

(D01) 30 let eksoplanetov

[90 točk]

V tej nalogi boš raziskala nekatere vidike dveh glavnih metod odkrivanja eksoplanetov: metode radialne hitrosti in metode prehoda. Obravnavala boš poseben sistem enega samega planeta (P), ki kroži po krožni tirnici s polmerom a okoli Soncu podobne zvezde (S). Ta sistem bomo imenovali »sistem SP«.

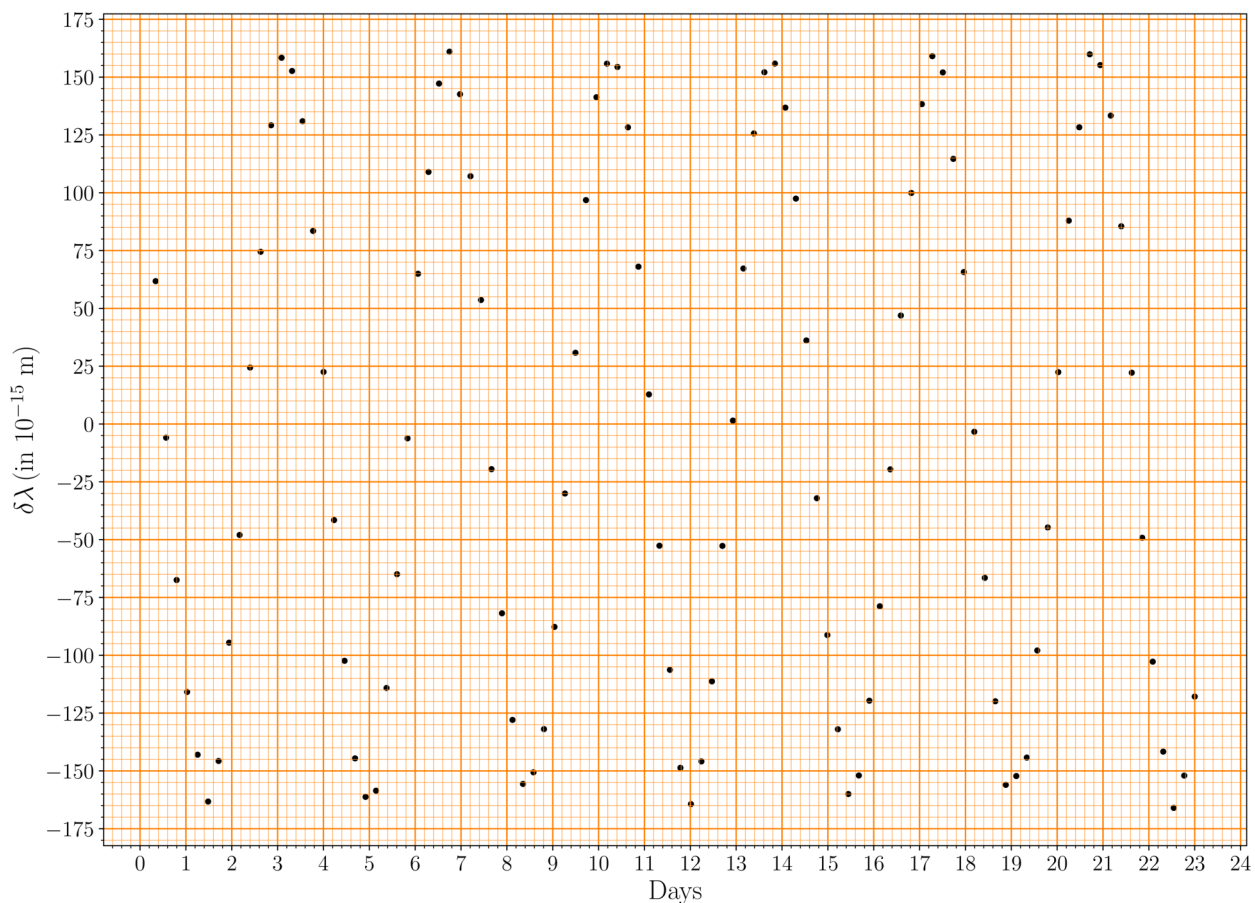
- (D01.1) Navidezni sij zvezde S v območju V je $7,65 \pm 0,03$ mag, paralaksa je $20,67 \pm 0,05$ mili kotnih sekund, bolometrični popravek (BC) pa je $-0,0650$ mag. Zvezda ima torej višji bolometrični izsev kot je njen izsev v območju V.

Oceni maso zvezde M_s (v enotah $M_\odot$) ob predpostavki, da je zveza med maso in izsevom ($M - L$) oblike $L \propto M^4$. Oceni tudi negotovost v M_s . Koristiti ti utegne zveza $d \ln x / dx = 1/x$. [8]

Metoda radialne hitrosti

Metoda radialne hitrosti za zaznavo eksoplaneta in določitev njegovih lastnosti sloni na Dopplerjevem premiku $\delta\lambda \equiv \lambda_{\text{obs}} - \lambda_0$ med opazovano valovno dolžino λ_{obs} in referenčno valovno dolžino λ_0 .

Spodnja slika prikazuje $\delta\lambda$ za črto FeI ($\lambda_0 = 543,45 \cdot 10^{-9}$ m) kot funkcijo časa za opazovani sistem SP.



Definiramo K kot $K \equiv (v_{r, \max} - v_{r, \min})/2$, kjer sta $v_{r, \max}$ in $v_{r, \min}$ največja oziroma najmanjša vrednost radialnih hitrosti. Za krožno tirnico velja:

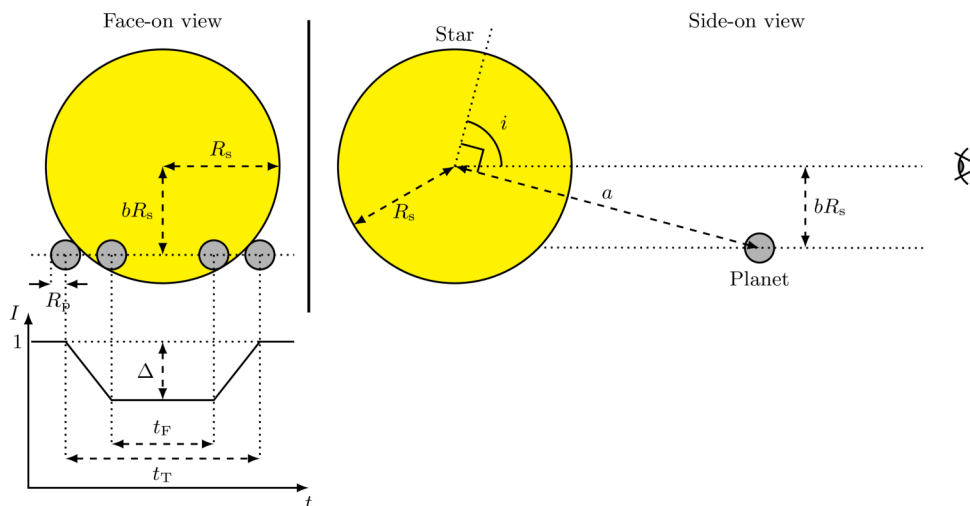
$$K = \left(\frac{2\pi G}{T} \right)^{1/3} \frac{M_p \sin i}{(M_p + M_s)^{2/3}}$$

kjer je T perioda, i inklinacija tirnice planeta (kot med pravokotnico na ravnino kroženja planeta in smerjo pogleda), M_p in M_s pa sta masi planeta oziroma zvezde.

- (D01.2) Za odgovore na spodnja vprašanja uporabi graf na listu s povzetki odgovorov (zasukaj ga za 90 deg).
- (D01.2a) Nariši sklenjeno krivuljo, ki se najbolje prilega podatkom na grafu. [2]
- (D01.2b) Izberi ustrezne točke na narisani krivulji in s primernimi metodami določi T in K ter njune negotovosti. Vse točke, ki jih uporabiš pri izračunu T in K zabeleži v tabelo na listu s povzetki odgovorov. Po potrebi lahko uporabiš preostale stolpce preglednice za izračune vmesnih količin. Glavo tabele ustrezno označi. [11]
- (D01.2c) Izračunaj spodnjo mejo za maso planeta $M_{p, \min}$ (v $M_{\odot}$) in pripadajočo negotovost. [5]
Predpostavi, da $M_p \ll M_s$.
- (D01.2d) Na podlagi vrednosti $M_{p, \min}$, ki si jih izračunala v podnalogi (D01.2c), izračunaj [4]
spodnjo mejo za veliko polos tirnice planeta $a_{\min}$ v au in njeno negotovost.

Metoda prehoda (brez robne zatemnitve)

Spodaj je prikazana shema prehoda planeta (ni v merilu). Najprej predpostavi, da ima zvezdni disk svetlost, ki je v povprečju enakomerna razen manjših odstopanj zaradi šuma.



Na zgornjem diagramu je prikazana svetlobna krivulja normalizirane svetlosti (intensity) I v odvisnosti od časa t . Povprečna svetlost zvezde izven prehoda je ena. Na normalizirani svetlobni krivulji je največje odstopanje svetlosti podano z Δ . Za enakomerno svetel zvezdni disk je odvisnost polmera planeta R_p in Δ opisana z

$$\left(\frac{R_p}{R_s}\right)^2 = \Delta,$$

kjer je R_s polmer zvezde.

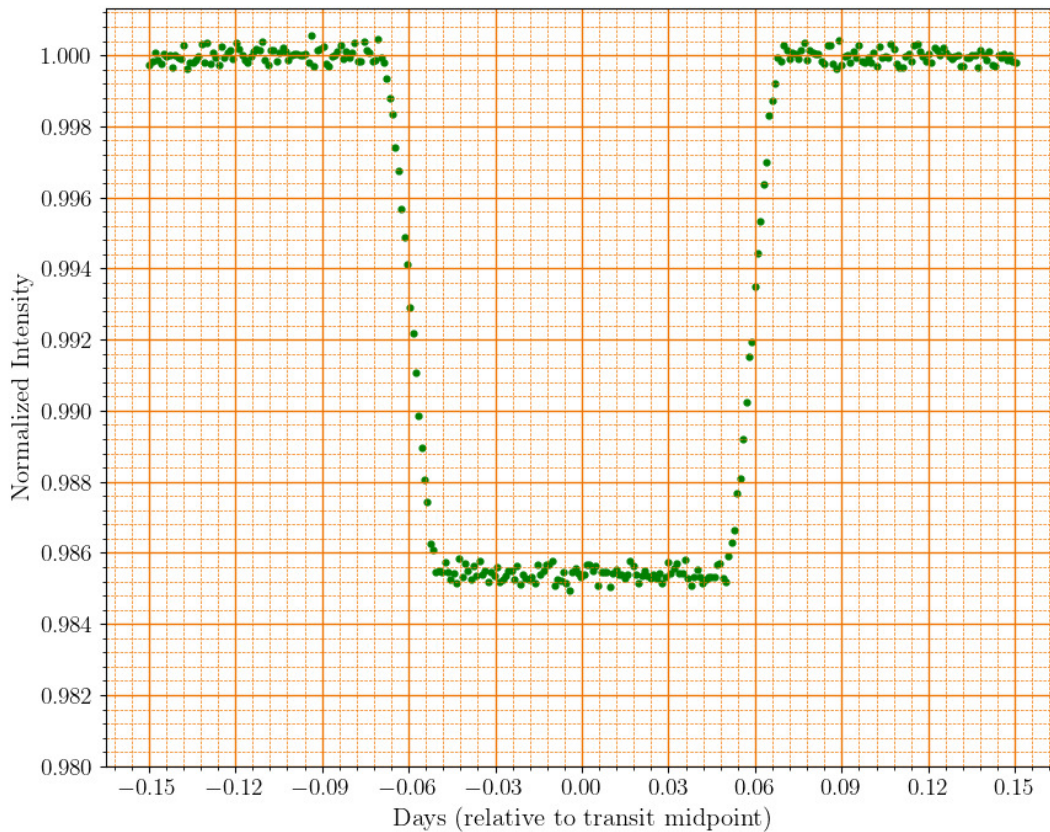
Čas trajanja prehoda (čas, ko samo del ali ves planet prekrije zvezdni disk) je t_T , t_F pa čas trajanja, ko je celotna ploskvica planeta pred zvezdnim diskom. »Vpadni parameter« (»impact parameter«) b je projekcija razdalje med planetom in središčem zvezdnega diska na sredini prehoda in je izražena v enotah zvezdnega polmera R_s .

Vpadni parameter za sistem planet-zvezda, ki ga gledamo skoraj s strani, je podan z enačbo

$$b = \left[\frac{(1 - \sqrt{\Delta})^2 - (t_F/t_T)^2(1 + \sqrt{\Delta})^2}{1 - (t_F/t_T)^2} \right]^{1/2}$$

- (D01.3) V sistemu SP je polmer zvezde $R_s = 1,20R_\odot$, prehod pa je dejansko viden. Na podlagi ocene [3]
spodnje meje polmera tirnice $a_{\min}$, ki si ga ocenila v podnalogi (D01.2d), izračunaj spodnjo mejo
za inklinacijo $i_{\min}$.

Če bi bil zvezdni disk enakomerno svetel, bi bila svetlobna krivulja prehoda videti, kot prikazuje spodnji graf.



- (D01.4) Na podlagi podane svetlobne krivulje odgovori na naslednja vprašanja. Za lažjo predstavo najdeš
zgornjo svetlobno krivuljo tudi na listu s povzetkom odgovorov (ansersitu).

(D01.4a) Oцени vrednosti t_T in t_F v dnevih. Na grafu jasno označi svoje odčitke. [3]

(D01.4b) Oцени povprečno vrednost Δ iz grafa. Na grafu jasno označi svoje odčitke. [2]
Nato izračunaj R_p v enotah $R_\odot$.

(D01.4c) Določi vrednost i v stopinjah. Predpostavi, da je polmer tirnice enak $a_{\min}$. [2]

Robna zatemnitev

Do sedaj si predpostavljala, da je zvezdni disk enakomerno svetel. V resnici opazovana svetlost diska zvezde ni enakomerna zaradi "robne zatemnitve" – optičnega učinka, pri katerem je osrednji del zvezdnega diska videti svetlejši od roba.

Za merjenje učinka robne zatemnitve lahko uporabimo relativno intenziteto $J(\theta) \equiv \frac{I(\theta)}{I(0)}$, kjer je θ kot med pravokotnico na površino zvezde v neki točki in zveznico med opazovalcem in to točko, $I(\theta)$ pa je opazovana intenziteta zvezdnega diska v tej točki ($I(0)$ je intenziteta v središču zvezdnega diska). Za oddaljenega opazovalca se θ spreminja od $\theta = 0$ (središče diska) do $\theta \approx 90^\circ$ (rob diska).

(D01.5) Spodnja tabela prikazuje izmerjeno vrednost $J(\theta)$ pri določeni valovni dolžini za Sonce. Predpostavi, da je profil robne zatemnitve enak tudi za zvezdo S.

θ	$J(\theta)$	θ	$J(\theta)$	θ	$J(\theta)$	θ	$J(\theta)$
0°	1,000	20°	0,971	40°	0,883	70°	0,595
10°	0,994	25°	0,950	50°	0,794	80°	0,475
15°	0,984	30°	0,943	60°	0,724	90°	0,312

Robno zatemnitev lahko modeliramo s kvadratno formulo:

$$J(\theta) = 1 - a_1(1 - \cos \theta) - a_2(1 - \cos \theta)^2,$$

kjer sta a_1 in a_2 konstanti.

Neznana koeficienta a_1 in a_2 boš ocenila iz danih podatkov tako, da narediš graf z ustreznimi spremenljivkami.

(D01.5a) Da boš lahko določila koeficienta a_1 in a_2 , moraš najprej definirati spremenljivki (x_1, y_1) , ki sta primerni funkciji θ in J in ju boš lahko kasneje izrisala vzdolž osi x in y . Zapiši izraza za x_1 in y_1 . [2]

Če moraš definirati dodatne spremenljivke za dodatne grafe, jih definiraj kot (x_2, y_2) , itd.

(D01.5b) V tabelo zapiši vrednosti, ki jih potrebuješ za svoj graf. [4]

(D01.5c) Novo definirani spremenljivki nariši na priloženi milimetrski papir (graf označi z "D01.5c"). [7]

(D01.5d) Z grafa določi a_1 in a_2 . Ni potrebno določiti napak koeficientov. [7]

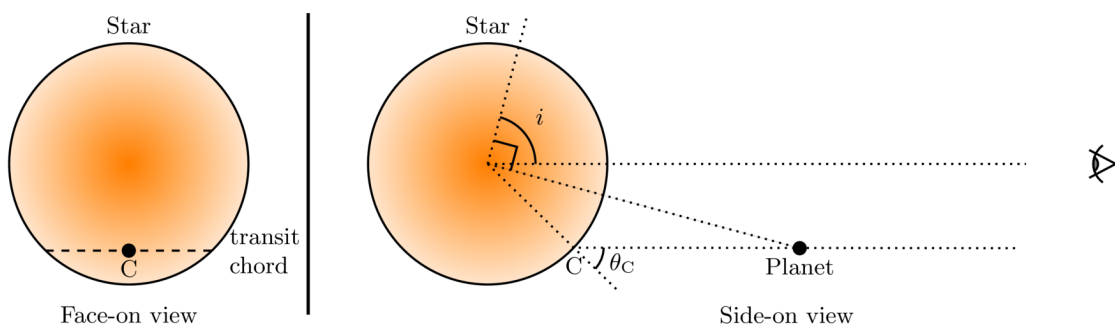
Prehod ob prisotnosti robne zatemnitve

Sedaj si oglejmo prehode planeta čez zvezdni disk z robno zatemnitvijo. Ko je le-ta prisotna in jo modeliramo s kvadratno formulo $J(\theta)$, ki je podana zgoraj, je povprečna opazovana intenziteta celotnega zvezdnega diska (ko ni prehoda) $\langle I \rangle$ podana z:

$$\langle I \rangle = \left(1 - \frac{a_1}{3} - \frac{a_2}{6}\right) I(0)$$

Upad svetlobe, ki ga povzroča prehod planeta, ni odvisen samo od relativne velikosti planeta in zvezde $\left(\frac{R_p}{R_s}\right)$, marveč tudi od profila intenzitete zvezdnega diska vzdolž poti prehoda (transit chord), ki je odvisen od inklinacije i .

To konfiguracijo prikazuje spodnji diagram (ni v merilu). Upoštevaj, da je svetlejši del zvezde prikazan v temnejšem odtenku, planet pa prikazan kot črna pika.



V tem primeru je povezava med $\left(\frac{R_p}{R_s}\right)$ in iz svetlobne krivulje izmerjeno Δ podana z

$$\Delta = \frac{I(\theta_C)}{\langle I \rangle} \left(\frac{R_p}{R_s} \right)^2,$$

kjer je $I(\theta_C)$ intenziteta zvezdnega diska na sredini poti prehoda (točka C na zgornji sliki), θ_C pa kot med smerjo pogleda in pravokotnico na površino zvezde v tej točki. Pri obravnavanem primeru zvezde lahko vrednost Δ ustreza različnim kombinacijam velikosti planeta R_p in inklinacije i .

- (D01.6) Iz meritev svetlobnih krivulj prehoda pri dveh valovnih dolžinah, recimo λ_B (modra) in λ_R (rdeča), je možno enolično določiti tako R_p kot i . Koeficienti robne zatemnitve za ti dve valovni dolžini so navedeni spodaj:

Valovna dolžina	a_1	a_2
λ_B	0,82	0,05
λ_R	0,24	0,20

- (D01.6a) Med naslednjimi trditvami izberi tisto, ki pravilno opisuje razmerje med največjo [2]
globino prehoda Δ za λ_B in inklinacijo (i) tirnice, ter jo označi s kljukico (✓) na samri
anšeršitu.

- A. Δ se povečuje z zmanjševanjem i .
B. Δ se zmanjšuje z zmanjševanjem i .
C. Δ je neodvisen od i .

- (D01.6b) Za sistem SP so izmerili, da je največja globina prehoda (Δ) za λ_B enaka 0,0182, za λ_R [4]
pa 0,0159.

Na dano mrežo nariši shematski svetlobni krivulji za λ_B in λ_R ter ju označi z "B"
oziroma "R". Predpostavi, da je skupno trajanje prehoda enako za obe valovni dolžini.
Ni treba, da sta krivulji v merilu, vendar morata pravilno prikazovati obliko svetlobnih
krivulj.

- (D01.7) Uporabi grafično metodo in poišči vrednosti R_p in i za sistem SP. Pri tem uporabi meritve Δ pri λ_B
in λ_R .

- (D01.7a) Zapiši primeren izraz, ki povezuje ustrezni spremenljivki, ki ju želiš prikazati na grafu. [6]
(Namig: izbereš lahko i ali b , ter R_p).

- (D01.7b) Tabeliraj ustrezni količini, ki ju želiš prikazati na grafu. [5]

- (D01.7c) Nariši ustrezen graf in ga označi z "D01.7c". [7]

- (D01.7d) Z grafa oceni vrednosti R_p (v $R_\odot$) in i (v stopinjah). [4]

- (D01.8) Na podlagi rezultatov te naloge označi, ali je planet P »KAMNIT« ali »PLINAST«. Na samari [2]
anšeršitu z znakom (✓) označi ustrezno polje.

(D02) Napoved časa prihoda izbruhov koronalne mase na Zemljo
[60 točk]

S površja Sonca se občasno sprošča magnetizirana plazma, ki jo imenujemo izbruh koronalne mase (CME), in se širi navzven. Natančna časovna napoved njenega prihoda na Zemljo je pomembna za razumevanje in ublažitev potencialnih vplivov le-te na satelite na tirnicah okrog Zemlje. V tej nalogi boš napovedala čase prihodov CME. Razvila boš empirični model in pri tem uporabila podatke 10-ih CME-jev. Za to nalogo privzami, da je razdalja med Sončevim površjem in Zemljo $214R_{\odot}$.

Nadalje predpostavi, da se Sonce ne vrti. Zaradi elektromagnetnih sil, gravitacijskih sil in sil upora se pospešek potujočega CME-ja spreminja. V prvih dveh delih te naloge predpostavi, da je prostor med Soncem in Zemljo prazen.

CME-ji v praznem prostoru.

- (D02.1) V spodnji tabeli so zapisani podatki za 10 CME-jev: začetna hitrost u na Sončevem površju ($= 1R_{\odot}$), končna hitrost v , ko dosežejo Zemljo, in čas potovanja od Sončeve površine do Zemlje τ (v urah).

CME	u	v	τ
Ime	(km s ⁻¹)	(km s ⁻¹)	(h)
CME-A	804	470	74,5
CME-B	247	360	127,5
CME-C	523	396	103,5
CME-D	830	415	71,0
CME-E	665	400	104,5
CME-F	347	350	101,5
CME-G	446	375	99,5
CME-H	155	360	97,0
CME-I	1016	515	67,0
CME-J	683	410	54,0

- (D02.1a) Izračunaj povprečni pospešek a za vsak CME v m s⁻². **[3]**

- (D02.1b) Predpostavi empirični model za CME-jev pospešek a_{model} , katerega odvisnost od njegove začetne hitrosti u ima obliko $a_{\text{model}} = m \left(\frac{u}{u_0} \right) + \alpha$, kjer je a_{model} v m s⁻², u v km s⁻¹ in $u_0 = 1,00 \cdot 10^3$ km s⁻¹.

Uporabi ustrezeni graf (graf označi kot »D02.1b«), da določiš konstanti m in α ter njuni **[15]** pripadajoči negotovosti.

- (D02.1c) V tabelo za vsak CME zapiši a_{model} v m s⁻². Nato izračunaj "root-mean-square" (rms) **[4]** pospeškov, δa_{rms} , med izračunanim pospeškom a in modelom a_{model} .

- (D02.2) Obravnavaj še dva CME-ja: CME-1 in CME-2 z začetnima hitrostma $u = 1044$ km s⁻¹ oziroma 273 km s⁻¹.

- (D02.2a) Uporabi empirični model v (D02.1b) za izračun predvidenih časov prihoda na Zemljo **[4]** $\tau_{1,m}$ in $\tau_{2,m}$ (v urah) za CME-1 oziroma CME-2.

- (D02.2b) Časa prihoda CME-1 in CME-2 na Zemljo sta zaporedoma 46,0 ur in 74,5 ur. Empirični model VELJA za določen CME, če je njegov predvideni čas prihoda znotraj 20 % opazovanega časa prihoda; v nasprotnem primeru pa NI VELJAVEN. Za vsak CME z znakom (✓) označi veljavnost modela v ustreznem polju lista za povzetek odgovorov. [2]

CME-ji v prisotnosti Sončnega vetra

Prostor med Soncem in Zemljo je v resnici zapolnjen s Sončevim vetrom, ki deluje na CME s silo upora. Ta sila upora lahko CME bodisi upočasni bodisi pospeši, odvisno od hitrosti CME-ja glede na hitrost Sončevega vetra. Upoštevali bomo vpliv Sončevega vetra in pri tem uporabili model "drag-only" za razdalje $R_{\text{obs}}(t) \geq R_0$, kjer je R_0 razdalja, pri kateri postane upor prevladujoča sila, ki vpliva na gibanje CME-ja.

V modelu "drag-only" sta razdalja od površja Sonca $R_D(t)$ in hitrost $V_D(t)$ CME-ja podana z

$$R_D(t) = \frac{S}{\gamma} \ln [1 + S\gamma(V_0 - V_s)(t - t_0)] + V_s(t - t_0) + R_0$$

$$V_D(t) = \frac{V_0 - V_s}{1 + S\gamma(V_0 - V_s)(t - t_0)} + V_s$$

kjer je $\gamma = 2 \cdot 10^{-8} \text{ km}^{-1}$, V_s je konstantna hitrost Sončevega vetra, R_0 in V_0 sta razdalja oziroma hitrost ob času t_0 , S pa je predznak. $S = 1$ v primeru $V_0 > V_s$; $S = -1$ v primeru $V_0 \leq V_s$.

- (D02.3) Spodnji tabeli prikazujeta opazovano radialno razdaljo od površja Sonca $R_{\text{obs}}(t)$ (v enotah $R_\odot$) v odvisnosti od časa t (v urah) za dva CME-ja: CME-3 in CME-4. Zadnji podatek v vsaki tabeli (D5 in P8) ustreza času prihoda ustreznega CME-ja na Zemljo. V tem delu naloge predpostavi $V_s = 330 \text{ km s}^{-1}$.

CME-3		
Data point	t (v h)	$R_{\text{obs}}(t)$ (v $R_\odot$)
D1	0,200	6,36
D2	0,480	7,99
D3	1,22	11,99
D4	1,49	13,51
D5	58,05	214

CME-4		
Data point	t (v h)	$R_{\text{obs}}(t)$ (v $R_\odot$)
P1	1,00	4,00
P2	3,00	6,00
P3	4,00	9,00
P4	5,00	11,0
P5	21,0	43,0
P6	50,0	100
P7	85,0	170
P8	111	214

Oceni, ali model »drag-only« zadovoljivo napoveduje čase prihodov teh CME-jev. Za uporabo tega modela moraš ustrezno izbrati t_0 ter pripadajoča R_0 in V_0 .

- (D02.3a) Za CME-3 privzemi sledeča dva primera: [6]
 (C1) t_0 je sredina intervala D1 – D2
 (C2) t_0 je sredina intervala D3 – D4
 Predpostavi, da ostane hitrost konstantna v vsakem od intervalov D1–D2 in D3–D4, vendar se lahko med obema intervaloma razlikuje.

Za vsakega od obeh primerov uporabi t_0 , R_0 in V_0 za izračun razlike med opazovano in napovedano radialno razdaljo $\delta R_D \equiv R_{\text{obs}}(t) - R_D(t)$ v enotah $R_\odot$ pri $t = 58,05 \text{ h}$.

- (D02.3b) Izračunaj $R_D(t)$ v točkah P5, P6, P7 in P8 med Soncem in Zemljo za CME-4 za [4]
naslednja dva primera, pri tem uporabi podoben postopek kot v (D02.3a):
- (C3) t_0 je sredina intervala P1 – P2
(C4) t_0 je sredina intervala P3 – P4.
- (D02.3c) Nariši graf $R_D(t)$ (v $R_\odot$) v odvisnosti od t (v urah) za oba primera, C3 in C4, za CME-4 [10]
v točkah P5, P6, P7 in P8 (svoj graf označi kot »D02.3c«). Na istem grafu nariši
sklenjeni krivulji $R_D(t)$ za zgoraj omenjena dva primera. V tem delu naloge uporabi
razpon osi x med 0 in 180 ur.
- (D02.3d) Uporabi graf za oceno absolutne razlike $|\delta\tau|$ med dejanskim časom prihoda CME-4 na [4]
Zemljo in njegovim časom prihoda, kot ga napoveduje model drag-only. To naredi za
vsakega od primerov C3 in C4.
- (D02.3e) Na listu za povzetek odgovorov z znakom (✓) na ustreznem polju označi, ali je spodnja [1]
trditev PRAVILNA ali NAPAČNA:
»Sile upora, s katerimi Sončev veter deluje na CME-je, postanejo prevladujoče prej za
CME-3 kot za CME-4.«
- (D02.4) Upoštevaj, da je upor prevladujoča sila, ki deluje na 10 CME-jev iz dela D02.1. Predpostavi, da [7]
lahko model "drag-only" uporabiš za vse CME-je od površja Sonca ($R_0 = 1 R_\odot$) naprej.
Oceni in zapiši v tabelo hitrost Sončevega vetra V_s v km/s^{-1} za vsak CME. Nato oceni povprečno
hitrost Sončevega vetra $V_{s, \text{avg}}$ za vseh 10 CME-jev.