

(D01) 30 ปีของการค้นหาดาวเคราะห์นอกระบบสุริยะ (30 Years of Exoplanets)

[90 คะแนน]

โจทย์ปัญหานี้จะสำรวจแง่มุมบางประการของวิธีการตรวจจับดาวเคราะห์นอกระบบสุริยะ (exoplanet) โดยใช้สองวิธีหลัก : ความเร็วในแนวเล็ง (radial velocity) และการผ่านหน้าดาวฤกษ์ (transit) ตลอดโจทย์ข้อนี้ เราจะพิจารณากรณีที่ดาวเคราะห์เพียงดวงเดียว (P) ในวงโคจรรอบดาวฤกษ์ที่มีรัศมี a รอบดาวฤกษ์ประเภทเดียวกับดวงอาทิตย์ (S) เราจะเรียกระบบนี้ว่า "ระบบ SP"

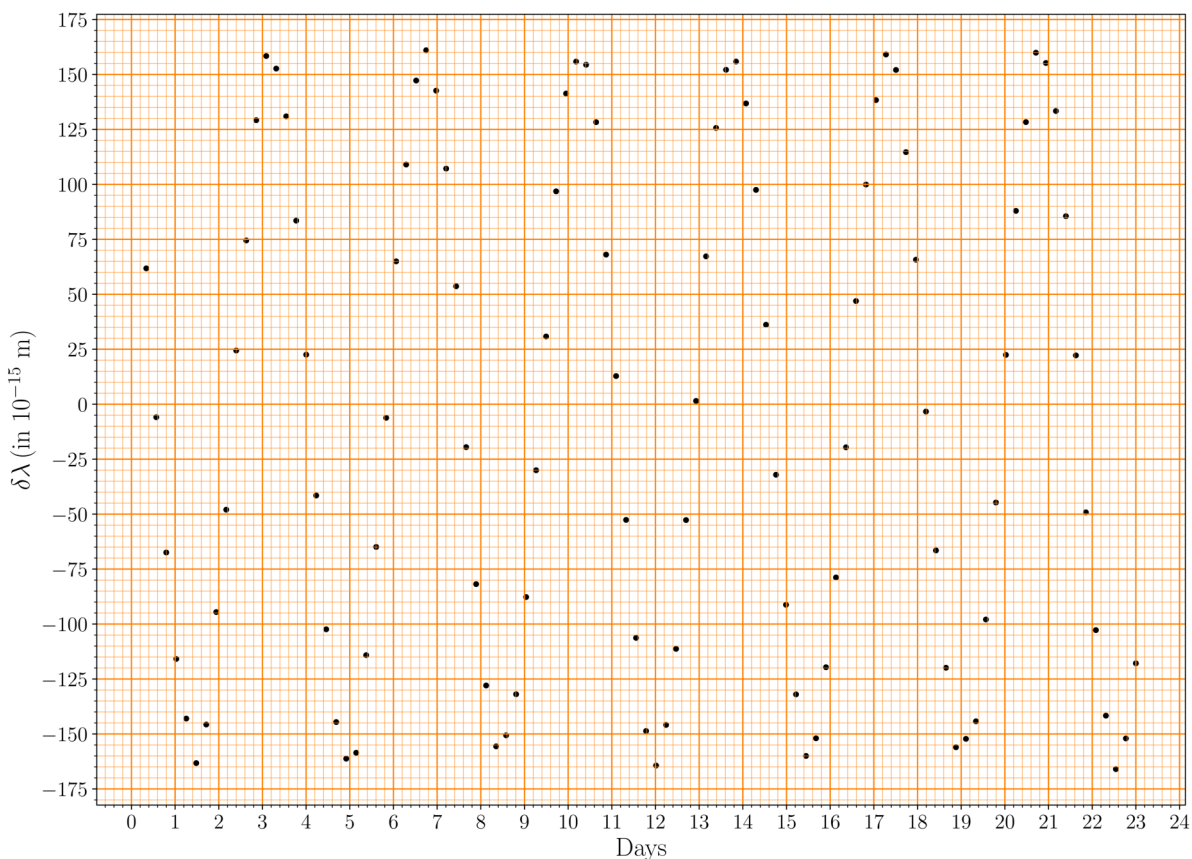
(D01.1) โชติมาตรปรากฏในแถบ V (V-band apparent magnitude) ของดาว S คือ 7.65 ± 0.03 mag, พารัลแลกซ์ (parallax) คือ 20.67 ± 0.05 พิลิปดา และค่าการแก้ไขโบโลเมตริก (bolometric correction, BC) คือ -0.065 mag

จงประมาณมวลของดาวฤกษ์ M_s (ในหน่วย $M_\odot$) โดยสมมติว่าความสัมพันธ์ระหว่างมวลและกำลังส่องสว่าง (mass-luminosity relation หรือ $M-L$ relation) อยู่ในรูปแบบ $L \propto M^4$ นอกจากนี้ ให้ประมาณความคลาดเคลื่อนของ M_s นักเรียนอาจต้องใช้สูตร $d \ln x / dx = 1/x$ **[8]**

วิธีความเร็วในแนวเล็ง (Radial Velocity Method)

วิธีความเร็วในแนวเล็ง (radial velocity method) ใช้การเลื่อนดอปเพลอร์ (Doppler shift) $\delta\lambda \equiv \lambda_{\text{obs}} - \lambda_0$ ระหว่างความยาวคลื่นที่สังเกตได้ (observed wavelength) λ_{obs} กับความยาวคลื่นในกรอบนิ่ง (rest wavelength) (λ_0) ของเส้นสเปกตรัมที่ทราบค่าเพื่อตรวจจับดาวเคราะห์นอกระบบและหาสมบัติ (characteristics) ของดาวเคราะห์

ภาพด้านล่างแสดง $\delta\lambda$ สำหรับเส้น Fe I ($\lambda_0 = 543.45 \times 10^{-9}$ m) เป็นฟังก์ชันของเวลาที่ได้รับการสังเกตการณ์สำหรับระบบ SP



ครึ่งแอมพลิจูดของความเร็วแนวรัศมี (velocity semi-amplitude) K จะถูกนิยามเป็น $K \equiv (v_{r, \text{max}} - v_{r, \text{min}})/2$ โดยที่ $v_{r, \text{max}}$ และ $v_{r, \text{min}}$ คือความเร็วในแนวรัศมีต่ำสุดและสูงสุดตามลำดับ สำหรับวงโคจรดาวเคราะห์ที่เป็นวงกลม ค่าครึ่งแอมพลิจูด K สามารถเขียนได้เป็น

$$K = \left(\frac{2\pi G}{T} \right)^{1/3} \frac{M_p \sin i}{(M_p + M_s)^{2/3}}$$

เมื่อ T คือคาบ และ i คือมุมเอียง (inclination) ของวงโคจรดาวเคราะห์ (ซึ่งก็คือมุมระหว่างเส้นตั้งฉากกับระนาบวงโคจรของดาวเคราะห์และเส้นแนวเล็งของผู้สังเกต) M_p และ M_s คือมวลของดาวเคราะห์และดาวฤกษ์ตามลำดับ

(D01.2) ใช้กราฟ (ซึ่งถูกหมุนด้วยมุม 90°) ในแผ่นสรุปคำตอบเพื่อตอบคำถามต่อไปนี้

(D01.2a) จงวาดเส้นโค้งเรียบ (smooth curve) ที่สอดคล้องกับข้อมูลจากการสังเกตการณ์ที่ให้มา [2]
ในกราฟ

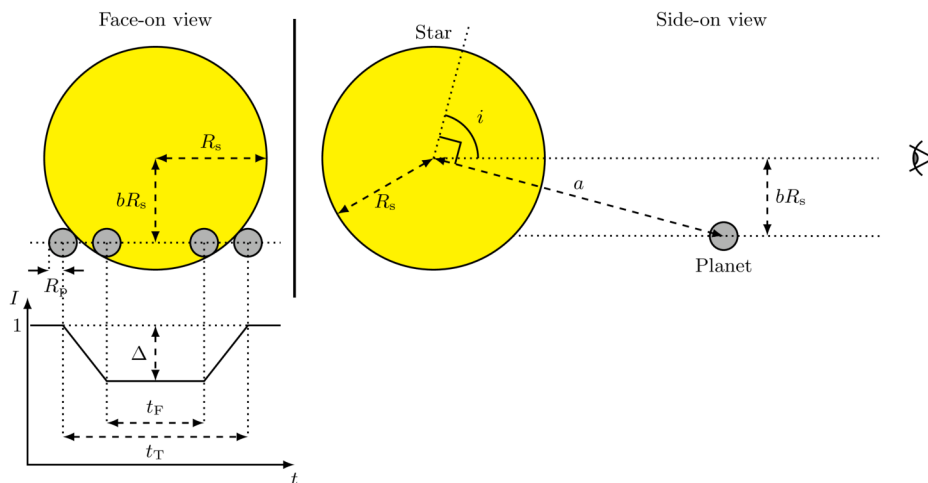
(D01.2b) ให้เลือกจุดที่เหมาะสมบนเส้นกราฟของนักเรียน และใช้วิธีการที่เหมาะสมเพื่อหาค่า T [11]
และ K พร้อมกับค่าความไม่แน่นอนที่เกี่ยวข้อง ทุกจุดข้อมูลใช้ในการคำนวณค่า T
และ K จะต้องแสดงในตารางในกระดาษสรุปคำตอบ พร้อมกำกับชื่อที่เหมาะสมให้
กับหัวตาราง

(D01.2c) จงหาค่ามวลน้อยที่สุดของดาวเคราะห์ $M_{p,\min}$ (ใน $M_\odot$) พร้อมกับค่าความไม่แน่นอนที่ [5]
สอดคล้องกัน โดยให้ $M_p \ll M_s$

(D01.2d) ให้ใช้ค่า $M_{p,\min}$ ที่ประมาณไว้ในข้อ (D01.2c) คำนวณค่าต่ำสุดของระยะครึ่งแกนเอก [4]
(semi-major axis) ของวงโคจรของดาวเคราะห์ $a_{\min}$ ในหน่วย au พร้อมกับค่าความไม่
แน่นอน

วิธีการผ่านหน้าดาวฤกษ์แบบไม่มีการคล้ำขึ้นที่ขอบดาว (Transit Method without Limb Darkening)

แผนภาพแสดงการผ่านหน้าดาวฤกษ์ของดาวเคราะห์ (ซึ่งไม่ได้วาดตามมาตราส่วน) อยู่ด้านล่าง ในตอนนี้ เราจะ
สมมติว่า ภาพสองมิติของดาวฤกษ์ หรือจานดาวฤกษ์ (stellar disk) มีความเข้มเฉลี่ยสม่ำเสมอ (uniform average
intensity) โดยมีสัญญาณภายในรบกวน (intrinsic noise) เนื่องจากตัวดาวฤกษ์เอง



เส้นโค้งความสว่างที่ถูกละแสง (normalized light curve) I ซึ่งเป็นฟังก์ชันของเวลา t แสดงอยู่ในแผนภาพของ
การผ่านหน้าดาวฤกษ์ข้างต้น ความเข้มเฉลี่ยของดาวฤกษ์ในขณะที่ไม่มีการผ่านหน้าถือเป็น 1 การลดลงของความ
เข้มสูงสุดนั้นกำหนดโดย Δ ดังแสดงในกราฟของ normalized light curve ด้านบน สำหรับจานดาวฤกษ์ที่สว่าง
สม่ำเสมอ รัศมีของดาวเคราะห์ R_p จะสัมพันธ์กับ Δ โดยสมการ

$$\left(\frac{R_p}{R_s} \right)^2 = \Delta$$

เมื่อ R_s คือรัศมีของดาวฤกษ์

ระยะเวลาทั้งหมดของการผ่านหน้าดาวฤกษ์ t_T (ซึ่งวัดจากช่วงเวลาที่ดาวเคราะห์บังจานดาวฤกษ์ไม่ว่าจะด้วยส่วนใดก็ตามของดาวเคราะห์หรือด้วยตัวดาวเคราะห์ทั้งดวง) จะแทนด้วย t_T ในขณะที่ t_F แสดงระยะเวลาเมื่อดาวเคราะห์อยู่ด้านหน้าจานดาวฤกษ์อย่างสมบูรณ์ “พารามิเตอร์การกระทบ (impact parameter)” b คือระยะทางที่คาดการณ์ไว้ระหว่างดาวเคราะห์และจุดศูนย์กลางของจานดาวฤกษ์ ณ จุดกึ่งกลางของการผ่าน โดยวัดในหน่วยของรัศมีดาวฤกษ์ R_s

สำหรับดาวเคราะห์ที่มีวงโคจรรอบดาวฤกษ์ที่หันข้างเกือบสมบูรณ์ (nearly edge-on orbit) เทียบกับผู้สังเกตการณ์ พารามิเตอร์การกระทบจะกำหนดโดยสูตร

$$b = \left[\frac{(1 - \sqrt{\Delta})^2 - (t_F/t_T)^2(1 + \sqrt{\Delta})^2}{1 - (t_F/t_T)^2} \right]^{1/2}$$

- (D01.3) สำหรับระบบ SP รัศมีดาวฤกษ์นั้นทราบว่ามีค่าเป็น $R_s = 1.20R_\odot$ และสามารถมองเห็น [3] การผ่านหน้าดาวฤกษ์ (transit) ของดาวเคราะห์ได้ จงใช้รัศมีวงโคจรต่ำสุด (minimum orbital radius) $a_{\min}$ จากข้อย่อย (D01.2d) ในการหาค่าต่ำสุด $i_{\min}$ ของมุมเอียง (inclination angle)

โดยสมมติว่าจานดาวฤกษ์ (stellar disk) มีความสว่างสม่ำเสมอ (uniform brightness) กราฟของเส้นโค้งความสว่างในการผ่านหน้าดาวฤกษ์ (transit light curve) จะมีลักษณะดังแสดงด้านล่าง



- (D01.4) ใช้กราฟของ light curve ที่ให้ จงตอบคำถามต่อไปนี้ เพื่อเป็นข้อมูลอ้างอิง light curve ข้างต้นจะแสดงในกระดาษสรุปคำตอบด้วย

(D01.4a) โดยการอ่านค่าจากกราฟ ให้ประมาณค่าของ t_T และ t_F ในหน่วยวัน พร้อมทั้งทำ [3] เครื่องหมายระบุบนกราฟ

(D01.4b) โดยการอ่านค่าจากกราฟ ให้ประมาณค่าเฉลี่ยของ Δ และพร้อมกันนี้ ให้หา R_p ใน [2] หน่วยของ $R_\odot$

(D01.4c) ให้หาค่าของ i ในหน่วยองศา โดยให้สมมติว่ารัศมีวงโคจรคือ $a_{\min}$

[2]

แนะนำปรากฏการณ์การคล้ำขึ้นที่ขอบดวง (Introducing Limb Darkening)

จนถึงตอนนี้เราได้สมมติว่าจานของดาวฤกษ์ (stellar disk) สว่างสม่ำเสมอ แต่ในความเป็นจริงความสว่างที่สังเกตได้ ณ ตำแหน่งต่าง ๆ ของจานสว่างไม่เท่ากันเนื่องจาก "ปรากฏการณ์การคล้ำขึ้นที่ขอบดวง (limb darkening)" ซึ่งก็คือปรากฏการณ์ทางแสงที่ทำให้บริเวณกลางของจานดาวฤกษ์ดูสว่างกว่าบริเวณขอบ

ปรากฏการณ์การคล้ำขึ้นที่ขอบดวงสามารถวัดได้จากความเข้มสัมพัทธ์ $J(\theta) \equiv \frac{I(\theta)}{I(0)}$ โดยที่ θ คือมุมระหว่างเส้นตั้งฉากกับพื้นผิวดาวที่จุดหนึ่งกับเส้นลากจากผู้สังเกตไปยังจุดนั้น และ $I(\theta)$ คือความเข้มที่วัดได้ ณ จุดนั้น (โดย $I(0)$ คือความเข้มที่จุดศูนย์กลางของจานดาว) สำหรับผู้สังเกตที่อยู่ไกล θ จะมีค่าตั้งแต่ $\theta = 0$ (จุดศูนย์กลางของดิสก์) ไปจนถึง $\theta \approx 90^\circ$ หรือขอบของจาน

(D01.5) ตารางด้านล่างแสดงค่า $J(\theta)$ ที่วัดได้ที่มีความยาวคลื่นหนึ่งสำหรับดวงอาทิตย์ เราจะสมมติว่าโปรไฟล์การคล้ำลงที่ขอบดวงแบบเดียวกันนี้ใช้ได้กับดาว S

θ	$J(\theta)$	θ	$J(\theta)$	θ	$J(\theta)$	θ	$J(\theta)$
0°	1.000	20°	0.971	40°	0.883	70°	0.595
10°	0.994	25°	0.950	50°	0.794	80°	0.475
15°	0.984	30°	0.943	60°	0.724	90°	0.312

โปรไฟล์การคล้ำขึ้นที่ขอบสามารถจำลองได้ด้วยสมการกำลังสอง:

$$J(\theta) = 1 - a_1(1 - \cos \theta) - a_2(1 - \cos \theta)^2,$$

โดยที่ a_1 และ a_2 เป็นค่าคงที่สองค่า

เราจะประมาณค่า a_1 และ a_2 จากข้อมูลที่ให้มาโดยการสร้างกราฟด้วยตัวแปรที่เหมาะสม

(D01.5a) เลือกคู่ลำดับตัวแปร (x_1, y_1) ซึ่งเป็นฟังก์ชันที่เหมาะสมของ θ และ J ที่นักเรียนต้องการพล็อตตามแกน x และ y ตามลำดับ จงหาฟังก์ชันที่เหมาะสมสำหรับ x_1 และ y_1 เพื่อใช้หาค่า a_1 และ a_2 [2]

หากต้องการกำหนดตัวแปรเพิ่มเติมสำหรับการพล็อตเพิ่มเติม ให้กำหนดเป็น (x_2, y_2) เป็นต้น

(D01.5b) จงรอกตารางเพื่อนำข้อมูลมาใช้พล็อตกราฟจากตัวแปรข้างต้น [4]

(D01.5c) จงพล็อตจุดกราฟของตัวแปรที่กำหนดขึ้นใหม่บนกระดาษกราฟที่ให้มา (ให้ตั้งชื่อกราฟของนักเรียนว่า "D01.5c") [7]

(D01.5d) จงหาค่า a_1 และ a_2 จากกราฟ โดยไม่ต้องหาความคลาดเคลื่อน [7]

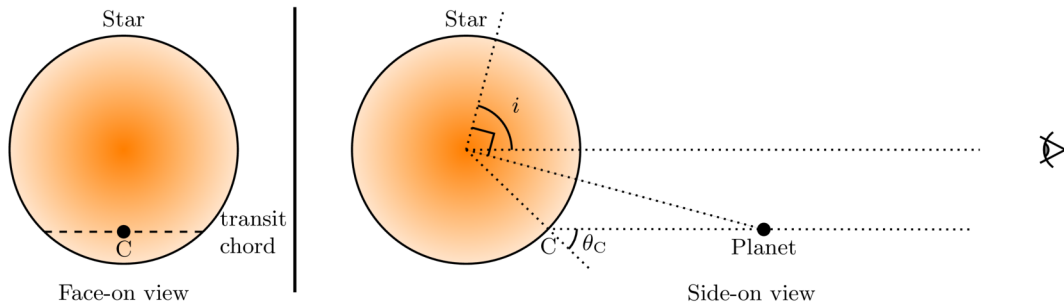
การผ่านหน้าดาวฤกษ์ในกรณีที่มีการคล้ำขึ้นที่ขอบดวง (Transit in the Presence of Limb Darkening)

ตอนนี้ เราจะพิจารณาการผ่านหน้าดาวฤกษ์ของดาวเคราะห์โดยจานดาวฤกษ์มีการคล้ำขึ้นที่ขอบดวง (limb-darkened stellar disk) ในกรณีที่มีการคล้ำขึ้นที่ขอบดวง (limb darkening) ซึ่งเราจะจำลองด้วยสูตรกำลังสองของ $J(\theta)$ ที่ให้ไว้ข้างต้น ความเข้มแสงเฉลี่ยที่สังเกตได้ (average observed intensity) ของจานดาวฤกษ์ทั้งดวง (โดยยังไม่มี การผ่านหน้าดาวฤกษ์) $\langle I \rangle$ มีค่าเท่ากับ

$$\langle I \rangle = \left(1 - \frac{a_1}{3} - \frac{a_2}{6}\right) I(0)$$

นอกจากนี้ การหริแสงของดาวฤกษ์เนื่องมาจากการที่ดาวเคราะห์เคลื่อนผ่านหน้าจะไม่ได้ขึ้นอยู่กับแค่ขนาดสัมพัทธ์ของดาวเคราะห์และดาวฤกษ์ $\left(\frac{R_p}{R_s}\right)$ เท่านั้น แต่ก็ยังขึ้นอยู่กับโปรไฟล์ความเข้ม (intensity profile) ของจานดาวฤกษ์ตามแนวเส้นคอร์ดการผ่านหน้า (transit chord) ซึ่งจะขึ้นอยู่กับมุมเอียง i ด้วย

แผนภาพด้านล่าง (ซึ่งไม่ได้วาดตามมาตราส่วน) แสดงการเรียงตัวของระบบ สังเกตว่า ตำแหน่งที่สว่างกว่าของดาวฤกษ์จะแสดงในรูปด้วยตำแหน่งที่สีเข้มกว่า



ในที่นี้ ความสัมพันธ์ระหว่าง $\left(\frac{R_p}{R_s}\right)$ และค่า Δ ที่วัดได้จากเส้นโค้งความสว่าง (light curve) คือ

$$\Delta = \frac{I(\theta_C)}{\langle I \rangle} \left(\frac{R_p}{R_s} \right)^2,$$

โดยที่ $I(\theta_C)$ คือความเข้มของจานดาวฤกษ์ที่จุดกึ่งกลางของเส้นคอร์ดการผ่านหน้า (จุด C ในรูปด้านบน) โดย θ_C คือมุมระหว่างเส้นแนวเล็ง (line of sight) และเส้นตั้งฉาก (normal) กับพื้นผิวที่จุดนั้น จากข้างต้นเห็นได้ชัดว่าสำหรับดาวฤกษ์ที่กำหนดให้ ค่า Δ เดียวกันสามารถเกิดได้จากหลาย ๆ คู่ของขนาดดาวเคราะห์ R_p และมุมเอียง i

เราสามารถหาค่าของทั้ง R_p และ i ที่ถูกต้องโดยใช้ข้อมูลจากเส้นโค้งความสว่างของการผ่านหน้าดาวฤกษ์ (transit light curve) ณ ความยาวคลื่นสองค่า เช่น λ_B (สีน้ำเงิน) และ λ_R (สีแดง) ค่าสัมประสิทธิ์การคล้ำขึ้นที่ขอบดาว (limb-darkening coefficient) สำหรับความยาวคลื่นทั้งสองนี้แสดงไว้ด้านล่าง :

ความยาวคลื่น	a_1	a_2
λ_B	0.82	0.05
λ_R	0.24	0.20

(D01.6) เป็นไปได้ที่จะหาค่าทั้ง R_p และ i ที่ถูกต้องโดยใช้ข้อมูลจากเส้นโค้งแสงขณะดาวเคราะห์เคลื่อนผ่านที่ความยาวคลื่นสองค่า เช่น λ_B (สีน้ำเงิน) และ λ_R (สีแดง) ค่าสัมประสิทธิ์การคล้ำขึ้นที่ขอบดาวสำหรับความยาวคลื่นทั้งสองนี้แสดงไว้ด้านล่าง :

ความยาวคลื่น	a_1	a_2
λ_B	0.82	0.05
λ_R	0.24	0.20

(D01.6a) จงเลือกข้อความที่ถูกต้องจากข้อความต่อไปนี้ที่อธิบายความสัมพันธ์ระหว่างความลึกสูงสุดของการผ่านหน้าดาวฤกษ์ Δ สำหรับ λ_B และมุมเอียง (i) ของวงโคจรและทำเครื่องหมาย (✓) ในแผ่นสรุปคำตอบ [2]

- A. Δ เพิ่มขึ้นเมื่อ i ลดลง
- B. Δ ลดลงเมื่อ i ลดลง
- C. Δ ไม่ขึ้นอยู่กับ i

- (D01.6b) ความลึกสูงสุดของการผ่าน (Δ) สำหรับ "ระบบ SP" ถูกวัดได้เป็น 0.0182 และ 0.0159 สำหรับ λ_B และ λ_R ตามลำดับ [4]
- จงวาดเส้นโค้งความสว่างของการผ่านหน้าดาวฤกษ์ (transit light curve) สำหรับทั้ง λ_B และ λ_R บนกริดที่กำหนดให้ และเขียนกำกับแต่ละเส้นโค้งด้วย "B" และ "R" ตามลำดับ สมมติว่า ระยะเวลาดำเนินการทั้งหมดในการผ่านหน้าดาวฤกษ์เท่ากันสำหรับความยาวคลื่นทั้งสอง เส้นโค้งไม่จำเป็นต้องมีขนาดตามสัดส่วน (to scale) แต่ควรแสดงรูปร่างของเส้นโค้งความสว่างอย่างถูกต้อง
- (D01.7) เราจะใช้วิธีวาดกราฟ (graphical method) ในการหาค่าของ R_p และ i สำหรับระบบ SP นี้ จากข้อมูลการวัดของ Δ ที่ความยาวคลื่น λ_B และ λ_R
- (D01.7a) จงเขียนนิพจน์ (expression) ที่เหมาะสมเพื่อแสดงความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรที่เกี่ยวข้องเพื่อที่จะนำมาพล็อต (คำใบ้ : นักเรียนอาจพิจารณา i หรือ b ร่วมกับ R_p ในบรรดาตัวแปรที่เกี่ยวข้อง) [6]
- (D01.7b) กรอกรข้อมูลที่ได้ลงในตารางเพื่อที่จะนำมาพล็อต [5]
- (D01.7c) จงวาดเส้นกราฟที่เหมาะสมและเขียนกำกับเส้นกราฟด้วย "D01.7c" [7]
- (D01.7d) จงประมาณค่าของ R_p (ในหน่วย $R_\odot$) และ i (ในหน่วยองศา) จากกราฟ [4]
- (D01.8) จากผลลัพธ์ที่ได้ในโจทย์ข้อนี้ จงระบุว่า ดาวเคราะห์ P เป็นดาวเคราะห์แบบ "หิน (ROCKY)" หรือ "แก๊ส (GASEOUS)" โดยทำเครื่องหมายถูก (✓) ในช่องที่เหมาะสมในกระดานสรุปคำตอบ [2]

(D02) การทำนายเวลาการมาถึงโลกของการปลดปล่อยมวลของโคโรนา (Predicting Arrival Times of Coronal Mass Ejections on Earth) [60 คะแนน]

ดวงอาทิตย์ปล่อยพลาสมาที่มีสนามแม่เหล็กออกมาเป็นครั้งคราว ปรากฏการณ์หนึ่งเรียกว่า การปลดปล่อยมวลของโคโรนา (corona mass ejection, CME) ซึ่งเกิดขึ้นเมื่อพลาสมาถูกปลดปล่อยจากพื้นผิวของดวงอาทิตย์และแพร่กระจายออกไป การทำนายเวลาการมาถึงโลกอย่างแม่นยำมีความสำคัญอย่างยิ่งสำหรับการทำความเข้าใจและบรรเทาผลกระทบที่อาจเกิดขึ้นกับดาวเทียมที่โคจรรอบโลก ในโจทย์ปัญหาข้อนี้ เราต้องการทำนายเวลาการมาถึงของ CME หลาย ๆ ระเบิด โดยการพัฒนาแบบจำลองเชิงประจักษ์ (empirical model) โดยใช้ข้อมูลของ CME จำนวน 10 ระเบิด ตลอดโจทย์ข้อนี้ ระยะทางระหว่างพื้นผิวดวงอาทิตย์และโลกกำหนดให้เป็น $214R_{\odot}$.

นอกจากนี้ สันนิษฐานว่าดวงอาทิตย์ไม่มีการหมุน CME จะได้รับความเร่งที่เปลี่ยนแปลงตลอดการเคลื่อนที่เนื่องจากแรงแม่เหล็กไฟฟ้า, แรงโน้มถ่วง, และแรงต้าน (drag force) ในสองส่วนแรกของโจทย์ข้อนี้ เราสันนิษฐานว่าบริเวณระหว่างดวงอาทิตย์และโลกเป็นสุญญากาศ

CME ผ่านสุญญากาศ (CMEs through Vacuum)

(D02.1) ความเร็วเริ่มต้น u ที่พื้นผิวดวงอาทิตย์ ($= 1R_{\odot}$), ความเร็วสุดท้าย v เมื่อถึงโลก, และเวลาที่มาถึงโลกหลังจากออกจากพื้นผิวดวงอาทิตย์ τ สำหรับ CME 10 ระเบิด ถูกแสดงในตารางต่อไปนี้

CME	u	v	τ
ชื่อ	(km s^{-1})	(km s^{-1})	(h)
CME-A	804	470	74.5
CME-B	247	360	127.5
CME-C	523	396	103.5
CME-D	830	415	71.0
CME-E	665	400	104.5
CME-F	347	350	101.5
CME-G	446	375	99.5
CME-H	155	360	97.0
CME-I	1016	515	67.0
CME-J	683	410	54.0

(D02.1a) จงคำนวณความเร่งเฉลี่ย a สำหรับ CME แต่ละระเบิดในหน่วย m s^{-2} [6]

(D02.1b) เราสมมติ empirical model สำหรับความเร่ง a_{model} ของ CME ซึ่งขึ้นอยู่กับความเร็วเริ่มต้น u ดังนี้ $a_{\text{model}} = m \left(\frac{u}{u_0} \right) + \alpha$ โดยที่ a_{model} แสดงในหน่วย m s^{-2} , u แสดงในหน่วย km s^{-1} , และ $u_0 = 1.00 \times 10^3 \text{ km s}^{-1}$

จงหาค่าคงที่ m และ α พร้อมทั้งความไม่แน่นอน (uncertainty) ที่เกี่ยวข้องโดยใช้กราฟที่เหมาะสม (กำกับชื่อให้กับกราฟของนักเรียนด้วย "D02.1b") [12]

- (D02.1c) สำหรับแต่ละ CME ให้จัดทำตาราง a_{model} ในหน่วย m s^{-2} จากนั้นคำนวณค่ารากกำลังสองเฉลี่ย (root-mean-square, rms) ซึ่งแทนด้วย δa_{rms} ของค่าความคลาดเคลื่อน (deviation) ระหว่างความเร่งที่คำนวณได้ a และค่าที่ได้จากแบบจำลอง a_{model} [4]
- (D02.2) พิจารณา CME อีกสองระลอกคือ CME-1 และ CME-2 ที่มีความเร็วเริ่มต้น $u = 1044 \text{ km s}^{-1}$ และ 273 km s^{-1} ตามลำดับ
- (D02.2a) โดยใช้ empirical model ที่ได้จาก (D02.1b) จงคำนวณเวลาที่คาดการณ์ว่าจะมาถึงโลก $\tau_{1,\text{m}}$ และ $\tau_{2,\text{m}}$ (ในหน่วยชั่วโมง) สำหรับ CME-1 และ CME-2 ตามลำดับ [4]
- (D02.2b) เวลาที่สังเกตได้จริงเมื่อ CME-1 และ CME-2 มาถึงโลกคือ 46.0 ชั่วโมง และ 74.5 ชั่วโมง ตามลำดับ empirical model จะถือว่าใช้ได้ (VALID) สำหรับ CME หนึ่ง ๆ หากเวลาที่คาดการณ์ว่าจะมาถึงอยู่ภายใน 20% ของเวลาที่สังเกตได้จริง หากอยู่นอกเหนือจากนี้ จะถือว่าใช้ไม่ได้ (NOT VALID) ให้นักเรียนระบุความถูกต้องของแบบจำลอง (model) สำหรับแต่ละ CME โดยทำเครื่องหมายถูก (✓) ในช่องที่เหมาะสมในกระดาษสรุปคำตอบ

CME ในสภาวะที่มีลมสุริยะ (CMEs in Presence of Solar Wind)

ในความเป็นจริง บริเวณระหว่างดวงอาทิตย์และโลกเต็มไปด้วยลมสุริยะ (solar wind) ซึ่งสร้างแรงต้าน (drag force) ต่อ CME แรงต้านนี้สามารถทำให้ CME ชะลอตัวหรือถูกเร่งความเร็วได้ โดยการชะลอหรือการเร่งขึ้นอยู่กับความเร็วของ CME เทียบกับความเร็วของลมสุริยะ เพื่อคำนึงถึงอิทธิพลของลมสุริยะ เราจะใช้แบบจำลองที่มีแรงต้านเพียงอย่างเดียว ("drag-only" model) สำหรับระยะทาง $R_{\text{obs}}(t) \geq R_0$, โดยที่ R_0 คือระยะทางที่ ณ ตำแหน่งไกลจากดวงอาทิตย์เกินกว่านั้น แรงต้านจะกลายเป็นแรงหลักที่ส่งผลต่อการเคลื่อนที่ของ CME

ระยะทาง $R_D(t)$ และความเร็ว $V_D(t)$ ของ CME ในแบบจำลองที่มีแรงต้านเพียงอย่างเดียวดังกล่าวนี้กำหนดโดย

$$R_D(t) = \frac{S}{\gamma} \ln [1 + S\gamma(V_0 - V_s)(t - t_0)] + V_s(t - t_0) + R_0$$

$$V_D(t) = \frac{V_0 - V_s}{1 + S\gamma(V_0 - V_s)(t - t_0)} + V_s$$

โดยที่ $\gamma = 2 \times 10^{-8} \text{ km}^{-1}$, V_s คือความเร็วคงที่ของลมสุริยะ, และ R_0 และ V_0 คือระยะทางและความเร็วตามลำดับ ณ เวลา t_0 ในที่นี้ S คือตัวประกอบเครื่องหมาย (sign factor) กล่าวคือ ถ้า $V_0 > V_s$ แล้ว $S = 1$ และในทางตรงกันข้ามถ้า $V_0 \leq V_s$ แล้ว $S = -1$ สำหรับส่วนนี้ให้สมมติว่า $V_s = 330 \text{ km s}^{-1}$

- (D02.3) ตารางด้านล่างแสดงการเคลื่อนที่ในแนวเล็ง (radial displacement) ที่สังเกตได้ $R_{\text{obs}}(t)$ (วัดในหน่วย $R_\odot$) ซึ่งเป็นฟังก์ชันของเวลา t (ในหน่วยชั่วโมง) สำหรับ CME สองระลอกคือ CME-3 และ CME-4 จุดข้อมูลสุดท้ายในแต่ละตาราง (D5 และ P8 ตามลำดับ) สอดคล้องกับเวลาที่ CME แต่ละระลอกมาถึงโลก ในตารางข้อมูลนี้เราได้สมมติให้ $V_s = 330 \text{ km s}^{-1}$

CME-3			CME-4		
จุดข้อมูล	t (ในหน่วยชั่วโมง)	$R_{\text{obs}}(t)$ (ในหน่วย $R_{\odot}$)	จุดข้อมูล	t (ในหน่วยชั่วโมง)	$R_{\text{obs}}(t)$ (ในหน่วย $R_{\odot}$)
D1	0.200	6.36	P1	1.00	4.00
			P2	3.00	6.00
			P3	4.00	9.00
			P4	5.00	11.0
			P5	21.0	43.0
D2	0.480	7.99	P6	50.0	100
D3	1.22	11.99	P7	85.0	170
D4	1.49	13.51	P8	111	214
D5	58.05	214			

เราจะประเมินว่า แบบจำลองแรงต้านเพียงอย่างเดียว ("drag-only" model) นี้สามารถทำนายเวลาที่ CME เหล่านี้มาถึงได้อย่างเหมาะสมหรือไม่ การใช้แบบจำลองนี้จำเป็นต้องเลือก t_0 พร้อมกับค่า R_0 และ V_0 ที่สอดคล้องกันอย่างเหมาะสม

(D02.3a) สำหรับ CME-3 พิจารณาสองกรณีต่อไปนี้: [6]

(C1) t_0 ถูกกำหนดให้เป็นจุดกึ่งกลางของช่วง D1 – D2

(C2) t_0 ถูกกำหนดให้เป็นจุดกึ่งกลางของช่วง D3 – D4

สมมติว่า ความเร็วมีค่าคงที่ช่วง D1–D2 และก็มีค่าคงที่ช่วง D3–D4 แต่อาจมีค่าแตกต่างกันระหว่างสองช่วง ใช้ t_0 , R_0 , และ V_0 คำนวณความแตกต่างระหว่างระยะรัศมีในแนวเล็ง (radial distance) ที่สังเกตได้และที่ทำนายไว้ $\delta R_D \equiv R_{\text{obs}}(t) - R_D(t)$ ในหน่วย $R_{\odot}$ ที่ $t = 58.05$ ชั่วโมง สำหรับแต่ละกรณี

(D02.3b) จงหาค่าของ $R_D(t)$ ที่จุด P5, P6, P7, และ P8 ระหว่างดวงอาทิตย์และโลกสำหรับ CME-4 สำหรับสองกรณีต่อไปนี้โดยใช้กระบวนการที่คล้ายกับ (D02.3a): [4]

(C3) t_0 ถูกกำหนดให้เป็นจุดกึ่งกลางของช่วง P1 – P2

(C4) t_0 ถูกกำหนดให้เป็นจุดกึ่งกลางของช่วง P3 – P4

(D02.3c) พล็อตจุดกราฟของ $R_D(t)$ (ในหน่วย $R_{\odot}$) เทียบกับ t (ในหน่วยชั่วโมง) สำหรับสองกรณี C3 และ C4 สำหรับ CME-4 ที่จุด P5, P6, P7, และ P8 บนกราฟเดียวกัน (โดยให้นักเรียนเขียนกำกับชื่อกราฟเป็น "D02.3c") ให้วาดเส้นโค้งเรียบ (smooth curve) ของ $R_D(t)$ สำหรับสองกรณีที่กล่าวมาข้างต้น สำหรับส่วนนี้ ให้ใช้ช่วงของแกน x จาก 0 ถึง 180 ชั่วโมง [10]

(D02.3d) โดยใช้กราฟที่ได้มา จงประมาณค่าความแตกต่างสัมบูรณ์ $|\delta r|$ ระหว่างเวลาที่ CME-4 มาถึงโลกจริงและเวลาที่มาซึ่งทำนายโดย แบบจำลองแรงต้านเพียงอย่างเดียว (drag-only model) เพียงอย่างเดียว สำหรับแต่ละกรณี C3 และ C4 [4]

- (D02.3e) ระบุว่าข้อความต่อไปนี้เป็น "จริง" (TRUE) หรือ "เท็จ" (FALSE) โดยทำเครื่องหมายถูก (**✓**) ในช่องที่เหมาะสมในแผ่นสรุปคำตอบ (โดยไม่จำเป็นต้องเขียนคำอธิบาย) : **[1]**
 "แรงดันที่เกิดจากลมสุริยะที่กระทำต่อ CMEs เริ่มมีอิทธิพลและเริ่มส่งผลต่อการเคลื่อนที่ของ CME-3 เร็วกว่าเมื่อเทียบกับ CME-4"
- (D02.4) พิจารณาแรงดันเป็นแรงหลักที่กระทำต่อ CME 10 ะลอกในส่วน D02.1 โดยสมมติว่า "แบบจำลองแรงต้านเท่านั้น" (drag-only model) สามารถนำไปใช้ได้ตั้งแต่พื้นผิวดวงอาทิตย์ ($R_0 = 1 R_\odot$) และไกลออกไป จงประมาณค่าและจัดทำตารางความเร็วลมสุริยะ V_s ในหน่วย km s^{-1} สำหรับแต่ละ CME นอกจากนี้ ให้ประมาณค่าความเร็วลมสุริยะเฉลี่ย $V_{s,\text{avg}}$ สำหรับ CME ทั้ง 10 ะลอก **[7]**