็วของ CME เทียบกับความเร็วของลมสุริยะ เพื่อคำนึงถึงอิทธิพลของลมสุริยะ เราจะใช้แบบจำลองที่มีแรงต้านเพียงอย่างเดียว ("drag-only" model) สำหรับระยะทาง $R_{\text{obs}}(t) \geq R_0$, โดยที่ R_0 คือระยะทางที่ ณ ตำแหน่งไกลจากดวงอาทิตย์เกินกว่านั้น แรงต้านจะกลายเป็นแรงหลักที่ส่งผลต่อการเคลื่อนที่ของ CME

ระยะทาง $R_D(t)$ และความเร็ว $V_D(t)$ ของ CME ในแบบจำลองที่มีแรงต้านเพียงอย่างเดียวดังกล่าวนี้กำหนดโดย

$$R_D(t) = \frac{S}{\gamma} \ln [1 + S\gamma(V_0 - V_s)(t - t_0)] + V_s(t - t_0) + R_0$$

$$V_D(t) = \frac{V_0 - V_s}{1 + S\gamma(V_0 - V_s)(t - t_0)} + V_s$$

โดยที่ $\gamma = 2 \times 10^{-8} \text{ km}^{-1}$, V_s คือความเร็วคงที่ของลมสุริยะ, และ R_0 และ V_0 คือระยะทางและความเร็วตามลำดับ ณ เวลา t_0 ในที่นี้ S คือตัวประกอบเครื่องหมาย (sign factor) กล่าวคือ ถ้า $V_0 > V_s$ แล้ว $S = 1$ และในทางตรงกันข้ามถ้า $V_0 \leq V_s$ แล้ว $S = -1$ สำหรับส่วนนี้ให้สมมติว่า $V_s = 330 \text{ km s}^{-1}$

- (D02.3) ตารางด้านล่างแสดงการเคลื่อนที่ในแนวเล็ง (radial displacement) ที่สังเกตได้ $R_{\text{obs}}(t)$ (วัดในหน่วย $R_\odot$) ซึ่งเป็นฟังก์ชันของเวลา t (ในหน่วยชั่วโมง) สำหรับ CME สองระลอกคือ CME-3 และ CME-4 จุดข้อมูลสุดท้ายในแต่ละตาราง (D5 และ P8 ตามลำดับ) สอดคล้องกับเวลาที่ CME แต่ละระลอกมาถึงโลก ในตารางข้อมูลนี้เราได้สมมติให้ $V_s = 330 \text{ km s}^{-1}$

CME-3			CME-4		
จุดข้อมูล	t (ในหน่วยชั่วโมง)	$R_{\text{obs}}(t)$ (ในหน่วย $R_{\odot}$)	จุดข้อมูล	t (ในหน่วยชั่วโมง)	$R_{\text{obs}}(t)$ (ในหน่วย $R_{\odot}$)
D1	0.200	6.36	P1	1.00	4.00
			P2	3.00	6.00
			P3	4.00	9.00
			P4	5.00	11.0
			P5	21.0	43.0
D2	0.480	7.99	P6	50.0	100
D3	1.22	11.99	P7	85.0	170
D4	1.49	13.51	P8	111	214
D5	58.05	214			

เราจะประเมินว่า แบบจำลองแรงต้านเพียงอย่างเดียว ("drag-only" model) นี้สามารถทำนายเวลาที่ CME เหล่านี้มาถึงได้อย่างเหมาะสมหรือไม่ การใช้แบบจำลองนี้จำเป็นต้องเลือก t_0 พร้อมกับค่า R_0 และ V_0 ที่สอดคล้องกันอย่างเหมาะสม

(D02.3a) สำหรับ CME-3 พิจารณาสองกรณีต่อไปนี้: [6]

(C1) t_0 ถูกกำหนดให้เป็นจุดกึ่งกลางของช่วง D1 – D2

(C2) t_0 ถูกกำหนดให้เป็นจุดกึ่งกลางของช่วง D3 – D4

สมมติว่า ความเร็วมีค่าคงที่ช่วง D1–D2 และก็มีค่าคงที่ช่วง D3–D4 แต่อาจมีค่าแตกต่างกันระหว่างสองช่วง ใช้ t_0 , R_0 , และ V_0 คำนวณความแตกต่างระหว่างระยะรัศมีในแนวเล็ง (radial distance) ที่สังเกตได้และที่ทำนายไว้ $\delta R_D \equiv R_{\text{obs}}(t) - R_D(t)$ ในหน่วย $R_{\odot}$ ที่ $t = 58.05$ ชั่วโมง สำหรับแต่ละกรณี

(D02.3b) จงหาค่าของ $R_D(t)$ ที่จุด P5, P6, P7, และ P8 ระหว่างดวงอาทิตย์และโลกสำหรับ CME-4 สำหรับสองกรณีต่อไปนี้โดยใช้กระบวนการที่คล้ายกับ (D02.3a): [4]

(C3) t_0 ถูกกำหนดให้เป็นจุดกึ่งกลางของช่วง P1 – P2

(C4) t_0 ถูกกำหนดให้เป็นจุดกึ่งกลางของช่วง P3 – P4

(D02.3c) พล็อตจุดกราฟของ $R_D(t)$ (ในหน่วย $R_{\odot}$) เทียบกับ t (ในหน่วยชั่วโมง) สำหรับสองกรณี C3 และ C4 สำหรับ CME-4 ที่จุด P5, P6, P7, และ P8 บนกราฟเดียวกัน (โดยให้นักเรียนเขียนกำกับชื่อกราฟเป็น "D02.3c") ให้อวาดเส้นโค้งเรียบ (smooth curve) ของ $R_D(t)$ สำหรับสองกรณีที่กล่าวมาข้างต้น สำหรับส่วนนี้ ให้ใช้ช่วงของแกน x จาก 0 ถึง 180 ชั่วโมง [10]

(D02.3d) โดยใช้กราฟที่ได้มา จงประมาณค่าความแตกต่างสัมบูรณ์ $|\delta r|$ ระหว่างเวลาที่ CME-4 มาถึงโลกจริงและเวลาที่มาซึ่งทำนายโดย แบบจำลองแรงต้านเพียงอย่างเดียว (drag-only model) เพียงอย่างเดียว สำหรับแต่ละกรณี C3 และ C4 [4]

- (D02.3e) ระบุว่าข้อความต่อไปนี้เป็น "จริง" (TRUE) หรือ "เท็จ" (FALSE) โดยทำเครื่องหมายถูก (**[1]** ✓) ในช่องที่เหมาะสมในแผ่นสรุปคำตอบ (โดยไม่จำเป็นต้องเขียนคำอธิบาย) :
 "แรงดันที่เกิดจากลมสุริยะที่กระทำต่อ CMEs เริ่มมีอิทธิพลและเริ่มส่งผลต่อการเคลื่อนที่ของ CME-3 เร็วกว่าเมื่อเทียบกับ CME-4"
- (D02.4) พิจารณาแรงดันเป็นแรงหลักที่กระทำต่อ CME 10 ะลอกในส่วน D02.1 โดยสมมติว่า "แบบ **[7]** จำลองแรงต้านเท่านั้น" (drag-only model) สามารถนำไปใช้ได้ตั้งแต่พื้นผิวดวงอาทิตย์ ($R_0 = 1 R_\odot$) และไกลออกไป จงประมาณค่าและจัดทำตารางความเร็วลมสุริยะ V_s ในหน่วย km s^{-1} สำหรับแต่ละ CME นอกจากนี้ ให้ประมาณค่าความเร็วลมสุริยะเฉลี่ย $V_{s,\text{avg}}$ สำหรับ CME ทั้ง 10 ะลอก