

(D01) 30 година егзопланета

[90 поена]

Овај проблем истражује неке аспекте две главне методе детекције егзопланета: радијалну брзину и транзит. Кроз овај задатак ћемо разматрати систем једне планете (P) у кружној орбити полупречника a око звезде соларног типа (S). Овај систем ћемо називати „SP систем“.

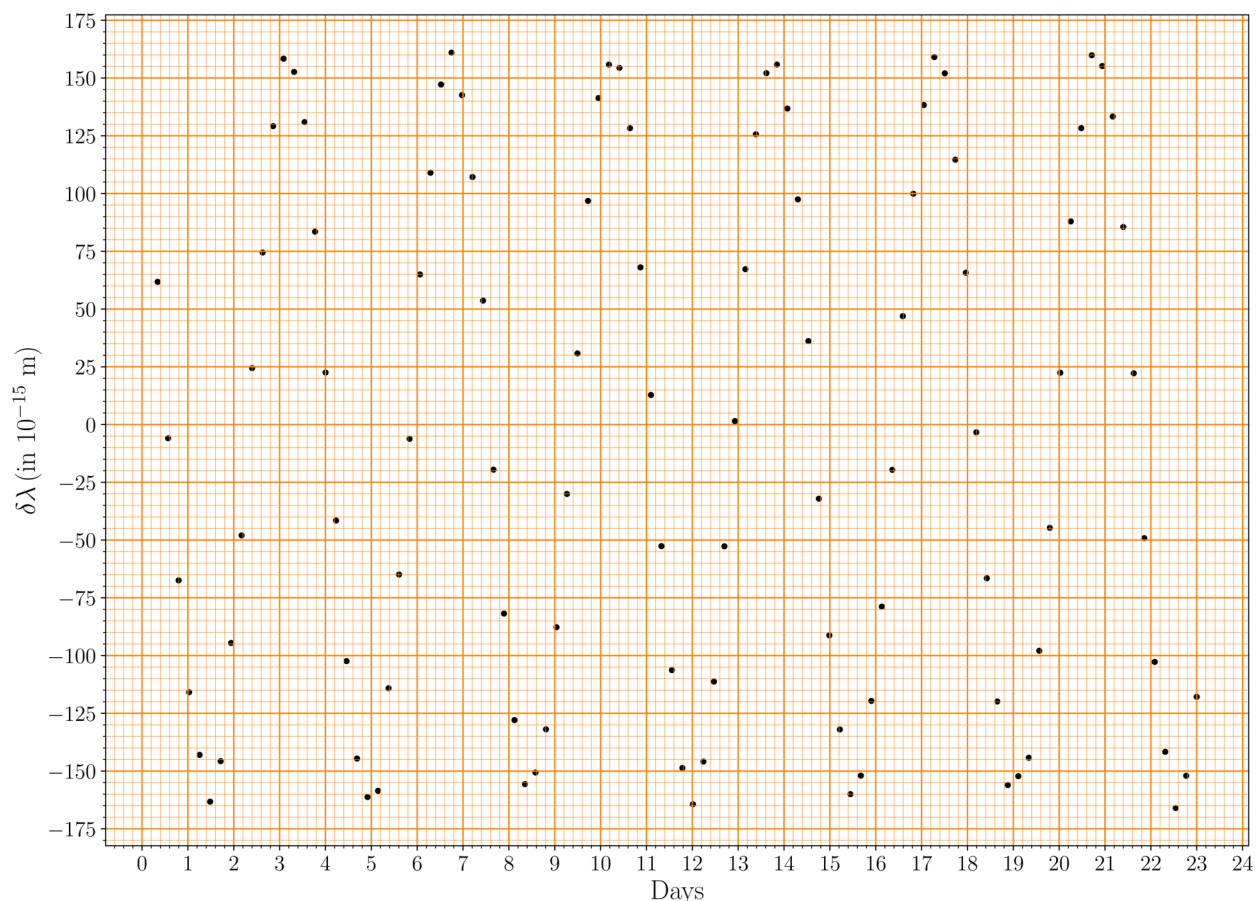
- (D01.1) Привидна магнитуда звезде S у V-опсегу је $7,65 \pm 0,03$ mag, паралакса је $20,67 \pm 0,05$ лучне милисекунде, а болометријска корекција (BC) је $-0,0650$ mag. Стога звезда има светлију болометријску магнитуду.

Процените масу звезде, M_s (у јединицама $M_\odot$), претпостављајући да је релација маса - сјај ($M-L$) облика $L \propto M^4$. Такође одредите грешку одређивања масе M_s . Можда ће вам бити од помоћи следећи израз: $d \ln x / dx = 1/x$.

Метода радијалне брзине

Метода радијалне брзине користи Доплеров помак $\delta\lambda \equiv \lambda_{\text{obs}} - \lambda_0$ између посматране таласне дужине λ_{obs} и лабораторијске таласне дужине λ_0 , познате спектралне линије за детекцију егзопланете и одређивање њених карактеристика.

Доња слика приказује $\delta\lambda$ за линију FeI ($\lambda_0 = 543,45 \times 10^{-9}$ m) као функцију времена, како је посматрано за SP систем.



Полуамплитуда радијалне брзине K је дефинисана као $K \equiv (v_{r, \text{max}} - v_{r, \text{min}})/2$ где су $v_{r, \text{max}}$ и $v_{r, \text{min}}$ максимална и минимална радијална брзина, респективно. За кружну планетарну орбиту, полуамплитуда K може се записати као:

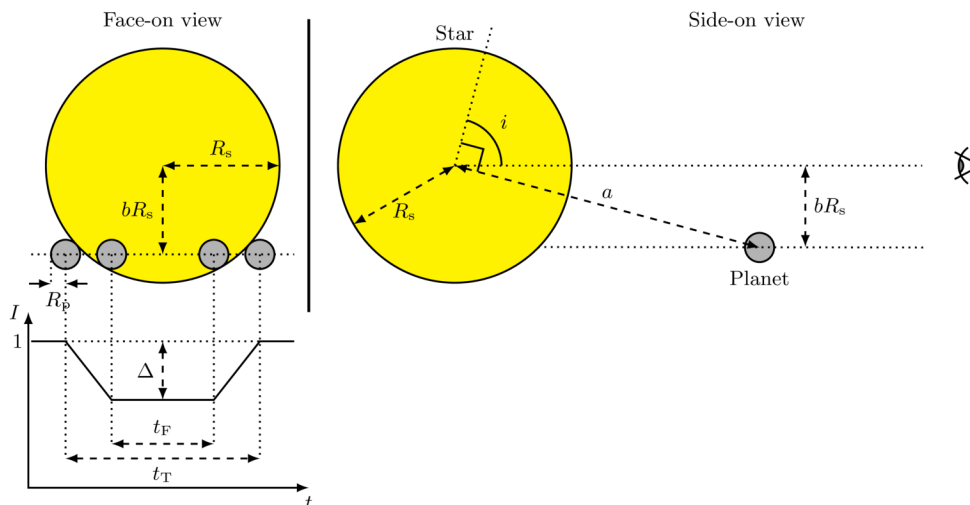
$$K = \left(\frac{2\pi G}{T} \right)^{1/3} \frac{M_p \sin i}{(M_p + M_s)^{2/3}}$$

где је T период, i је нагиб планетарне орбите (угао између нормале на орбиталну раван планете и правца визуре), M_p и M_s су масе планете и звезде, респективно.

- (D01.2) Користите горњи график дат у листу са резимеом одговора (ротирани за 90 степени) да бисте урадили следеће задатке.
- (D01.2a) Нацртајте глатку криву која пролази кроз посматране податке приказане на [2] графику.
- (D01.2b) Изаберите одговарајуће тачке на нацртаној кривој и користите одговарајуће [11] методе да бисте одредили T и K заједно са одговарајућим грешкама. Све тачке коришћене за израчунавање T и K морају бити приказане у табели у листу са резимеом одговора. Користите остатак табеле да бисте приказали међукорак израчунавања, по потреби, са одговарајућим заглављима.
- (D01.2c) Наћи минималну масу планете $M_{p, \min}$ (у $M_\odot$) и грешку одређивања те масе, под [5] претпоставком да $M_p \ll M_s$.
- (D01.2d) Користећи вредност $M_{p, \min}$ процењену у делу (D01.2c), израчунајте минималну [4] вредност велике полуосе орбите планете, $a_{\min}$, у ај и грешку одређивања те вредности.

Метод транзита (без потамњења ка рубу)

Шематски дијаграм транзита планете (није нацртан у размери) је приказан испод. Иницијално ћемо претпоставити да звездани диск има уноформан просечан сјаја са извесним унутрашњим шумом због саме звезде.



Крива сјаја нормализованог интензитета, I , као функције времена t је приказана на шематском дијаграму транзита изнад. Просечан звездани интензитет сјаја ван транзита је узет као јединица. Максимално смањење интензитета је дато са Δ на нормализованој кривој сјаја. За равномерно светао звездани диск, полупречник планете, R_p , је повезан са Δ као

$$\left(\frac{R_p}{R_s}\right)^2 = \Delta,$$

где је R_s полупречник звезде.

Укупно трајање транзита (када део или цела планета прекрива звездани диск) дато је са t_T , док t_F даје трајање када се планета налази потпуно испред звезданог диска. „Параметар удара“ b је пројектована удаљеност између планете и центра звезданог диска у средњој тачки транзита, у јединицама звезданог полупречника, R_s .

За орбиту звезде и планете скоро ивично окренуту, параметар удара је дат формулом

$$b = \left[\frac{(1 - \sqrt{\Delta})^2 - (t_F/t_T)^2(1 + \sqrt{\Delta})^2}{1 - (t_F/t_T)^2} \right]^{1/2}$$

- (D01.3) За SP систем, познато је да је полупречник звезде $R_s = 1.20R_\odot$, и транзит планете је заиста видљив. Користећи минимални полупречник орбите, $a_{\min}$, процењен делимично (D01.2d), пронађите минималну вредност, $i_{\min}$, угла нагиба орбите. [3]

Под претпоставком звезданог диска униформне светлости, крива сјаја транзита би изгледала као што је приказано испод.



- (D01.4) Користећи дату криву сјаја, урадите следеће задатке. Горња крива сјаја је такође дата у листу са резимеом одговора.

- (D01.4a) Процените вредности t_T и t_F у данима тако што ћете означити одговарајућа читавања на графику. [3]

- (D01.4b) Процените средњу вредност Δ начин пронађите R_p у јединицама $R_\odot$ означавањем одговарајућих читавања на графику и нађите R_p у јединицама $R_\odot$. [2]

- (D01.4c) Одредити вредност i у степенима под претпоставком да је полупречник орбите $a_{\min}$. [2]

Увођење потамљења ка рубу

До сада смо претпостављали да је звездани диск једнолично светао. У стварности, посматрана светлост звезданог диска није једнолична због „потамљења ка рубу“ – оптичког ефекта где централни део звезданог диска изгледа светлији од ивице, односно „руба“.

Ефекат потамњења ка рубу може се мерити релативним интензитетом $J(\theta) \equiv \frac{I(\theta)}{I(0)}$, где је θ угао између нормале на површину звезде у тачки и линије која спаја посматрача са том тачком, $I(\theta)$ је посматрани

интензитет звезданог диска у тој тачки ($I(0)$ је интензитет у центру звезданог диска). За удаљеног посматрача, θ варира од $\theta = 0$ (центар диска) до $\theta \approx 90^\circ$ (ивица диска).

- (D01.5) Доња табела приказује измерене вредности $J(\theta)$ на одређеној таласној дужини за Сунце. Претпоставићемо да исти профил затамњења лимба важи и за звезду S.

θ	$J(\theta)$	θ	$J(\theta)$	θ	$J(\theta)$	θ	$J(\theta)$
0°	1.000	20°	0.971	40°	0.883	70°	0.595
10°	0.994	25°	0.950	50°	0.794	80°	0.475
15°	0.984	30°	0.943	60°	0.724	90°	0.312

Профил потамњења ка рубу може се моделирати квадратном формулом:

$$J(\theta) = 1 - a_1(1 - \cos \theta) - a_2(1 - \cos \theta)^2,$$

где су a_1 и a_2 две константе.

Процени непознате коефицијенте a_1 и a_2 из датих података прављењем графика са одговарајућим променљивим.

- (D01.5a) Изаберите пар променљивих (x_1, y_1) које су одговарајуће функције од θ и J , које [2]
желите да прикажете дуж x и y оса, респективно, да бисте одредили a_1 и a_2 .
Напишите изразе за x_1 и y_1 .

Ако треба да дефинишете додатне променљиве за додатне графиконе, дефинишите их као (x_2, y_2), итд.

- (D01.5b) Табеларно прикажите вредности потребне за ваше графиконе. [4]

- (D01.5c) Нацртајте новодефинисане променљиве на датом милиметровом папиру [7]
(означите свој графикон као „D01.5c“).

- (D01.5d) Из графика нађите a_1 и a_2 . Грешке у вези са вредностима нису потребне. [7]

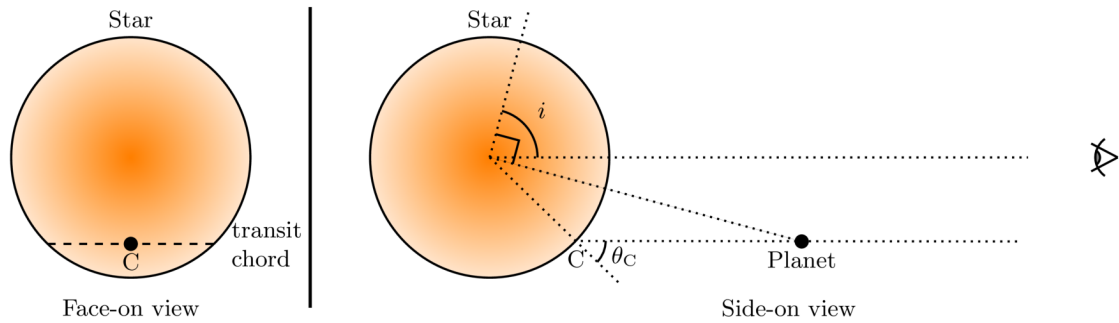
Транзит у присуству затамњења ка рубу

Сада, разматрамо планетарне транзите преко звезданог диска са затамњењем ка рубу. У присуству затамњења ка рубу, које ћемо моделирати квадратном формулом $J(\theta)$ датом горе, просечан посматрани интензитет целог звезданог диска (без икаквог транзита), $\langle I \rangle$, дат је са:

$$\langle I \rangle = \left(1 - \frac{a_1}{3} - \frac{a_2}{6}\right) I(0)$$

Даље, пад сјаја изазван транзитном планетом сада зависи не само од релативне величине планете и звезде, $\left(\frac{R_p}{R_s}\right)$, већ и од профила интензитета звезданог диска дуж транзитне тетиве, што заузврат зависи од угла нагиба, i .

Шематски дијаграм испод (није нацртан у размери) приказује ову конфигурацију. Имајте на уму да је светлији део звезде приказан тамнијом нијансом, док је планета приказана као црна тачка.



Овде је веза између $\left(\frac{R_p}{R_s}\right)$ и измерене Δ вредности из криве сјаја

$$\Delta = \frac{I(\theta_C)}{\langle I \rangle} \left(\frac{R_p}{R_s} \right)^2,$$

где је $I(\theta_C)$ интензитет звезданог диска у средини транзитне тетиве (тачка С на горњој слици), θ_C угао између линије вида и нормале на површину у тој тачки. Из наведеног је очигледно да за дату звезду, иста вредност Δ може бити произведена многим комбинацијама величине планете, R_p , и угла нагиба i .

(D01.6) Могуће је јединствено одредити обе вредности R_p и i коришћењем података из кривих сјаја транзита на две таласне дужине, рецимо, λ_B (плава) и λ_R (црвена). Коефицијенти затамњења ка рубу за ове две таласне дужине дати су у наставку:

Таласна дужина	a_1	a_2
λ_B	0,82	0,05
λ_R	0,24	0,20

(D01.6a) Изаберите тачну изјаву међу следећим која описује везу између максималне дубине транзита Δ for λ_B и угла нагиба орбите (i) и означите је са (✓) у листу са резимеом одговора. [2]

- A. Δ се повећава са смањењем i .
- B. Δ са смањује са смањењем i .
- C. Δ је независно од i .

(D01.6b) Максимална дубина транзита (Δ) за „SP систем“ измерена је на 0,0182 и 0,0159 за λ_B и λ_R , респективно. [4]

Нацртајте шематске транзитне криве сјаја за λ_B и λ_R на датој мрежи и означите криве са „B“ и „R“, респективно. Претпоставите да је укупно трајање транзита исто за обе таласне дужине. Криве не морају бити у размери, али треба да правилно представљају облике кривих сјаја.

(D01.7) Користиће графички метод пронађите вредности R_p и i за SP систем користећи мерења Δ на λ_B и λ_R .

(D01.7a) Напишите одговарајући израз који повезује релевантне променљиве које треба приказати. (Савет: Можете размотрити i или b и R_p , међу релевантним променљивим.) [6]

(D01.7b) Табеларно прикажите одговарајуће величине које треба приказати. [5]

(D01.7c) Нацртајте одговарајући графикон и означите га као „D01.7c“. [7]

- (D01.7d) Процените вредности R_p (у $R_\odot$) и i (у степенима) са графика. [4]
- (D01.8) На основу резултата добијених у овом задатку, назначите да ли је планета Р „ЗЕМЉИНОГ ТИПА“ или „ЈУПИТЕРОВОГ ТИПА“ тако што ћете означити са (✓) одговарајуће поље у листу са резимеом одговора. [2]

(D02) Предвиђање времена доласка избацивања короналне масе на Земљу

[60 поена]

Сунце повремено ослобађа магнетизовану плазму, што називамо избацивање короналне масе ("coronal mass ejections" или СМЕ), која потиче са површине Сунца и шири се ка споља. Тачно предвиђање времена доласка СМЕ-а на Земљу је кључно за разумевање и ублажавање њихових потенцијалних ефеката на сателите који круже око Земље. У овом проблему, циљ нам је да предвидимо времена доласка СМЕ-а развојем емпиријског модела, користећи податке 10 СМЕ-а. Кроз овај проблем, растојање између површине Сунца и Земље се узима као $214R_{\odot}$.

Даље, претпоставимо да се Сунце не ротира. Због електромагнетних, гравитационих и вучних сила, СМЕ-и доживљавају променљиво убрзање током свог простирања. У прва два дела овог проблема, претпостављамо да је област између Сунца и Земље вакуум.

СМЕs кроз вакуум.

- (D02.1) Почетна брзина, u , на површини Сунца ($= 1R_{\odot}$), коначна брзина, v , по достизању Земље и време доласка на Земљу након напуштања површине Сунца (у сатима), τ , дати су за 10 СМЕ-а у следећој табели.

СМЕ	u	v	τ
Име	(km s^{-1})	(km s^{-1})	(h)
СМЕ-A	804	470	74,5
СМЕ-B	247	360	127,5
СМЕ-C	523	396	103,5
СМЕ-D	830	415	71,0
СМЕ-E	665	400	104,5
СМЕ-F	347	350	101,5
СМЕ-G	446	375	99,5
СМЕ-H	155	360	97,0
СМЕ-I	1016	515	67,0
СМЕ-J	683	410	54,0

- (D02.1a) Израчунајте просечно убрзање, a , за сваки СМЕ у m s^{-2} . [3]

- (D02.1b) Претпостављамо емпиријски модел за убрзање, a_{model} , за СМЕ, који зависи од његове почетне брзине u као, $a_{\text{model}} = m \left(\frac{u}{u_0} \right) + \alpha$; где је, a_{model} изражено у m s^{-2} , u је изражено у km s^{-1} и $u_0 = 1,00 \times 10^3 \text{ km s}^{-1}$.

Одредите константе m и α и њихове придружене грешке користећи [15] одговарајући графикон (означите свој графикон као „D02.1b“).

- (D02.1c) За сваки СМЕ, табеларно прикажите a_{model} у m s^{-2} . Затим израчунајте средње [4] квадратно одступање (rms) од убрзања, δa_{rms} , између израчунатог убрзања, a , и вредности модела, a_{model} .

- (D02.2) Разматрамо још два СМЕ-а: СМЕ-1 и СМЕ-2, са почетним брзинама, $u = 1044 \text{ km s}^{-1}$ и 273 km s^{-1} , респективно.

- (D02.2a) Користећи емпиријски модел добијен у (D02.1b), израчунајте предвиђена [4] времена доласка на Земљу, $\tau_{1,m}$ и $\tau_{2,m}$ (у сатима), за СМЕ-1 и СМЕ-2, респективно.

- (D02.2b) Посматрана времена доласка CME-1 и CME-2 на Земљу су 46,0 h и 74,5 h, [2]
 респективно. Емпиријски модел се сматра ВАЖЕЋИМ за одређени CME ако је
 његово предвиђено време доласка унутар 20% од његовог посматраног времена
 доласка; у супротном, НИЈЕ ВАЖЕЋИ. Означите валидност модела за сваки CME
 тако што ћете означити (✓) одговарајуће поље у листу са резимеом одговора.

CMEи у присуству соларног ветра

У стварности, простор између Сунца и Земље је прожет соларним ветром, који делује вучном силом на CME. Ова сила може или успорити или убрзати CME, у зависности од брзине CMEа у односу на брзину соларног ветра. Да бисмо објаснили утицај соларног ветра, користимо модел „само вучна сила“ за растојања $R_{\text{obs}}(t) \geq R_0$, где је R_0 растојање након којег вучна сила постаје доминантна сила која утиче на кретање CME.

Удаљеност од површине Сунца, одређена из модела „само вучна сила“, $R_D(t)$, и брзина, $V_D(t)$, CME у овом моделу дати су са

$$R_D(t) = \frac{S}{\gamma} \ln [1 + S\gamma(V_0 - V_s)(t - t_0)] + V_s(t - t_0) + R_0$$

$$V_D(t) = \frac{V_0 - V_s}{1 + S\gamma(V_0 - V_s)(t - t_0)} + V_s$$

где је, $\gamma = 2 \times 10^{-8} \text{ km}^{-1}$, V_s је константна брзина соларног ветра, R_0 и V_0 су растојање и брзина, респективно, у тренутку t_0 , а S је знак израза. $S = 1$ ако $V_0 > V_s$; $S = -1$ ако $V_0 \leq V_s$.

- (D02.3) Табеле испод приказују посматрану радијалну удаљеност од површине Сунца, $R_{\text{obs}}(t)$ (мерено у $R_\odot$), као функцију времена, t (у сатима), за два CME: CME-3 и CME-4. Последња тачка у подацима у свакој табели (D5 и P8, респективно) одговара времену доласка одговарајућег CME на Земљу. За овај део, претпоставимо да је $V_s = 330 \text{ km s}^{-1}$.

CME-3		
Тачке	t (h)	$R_{\text{obs}}(t) (R_\odot)$
D1	0,200	6.36
D2	0,480	7,99
D3	1,22	11,99
D4	1,49	13,51
D5	58,05	214

CME-4		
Тачке	t (h)	$R_{\text{obs}}(t) (R_\odot)$
P1	1,00	4,00
P2	3,00	6,00
P3	4,00	9,00
P4	5,00	11,0
P5	21,0	43,0
P6	50,0	100
P7	85,0	170
P8	111	214

Потребно је да проценимо да ли модел „само вучна сила“ задовољавајуће предвиђа времена доласка ових CME. Да би се користио овај модел, потребно је направити одговарајући избор t_0 и одговарајућих R_0 и V_0 .

- (D02.3a) За СМЕ-3, узмите следећа два случаја: [6]
 (C1) t_0 се узима као средина интервала D1 – D2
 (C2) t_0 се узима као средина интервала D3 – D4
 Претпоставимо да брзина остаје константна у сваком специфичном интервалу D1–D2 и D3–D4, али се може разликовати између ова два интервала.
- Користећи t_0 , R_0 и V_0 , израчунајте разлику између посматраног и предвиђеног радијалног растојања $\delta R_D \equiv R_{\text{obs}}(t) - R_D(t)$ у јединицама $R_\odot$ при $t = 58,05$ h, за сваки од два случаја.
- (D02.3b) Израчунајте $R_D(t)$ у тачкама P5, P6, P7 и P8 између Сунца и Земље за СМЕ-4 за следећа два случаја применом поступка сличног (D02.3a): [4]
 (C3) t_0 се узима као средина интервала P1 – P2
 (C4) t_0 се узима као средина интервала P3 – P4.
- (D02.3c) Нацртајте график $R_D(t)$ (у $R_\odot$) у односу на t (у сатима) за два случаја, C3 и C4, за СМЕ-4 у тачкама, P5, P6, P7 и P8 (означите график као „D02.3c“). На истом графику, нацртајте глатке криве $R_D(t)$ за горе поменута два случаја. За овај део, узмите опсег x осе од 0 до 180 сати. [10]
- (D02.3d) Користећи график, процените апсолутну разлику, $|\delta\tau|$ између стварног времена доласка СМЕ-4 на Земљу и времена доласка предвиђеног моделом "само вучна сила", за сваки од случајева C3 и C4. [4]
- (D02.3e) Означите да ли је следећа изјава ТАЧНА или НЕТАЧНА тако што ћете означити (✓) одговарајуће поље у листу са резимеом одговора (није потребно писано образложење): [1]
 „Вучне силе које соларни ветар врши на коронална избацивања масе, постају доминантне за СМЕ-3 раније у поређењу са СМЕ-4.“
- (D02.4) Размотримо вучну силу као доминантну силу која делује на 10 СМЕ-ова у делу D02.1. Претпоставимо да је модел „само вучна сила“ применљив од површине Сунца ($R_0 = 1 R_\odot$) и на даље, за све СМЕ-ове. [7]
 Процените и табеларно прикажите брзину соларног ветра V_s у km/s^{-1} за сваки СМЕ. Даље, процените просечну брзину соларног ветра $V_{s, \text{avg}}$ за свих 10 СМЕ-ова.