

(D01) 30 år värt av exoplaneter

[90 poäng]

Detta problem utforskar några delar av de två huvudsakliga metoderna för att hitta exoplaneter: radialhastighet- och transitmetoderna. Genom hela problemet ska vi betrakta ett specifikt system med en enda planet (P) i en cirkulär bana med radie a runt en solliknande stjärna (S). Vi kommer att referera till detta system som "SP-systemet".

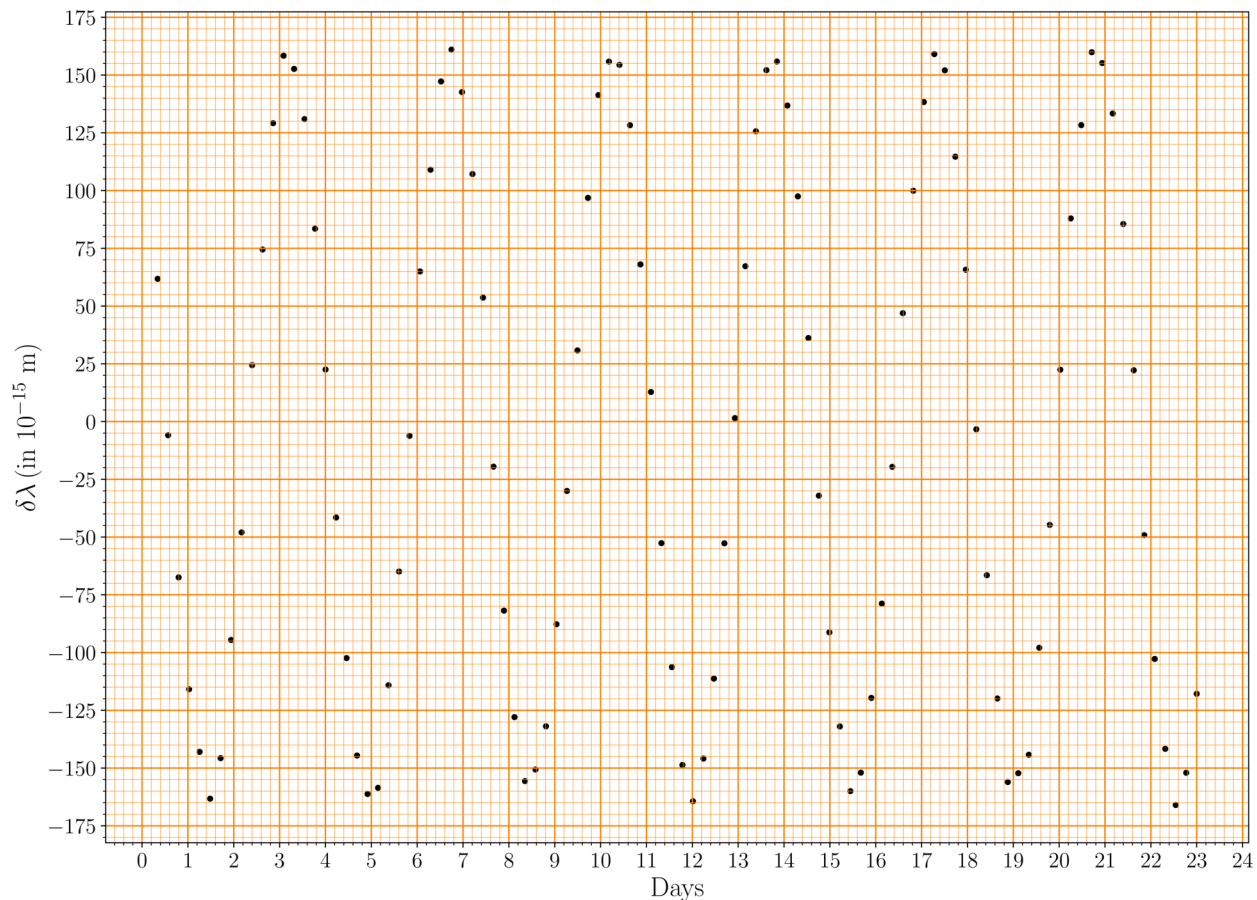
- (D01.1) Stjärnan S har en skenbar magnitud i V-bandet vilken är $7,65 \pm 0,03$ mag. Den har parallax på $20,67 \pm 0,05$ millibågsekunder och den bolometriska korrektionen (BC) är $-0,0650$ mag. Stjärnan har alltså en ljusare bolometrisk magnitud.

Uppskatta stjärnans massa, M_s (i enheter av $M_\odot$), med antagandet att förhållandet mellan massa och luminositet ($M - L$) är på formen $L \propto M^4$. Uppskatta även osäkerheten för M_s . Du kan behöva $d \ln x / dx = 1/x$.

Radialhastighetsmetod

Radialhastighetsmetoden använder dopplerförskjutningen $\delta\lambda \equiv \lambda_{\text{obs}} - \lambda_0$ mellan den observerade våglängden λ_{obs} och våglängden för objektet i vila λ_0 för en känd spektrallinje för att detektera en exoplanet och bestämma dess egenskaper.

Figuren nedan visar $\delta\lambda$ för Fe I -linjen ($\lambda_0 = 543.45 \times 10^{-9}$ m) som en funktion av tiden observerad för SP-systemet.



Radialhastighetens semiamplitud K definieras som $K \equiv (v_{r, \text{max}} - v_{r, \text{min}})/2$ där $v_{r, \text{max}}$ och $v_{r, \text{min}}$ är de maximala respektive minimala radialhastigheterna. För en cirkulär planetbana kan semiamplituden K skrivas som:

$$K = \left(\frac{2\pi G}{T} \right)^{1/3} \frac{M_p \sin i}{(M_p + M_s)^{2/3}}$$

där T är perioden, i är planetbanans lutning (vinkeln mellan normalen till planetens orbitalplan och observatörens siktlinje), M_p och M_s är planetens respektive stjärnans massor.

(D01.2) Använd grafen ovan som ges i Svarsbladet (roterad med 90 deg för att besvara följande.

(D01.2a) Rita en slät kurva som kopplar ihop den observerade datan som visas i grafen. [2]

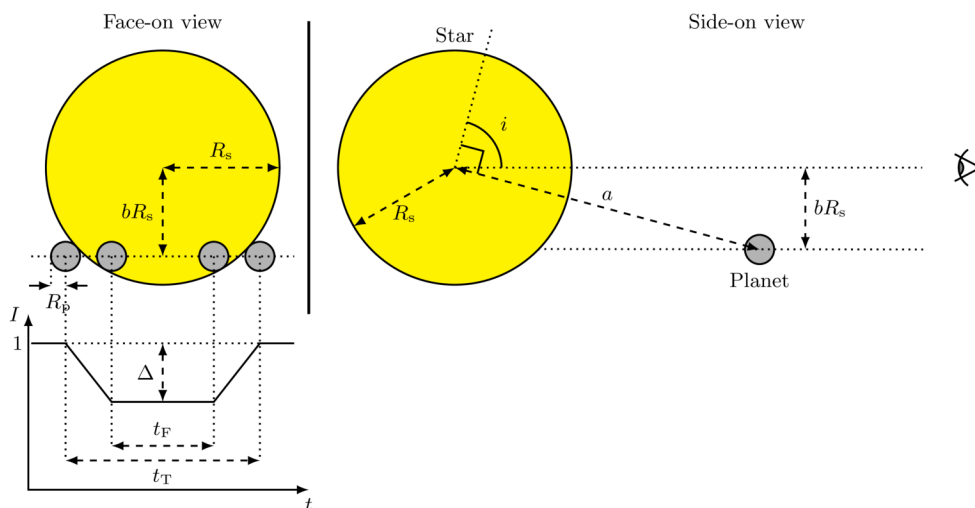
(D01.2b) Välj lämpliga punkter på din ritade kurva och använd lämpliga metoder för att bestämma T och K tillsammans med respektive osäkerheter. Alla datapunkter som används för beräkningen av T och K måste visas i tabellen i Svarsbladet. Använd resten av tabellen för att visa mellanstegen du tagit vid beräkning, efter behov, med lämpliga rubriker. [11]

(D01.2c) Hitta planetens minsta massa $M_{p, \min}$, och dess motsvarande osäkerhet under antagandet att $M_\odot M_p \ll M_s$. [5]

(D01.2d) Med hjälp av värdet på $M_{p, \min}$ som ni uppskattat delvis i (D01.2c), beräkna minimivärdet för planetbanans stora halvaxel, $a_{\min}$, i au och beräkna även dess osäkerhet. [4]

Transitmetod (utan att randfördunkling)

Diagrammet över en planets transit (ej skalenligt ritat) visas nedan. Inledningsvis antar vi att stjärndisken har en enhetlig medelintensitet med visst inneboende brus på grund av själva stjärnan.



Ljuskurvan för den normaliserade intensiteten, I , som en funktion av tiden t visas diagrammet av transiten ovan. Den genomsnittliga stjärnintensiteten utanför transitperioden är den enhetliga som tidigare beskrivits. Den maximala minskningen av intensiteten ges av Δ i den normaliserade ljuskurvan. För en stjärndisken som lyser lika starkt överallt är planetens radie, R_p , relaterad till Δ enligt

$$\left(\frac{R_p}{R_s}\right)^2 = \Delta,$$

där R_s är stjärnans radie.

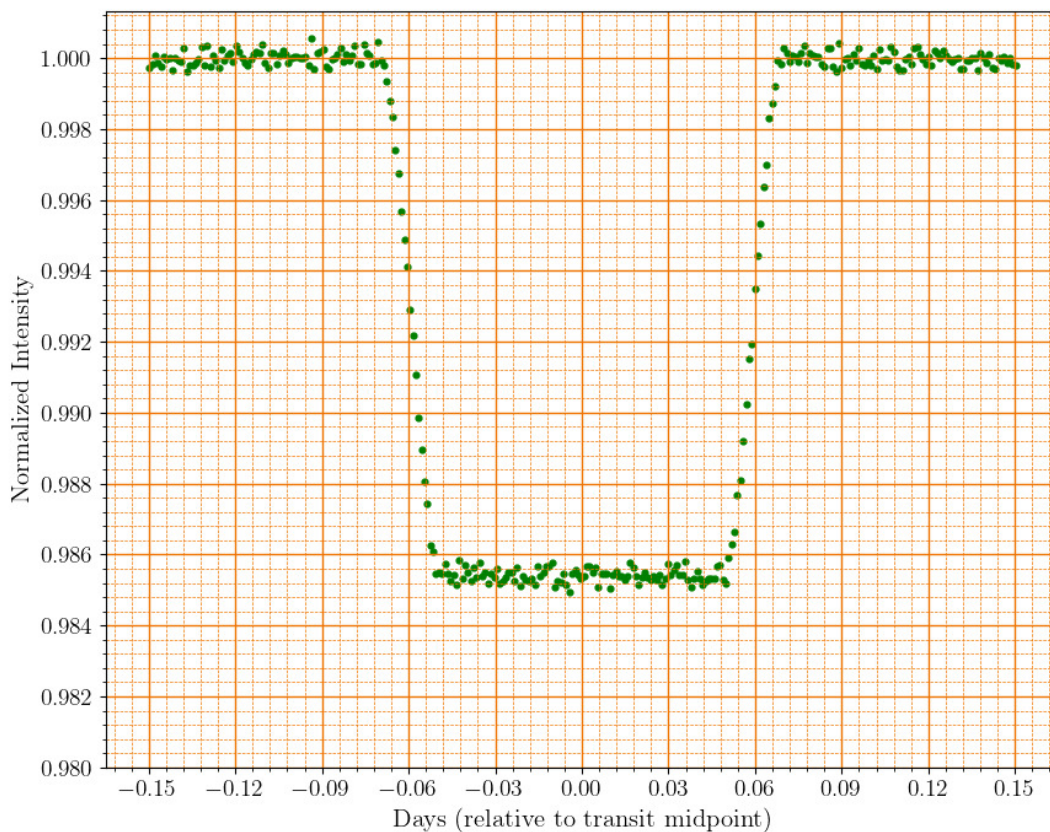
Den totala transittiden (när en del av eller hela planeten täcker stjärndisken) ges av t_T , medan t_F anger den tid då planeten är helt framför stjärndisken. "Stötparametern" b är det projicerade avståndet mellan planeten och stjärnskevans centrum vid transitens mittpunkt i enheter av stjärnradien, R_s .

För ett exoplanetärt system som är nästan perfekt orienterad sådant att planeten korsar nära stjärnans mitt ges stötparametern av formeln

$$b = \left[\frac{(1 - \sqrt{\Delta})^2 - (t_F/t_T)^2(1 + \sqrt{\Delta})^2}{1 - (t_F/t_T)^2} \right]^{1/2}$$

- (D01.3) För SP-systemet vet vi att stjärnradien är $R_s = 1.20R_\odot$, och att planetens transit är synlig. Använd $a_{\min}$ uppskattad i D01.2d, för att hitta minimivärdet för inklinationen, $i_{\min}$. [3]

Om vi studerar en stjärnskiva med jämn ljusstyrka över skivans storlek skulle transitkurvan se ut som visas nedan.



- (D01.4) Använd den givna ljuskurvan av en exoplanetär transit för att besvara följande frågor. Ovanstående ljuskurva finns också i Svarsbladet.

(D01.4a) Uppskatta t_T och t_F i dagar genom att markera lämpliga värden i ljuskurvan. [3]

(D01.4b) Uppskatta medelvärdet av Δ genom att markera lämpliga värden i ljuskurvan och bestäm utifrån detta R_p i enheter av $R_\odot$. [2]

(D01.4c) Bestäm värdet på i i grader om orbitalradien är $a_{\min}$. [2]

Introduktion till Randfördunkling

Hittills har vi antagit att stjärnans skiva är jämnt ljusstark. I verkligheten är den observerade ljusstyrkan hos stjärnskivan inte jämn på grund av "randfördunkling" – en optisk effekt där stjärnskivans centrala del verkar ljusare än kanten, eller "randen".

Effekten av randfördunkling kan mätas med den relativa intensiteten $J(\theta) \equiv \frac{I(\theta)}{I(0)}$, där θ är vinkeln mellan stjärnyttans normal vid den observerade punkten och linjen som förbinder observatören med den punkten (alltså siktlinjen, se figur längre fram). $I(\theta)$ är den ljusstyrka en observatör ser vid denna punkt medan $I(0)$ är ljusstyrkan i stjärnskivans centrum. För en avlägsen observatör varierar θ från $\theta = 0$ (skivans centrum) till $\theta \approx 90^\circ$ (skivans kant).

(D01.5) Tabellen nedan visar observerad $J(\theta)$ vid en viss våglängd för solen. Vi antar att samma randfördunklingsprofil gäller för stjärnan S.

θ	$J(\theta)$	θ	$J(\theta)$	θ	$J(\theta)$	θ	$J(\theta)$
0°	1.000	20°	0.971	40°	0.883	70°	0.595
10°	0.994	25°	0.950	50°	0.794	80°	0.475
15°	0.984	30°	0.943	60°	0.724	90°	0.312

Fördunklingsprofilen kan modelleras med en kvadratisk formel:

$$J(\theta) = 1 - a_1(1 - \cos \theta) - a_2(1 - \cos \theta)^2,$$

där a_1 och a_2 är konstanter.

Vi ska uppskatta de okända koefficienterna a_1 och a_2 från den givna datan genom att rita ett diagram med lämpliga variabler.

(D01.5a) Skapa ett par variabler (x_1, y_1) som är lämpliga funktioner för θ och J , som skall [2]
plottas i ett diagram för att bestämma a_1 och a_2 . Skriv uttrycken för ditt val av x_1 och y_1 .

Om du behöver definiera ytterligare variabler för ytterligare diagram, definiera dem som (x_2, y_2) , etc.

(D01.5b) Tabellera värden för dina diagram. [4]

(D01.5c) Plotta dina nya variabler på det givna Millimeterpappret (titulera din graf som [7]
"D01.5c").

(D01.5d) Finn a_1 och a_2 från diagrammet. Du behöver inte bry dig om värdenas [7]
osäkerhetsintervall.

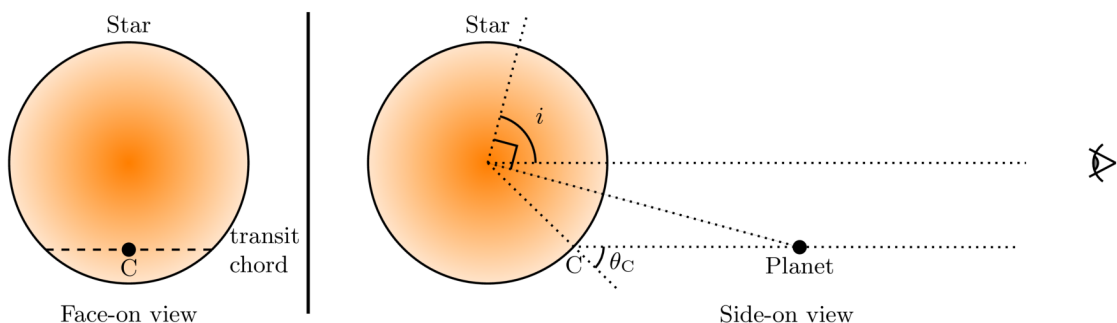
Transit i närvaro av mörkfärgning av extremiteter

Nu betraktar vi planetpassager över en randfördunklad stjärnskiva. I närvaro av randfördunkling, vilket vi ska modellera med den kvadratiske formeln för $J(\theta)$ som anges ovan, ges den genomsnittliga observerade intensiteten för hela stjärnskivan (utan transit), $\langle I \rangle$, av:

$$\langle I \rangle = \left(1 - \frac{a_1}{3} - \frac{a_2}{6}\right) I(0)$$

Vidare beror ljussänkning som orsakas av planeten i passagen nu inte bara på planetens och stjärnans relativa storlek, $\left(\frac{R_p}{R_s}\right)$, utan också på stjärnskivans intensitetsprofil längs passagekordan, vilken i sin tur beror på lutningsvinkeln, i .

Schemat nedan (ej skal enligt ritat) visar konfigurationen. Observera att den ljusare delen av stjärnan visas i en mörkare nyans, medan planeten visas som en svart prick.



Här är sambandet mellan $\left(\frac{R_p}{R_s}\right)$ och den uppmätta Δ från ljuskurvan

$$\Delta = \frac{I(\theta_C)}{\langle I \rangle} \left(\frac{R_p}{R_s} \right)^2,$$

där $I(\theta_C)$ Δ är stjärnskivans intensitet vid mittpunkten av transitkordan (punkt C i figuren ovan) θ_C är vinkeln mellan synlinjen och normalen till ytan vid den punkten. Av ovanstående är det uppenbart att för en given stjärna kan samma värde på Δ produceras av många kombinationer av planetstorleken, R_p , och lutningsvinkeln i .

- (D01.6) Det är möjligt att unikt bestämma både R_p och i genom att använda data från passageljuskurvor vid två våglängder, till exempel λ_B (blå) och λ_R (röd). Randfördunklingsskoefficienterna för dessa två våglängder ges nedan:

Våglängd	a_1	a_2
λ_B	0,82	0,05
λ_R	0,24	0,20

- (D01.6a) Välj det korrekta påståendet bland följande som beskriver sambandet mellan det maximala djupet för passagen Δ för λ_B och banans lutningsvinkel (i) och bocka av det (✓) i det sammanfattande svarsarket. [2]
- A. Δ ökar med minskande i
 B. Δ minskar med minskande i .
 C. Δ är oberoende av i

- (D01.6b) Det maximala djupet för passagen (Δ) för "SP-systemet" mättes till 0,0182 och 0,0159 för λ_B respektive λ_R . [4]

Rita schematiska ljuskurvor för både λ_B och λ_R i det givna rutnätet och märk kurvorna med "B" respektive "R". Antag att den totala tiden för passagen är densamma för båda våglängderna. Kurvorna behöver inte vara skalnliga, utan ska representera ljuskurvornas former korrekt.

- (D01.7) Vi ska använda en grafisk metod för att hitta värdena på R_p och i för SP-systemet med hjälp av mätningarna av Δ vid λ_B och λ_R .

- (D01.7a) Skriv ett lämpligt uttryck som förbinder de relevanta variablerna som ska plottas. (Tips: Du kan överväga i eller b och R_p , bland de relevanta variablerna.) [6]

- (D01.7b) Tabellera de lämpliga kvantiteterna som ska plottas. [5]

- (D01.7c) Rita en lämplig graf och markera den med "D01.7c". [7]

- (D01.7d) Uppskatta värdena för R_p (i $R_\odot$) och i (i grader) från grafen. [4]

- (D01.8) Baserat på resultaten som erhållits i detta problem, ange om planeten P är "ROCKY" eller "GASEOUS" genom att bocka i (✓) lämplig ruta i det sammanfattande svarsbladet. [2]

(D02) Att förutsäga färdtiden för koronamassutkastningar
[60 poäng]

Solen släpper ibland ut så kallade koronala massutkastningar (CME) som består av magnetiserad plasma och härrör från solens yta och sprider sig utåt i solsystemet. Noggrann förutsägelse av deras ankomsttider till jorden är avgörande för att förstå och mildra deras potentiella effekter på satelliter och teknik. I det här problemet syftar vi till att förutsäga färdtiden för olika CME:er genom att utveckla en empirisk modell med hjälp av data från 10 sådana händelser. Genom hela detta problem kan du använda att avståndet mellan solens yta och jorden är $214R_{\odot}$.

Antag att solen inte roterar. På grund krafter från elektromagnetismen, gravitationen och motståndet från partikelmediet i rymden varierar CME:ernas acceleration under hela resan. I de två första delarna av detta problem antar vi att området mellan solen och jorden är vakuum.

CME:ns färd genom vakuum.

- (D02.1) Den ursprungliga hastigheten, u , vid solytan ($= 1R_{\odot}$), den slutliga hastigheten, v , när den når jorden, och tiden det tar att anlända till jorden efter att ha lämnat solytan (i timmar), τ , anges för 10 CME:er i följande tabell.

CME	u	v	τ
Namn	(km s ⁻¹)	(km s ⁻¹)	(h)
CME-A	804	470	74,5
CME-B	247	360	127,5
CME-C	523	396	103,5
CME-D	830	415	71,0
CME-E	665	400	104,5
CME-F	347	350	101,5
CME-G	446	375	99,5
CME-H	155	360	97,0
CME-I	1016	515	67,0
CME-J	683	410	54,0

- (D02.1a) Beräkna den genomsnittliga accelerationen, a , för varje CME i m s⁻². **[3]**

- (D02.1b) Vi antar en empirisk modell för accelerationen, a_{model} , för CME:er, vilken beror på dess ursprungliga hastighet u enligt $a_{\text{model}} = m \left(\frac{u}{u_0} \right) + \alpha$; där a_{model} uttrycks i m s⁻², u uttrycks i km s⁻¹ och $u_0 = 1,00 \times 10^3$ km s⁻¹.

Bestäm konstanterna m och α med osäkerhetsintervall med hjälp av ett lämpligt diagram (markera ditt diagram med "D02.1b"). **[15]**

- (D02.1c) Tabellera a_{model} i m s⁻² för varje CME. Beräkna därefter standardavvikelsen (rms) för accelerationerna, δa_{rms} , mellan den beräknade accelerationen, a , och modellvärdena, a_{model} . **[4]**

- (D02.2) Vi betraktar två andra CME:er, CME-1 och CME-2, med begynselhastigheter, $u = 1044$ km s⁻¹ respektive 273 km s⁻¹.

- (D02.2a) Med hjälp av den empiriska modellen som ni tagit fram i (D02.1b), prediktera ankomsttiderna till jorden, dvs tiderna $\tau_{1,m}$ och $\tau_{2,m}$ (i timmar) för CME-1 och CME-2. **[4]**

- (D02.2b) De observerade ankomsttiderna till jorden för CME-1 och CME-2 är 46,0 timmar respektive 74,5 timmar. Den empiriska modellen anses vara GILTIG för en viss CME om dess förutspådda ankomsttid är inom 20 % av dess observerade ankomsttid; annars är den INTE GILTIG. Ange modellens giltighet för varje CME genom att kryssa i (✓) lämplig ruta i Svarsbladet. [2]

CME i närvaro av solvind

I verkligheten förekommer solvindar i stor utsträckning mellan solen och jorden. Denna utövar en kraft på CME:er då de solvinden skapar motstånd. Denna bromskraft kan antingen de-accelerera eller accelerera en CME, beroende på CME:ns hastighet i förhållande till solvindens. För att avgöra solvinden påverkar CME:er kommer vi att använda en modell som endast betraktar denna motståndskraft för avstånden $R_{\text{obs}}(t) \geq R_0$, där R_0 är avståndet bortom vilket motsståndskraften blir den dominerande kraften som påverkar CME:ns rörelse.

Avståndet från solens yta för den givna motsståndskraftsmodellen, $R_D(t)$, och hastigheten, $V_D(t)$, för en CME i denna modell ges av

$$R_D(t) = \frac{S}{\gamma} \ln [1 + S\gamma(V_0 - V_s)(t - t_0)] + V_s(t - t_0) + R_0$$

$$V_D(t) = \frac{V_0 - V_s}{1 + S\gamma(V_0 - V_s)(t - t_0)} + V_s$$

där, $\gamma = 2 \times 10^{-8} \text{ km}^{-1}$. Här är V_s solvindens konstanta hastighet, R_0 och V_0 är avståndet respektive hastigheten vid tidpunkten t_0 , och S är teckenfaktorn. $S = 1$ om $V_0 > V_s$; $S = -1$ om $V_0 \leq V_s$.

- (D02.3) Tabellerna nedan visar det observerade avståndet till solen, $R_{\text{obs}}(t)$ (mätt i $R_\odot$), som en funktion av tiden, t (i timmar), för två CME:er: CME-3 och CME-4. Den sista datapunkten i varje tabell (D5 respektive P8) motsvarar ankomsttiden för respektive CME till jorden. För denna deluppgift, antag $V_s = 330 \text{ km s}^{-1}$.

CME-3		
Datapunkt	t (i timmar)	$R_{\text{obs}}(t)$ (i $R_\odot$)
D1	0,200	6,36
D2	0,480	7,99
D3	1,22	11,99
D4	1,49	13,51
D5	58,05	214

CME-4		
Datapunkt	t (i timmar)	$R_{\text{obs}}(t)$ (i $R_\odot$)
P1	1,00	4,00
P2	3,00	6,00
P3	4,00	9,00
P4	5,00	11,0
P5	21,0	43,0
P6	50,0	100
P7	85,0	170
P8	111	214

Vi ska undersöka vare sig motstånd-modellen tillräckligt väl förutsäger ankomsttiderna för dessa CME:er. För att använda denna modell måste ett lämpligt val av t_0 , och motsvarande R_0 och V_0 göras.

- (D02.3a) För CME-3, undersök följande två fall: [6]
 (C1) t_0 tas som mittpunkten för intervallet D1 – D2
 (C2) t_0 tas som mittpunkten för intervallet D3 – D4
 Antag att hastigheten förblir konstant inom varje intervall D1–D2 och D3–D4, men kan skilja sig mellan de två intervallen.

 Använd t_0 , R_0 och V_0 för att beräkna skillnaden mellan det observerade och det förutspådda avståndet $\delta R_D \equiv R_{\text{obs}}(t) - R_D(t)$ i enheter av $R_\odot$ vid $t = 58,05$ h, för vart och ett av de två fallen.
- (D02.3b) Finn $R_D(t)$ vid punkterna P5, P6, P7 och P8 mellan solen och jorden för CME-4 för [4]
 följande två fall på samma sätt som i (D02.3a):

 (C3) t_0 tas som mittpunkten för intervallet P1 – P2
 (C4) t_0 tas som mittpunkten för intervallet P3 – P4.
- (D02.3c) Plotta $R_D(t)$ (i $R_\odot$) mot t (i timmar) för de två fallen C3 och C4 för CME-4 vid [10]
 punkterna P5, P6, P7 och P8 (markera ditt diagram som "D02.3c"). Extrapolera jämna kurvor för $R_D(t)$ i samma diagram för de två ovan nämnda fallen. x -axeln ska gå från 0 till 180 timmar för detta.
- (D02.3d) Använd diagramet för att uppskatta den absoluta skillnaden, $|\delta\tau|$ mellan den faktiska [4]
 ankomsttiden för CME-4 till jorden och dess förutspådda ankomsttid av motståndsmodellen, för vart och ett av fallen C3 och C4.
- (D02.3e) Ange om följande påstående är SANT eller FALSKT genom att kryssa i (✓) lämplig [1]
 ruta i Svarsbladet (ingen skriftlig motivering krävs):
 "Motståndskrafterna som solvinden utövar på CME:er blir dominerande för CME-3 vid en tidigare tidpunkt jämfört med CME-4."
- (D02.4) Betrakta motstånd från solvinden som den dominerande kraften som verkar på 10 CME:er i del [7]
 D02.1. Antag att motståndsmodellen kan tillämpas med start från solens yta ($R_0 = 1 R_\odot$) och fortsatt bortom denna, för alla CME:er.
 Uppskatta och tabellera solvindens hastighet V_s i km s^{-1} för varje CME. Uppskatta även den genomsnittliga solvindshastigheten $V_{s, \text{avg}}$ för alla 10 CME:er.