

(D01) 30 lat egzoplanet

[90 punktów]

Zadanie dotyczy aspektów dwóch głównych metod wykrywania egzoplanet: prędkości radialnej i tranzytu. Rozważmy konkretny układ pojedynczej planety (P), poruszającej się po orbicie kołowej o promieniu a wokół macierzystej gwiazdy typu słonecznego (S). Będziemy go oznaczać jako "układ SP".

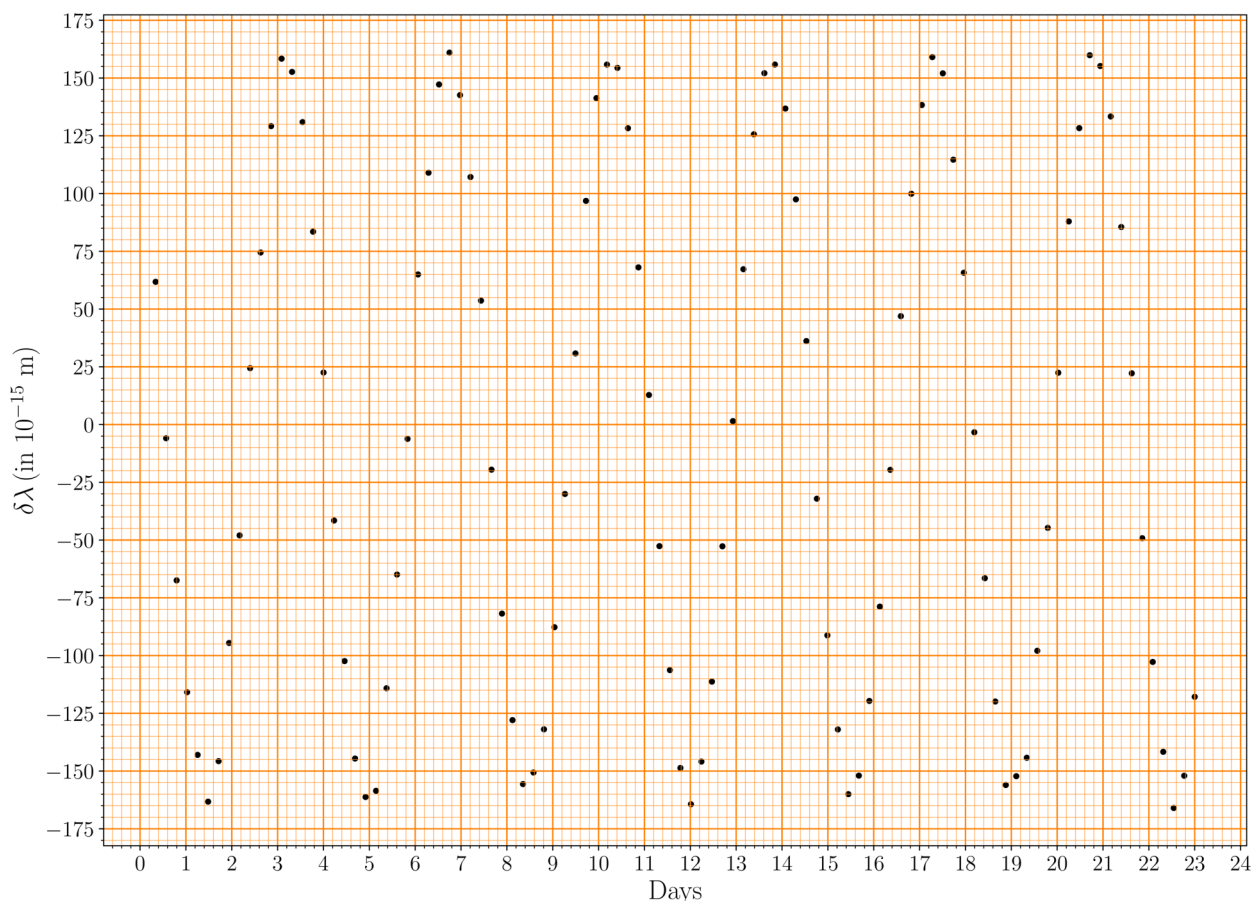
- (D01.1) Widoma wielkość gwiazdowa w paśmie V gwiazdy S wynosi $7,65 \pm 0,03$ mag, jej paralaksa to $20,67 \pm 0,05$ milisekundy łuku, a poprawka bolometryczna (BC) to $-0,0650$ mag (gwiazda ma jaśniejszą wielkość bolometryczną, niż wielkość wizualną).

Oszacuj masę gwiazdy, M_s (w jednostkach $M_\odot$), zakładając relację masa-jasność ($M-L$) w postaci $L \propto M^4$. Oszacuj również niepewność M_s . Podpowieź: $d \ln x / dx = 1/x$. [8]

Metoda prędkości radialnej

Metoda prędkości radialnej wykorzystuje do wykrywania egzoplanety i określania jej charakterystyk przesunięcie Dopplera $\delta\lambda \equiv \lambda_{\text{obs}} - \lambda_0$ między obserwowaną długością fali λ_{obs} a długością fali spoczynkowej λ_0 znanej linii spektralnej.

Poniższy rysunek przedstawia zaobserwowane dla układu SP wartości $\delta\lambda$ dla linii Fe I ($\lambda_0 = 543,45 \times 10^{-9}$ m) w funkcji czasu.



Półamplituda prędkości radialnej K jest zdefiniowana jako $K \equiv (v_{r, \text{max}} - v_{r, \text{min}})/2$, gdzie $v_{r, \text{max}}$ i $v_{r, \text{min}}$ są odpowiednio maksymalną i minimalną prędkością radialną. Dla kołowej orbity planetarnej półamplituda K może być zapisana jako:

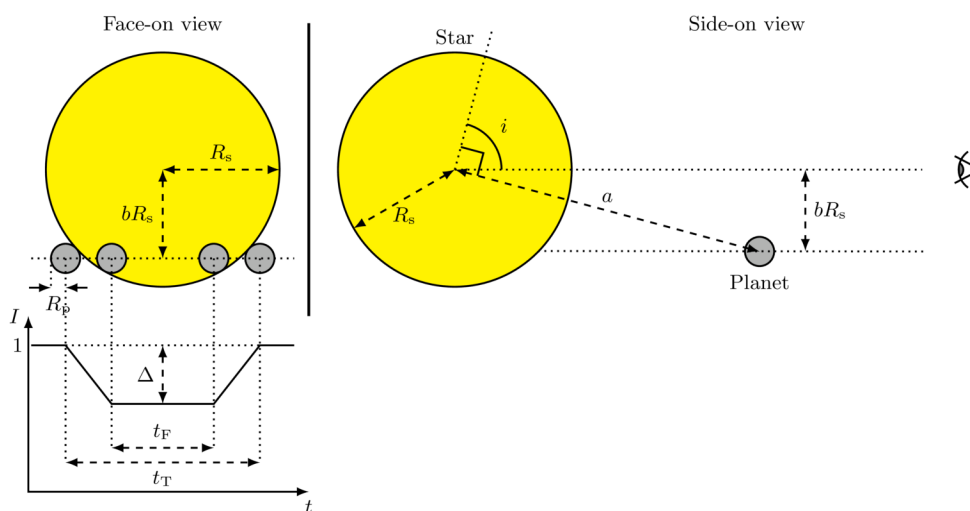
$$K = \left(\frac{2\pi G}{T} \right)^{1/3} \frac{M_p \sin i}{(M_p + M_s)^{2/3}}$$

gdzie T jest okresem, i jest inklinacją orbity planetarnej (kąt między normalną do płaszczyzny orbity planety a linią widzenia obserwatora), a M_p i M_s są masami planety i gwiazdy.

- (D01.2) Użyj powyższego wykresu, podanego w zbiorczym arkadiuszu odpowiedzi (obróconego o 90 deg), aby odpowiedzieć na poniższe pytania.
- (D01.2a) Narysuj gładką krzywą, odpowiadającą zaobserwowanym danym, przedstawionym na wykresie. [2]
- (D01.2b) Wybierz odpowiednie punkty na narysowanej krzywej i użyj właściwych metod, aby określić T i K wraz z odpowiednimi niepewnościami. Wszystkie punkty danych użyte do obliczenia T i K muszą znaleźć się w tabeli w zbiorczym arkuszu odpowiedzi. Użyj reszty tabeli, aby pokazać swoje obliczenia pośrednie, w razie potrzeby, z odpowiednimi nagłówkami. [11]
- (D01.2c) Znajdź minimalną masę planety $M_{p, \min}$ (w $M_\odot$), oraz odpowiadającą jej niepewność, zakładając $M_p \ll M_s$. [5]
- (D01.2d) Używając wartości $M_{p, \min}$, oszacowanej w części (D01.2c), oblicz minimalną wartość wielkiej półosi orbity planety, $a_{\min}$, w au oraz jej niepewność. [4]

Metoda tranzytu (bez pociemnienia brzegowego)

Poniżej przedstawiono schemat tranzytu planety, widziany od frontu oraz z boku (nie w skali). Na początku założymy, że tarcza gwiazdy ma jednorodną jasność z pewnym szumem, spowodowanym przez samą gwiazdę.



Na schematycznym diagramie tranzytu powyżej jest też pokazana unormowana krzywa jasności I , w funkcji czasu t . Średnia jasność gwiazdy poza tranzytem jest przyjęta jako jedność. Maksymalne zmniejszenie intensywności jest dane przez Δ w znormalizowanej krzywej blasku. Dla jednorodnej tarczy gwiazdy, promień planety, R_p , jest związany z Δ jako

$$\left(\frac{R_p}{R_s}\right)^2 = \Delta,$$

gdzie R_s jest promieniem gwiazdy.

Całkowity czas trwania tranzytu (gdy część lub całość planety zakrywa tarczę gwiazdy) jest dany przez t_T , podczas gdy t_F daje czas trwania, gdy planeta jest widoczna w całości na tle tarczy. „Parametr zderzenia” b to zrzutowana odległość między planetą a środkiem dysku gwiazdnego w punkcie środkowym tranzytu, w jednostkach promienia gwiazdy, R_s .

Dla orbity zorientowanej niemal krawędzią w stronę obserwatora ("edge-on"), parametr zderzenia jest dany wzorem

$$b = \left[\frac{(1 - \sqrt{\Delta})^2 - (t_F/t_T)^2(1 + \sqrt{\Delta})^2}{1 - (t_F/t_T)^2} \right]^{1/2}$$

- (D01.3) Dla układu SP, promień gwiazdy jest znany i wynosi $R_s = 1.20R_\odot$, a tranzyt planety jest wyraźnie widoczny. Używając minimalnego promienia orbity, $a_{\min}$, oszacowanego w części (D01.2d), znajdź minimalną wartość, $i_{\min}$, kąta inklinacji. [3]

Zakładając tarczę gwiazdy o jednorodnej jasności, krzywa blasku tranzytu wyglądałaby, jak pokazano poniżej.



- (D01.4) Na podstawie podanej krzywej blasku, odpowiedz na następujące pytania. Powyższa krzywa blasku znajduje się również w zbiorczym arkuszu odpowiedzi.

(D01.4a) Oszacuj wartości t_T i t_F w dniach, zaznaczając odpowiednie odczyty na wykresie. [3]

(D01.4b) Oszacuj średnią wartość Δ poprzez zaznaczenie odpowiednich odczytów na wykresie i wyznacz R_p w jednostkach $R_\odot$. [2]

(D01.4c) Określ wartość i w stopniach, zakładając, że promień orbity wynosi $a_{\min}$. [2]

Wprowadzenie do pociemnienia brzegowego

Do tej pory zakładaliśmy, że tarcza gwiazdy jest jednorodnie jasna. W rzeczywistości obserwowana jasność tarczy gwiazdy nie jest jednolita z powodu „pociemnienia brzegu” — efektu optycznego, w którym centralna część tarczy gwiazdy wydaje się jaśniejsza niż jej krawędź, czyli „brzeg”.

Efekt pociemnienia brzegowego można zmierzyć za pomocą względnej intensywności $J(\theta) \equiv \frac{I(\theta)}{I(0)}$, gdzie θ jest kątem między normalną do powierzchni gwiazdy w danym punkcie a linią łączącą obserwatora z tym punktem, $I(\theta)$ jest obserwowaną intensywnością tarczy gwiazdy w tym punkcie ($I(0)$ to intensywność w centrum tarczy gwiazdy). Dla odległego obserwatora θ zmienia się od $\theta = 0$ (centrum tarczy) do $\theta \approx 90^\circ$ (krawędź tarczy).

(D01.5) Tabela poniżej przedstawia zmierzone wartości $J(\theta)$ dla pewnej długości fali dla Słońca. Zakładamy, że ten sam profil pociemnienia brzegowego dotyczy także gwiazdy S.

θ	$J(\theta)$	θ	$J(\theta)$	θ	$J(\theta)$	θ	$J(\theta)$
0°	1.000	20°	0.971	40°	0.883	70°	0.595
10°	0.994	25°	0.950	50°	0.794	80°	0.475
15°	0.984	30°	0.943	60°	0.724	90°	0.312

Profil pociemnienia brzegowego można modelować za pomocą wzoru kwadratowego:

$$J(\theta) = 1 - a_1(1 - \cos \theta) - a_2(1 - \cos \theta)^2,$$

gdzie a_1 i a_2 są dwiema stałymi.

Oszacujemy nieznane współczynniki a_1 i a_2 na podstawie podanych danych, tworząc wykres z odpowiednimi zmiennymi.

(D01.5a) Wybierz takie zmienne (x_1, y_1) , będące funkcjami θ i J , które naniesione na wykres xy pozwolą Ci wyznaczyć współczynniki a_1 i a_2 . Podaj wyrażenia dla x_1 i y_1 . [2]

Jeśli potrzebujesz zdefiniować dodatkowe zmienne dla dodatkowych wykresów, zdefiniuj je jako (x_2, y_2) , itd.

(D01.5b) Zestaw w tabeli wartości niezbędne do sporządzenia twoich wykresów. [4]

(D01.5c) Wykreśl nowo zdefiniowane zmienne na podanym papierze milimetrowym (oznacz swój wykres jako "D01.5c"). [7]

(D01.5d) Wyznacz a_1 i a_2 z wykresu. Niepewności tych wartości nie są potrzebne. [7]

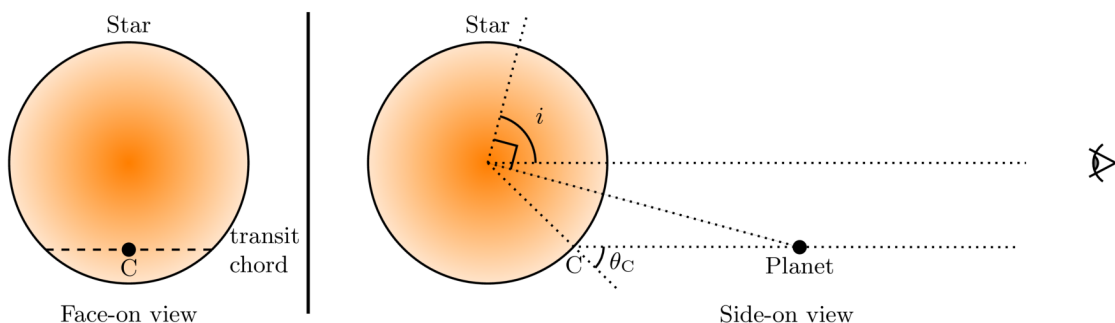
Tranzyt w obecności pociemnienia brzegowego

Teraz rozważamy tranzyty planetarne przed tarczą gwiazdy z pociemnieniem brzegowym. Z powodu pociemnienia brzegowego, które opiszemy za pomocą wzoru kwadratowego $J(\theta)$ podanego powyżej, średnia obserwowana intensywność całej tarczy gwiazdy (bez żadnego tranzytu), $\langle I \rangle$, jest dana przez:

$$\langle I \rangle = \left(1 - \frac{a_1}{3} - \frac{a_2}{6}\right) I(0)$$

Spadek jasności spowodowany przez tranzytującą planetę zależy teraz nie tylko od względnej wielkości planety i gwiazdy, $\left(\frac{R_p}{R_s}\right)$, ale także od profilu jasności tarczy gwiazdy wzdłuż ścieżki tranzytu, który z kolei zależy od inklinacji, i .

Schematyczny diagram poniżej (nie w skali) pokazuje tę konfigurację. Uwaga: jaśniejsza część gwiazdy jest przedstawiona w ciemniejszym odcieniu druku, a planeta jest pokazana jako czarna kropka.



Tutaj związek między $\left(\frac{R_p}{R_s}\right)$ a zmierzoną Δ z krzywej blasku jest dany wzorem:

$$\Delta = \frac{I(\theta_C)}{\langle I \rangle} \left(\frac{R_p}{R_s} \right)^2,$$

gdzie $I(\theta_C)$ jest intensywnością tarczy gwiazdy w punkcie środkowym ścieżki tranzytu (punkt C na powyższym rysunku), θ_C jest kątem między linią widzenia a normalną do powierzchni w tym punkcie. Z powyższego wynika, że dla danej gwiazdy ta sama wartość Δ może być wynikiem różnych kombinacji wartości rozmiaru planety, R_p , i kąta nachylenia i .

- (D01.6) Możliwe jest jednoznaczne wyznaczenie zarówno R_p , jak i i poprzez wykorzystanie danych z krzywych blasku tranzytu w dwóch długościach fal, powiedzmy, λ_B (niebieska) i λ_R (czerwona). Współczynniki pociemnienia brzegu dla tych dwóch długości fal są podane poniżej:

Długość fali	a_1	a_2
λ_B	0.82	0.05
λ_R	0.24	0.20

- (D01.6a) Spośród poniższych stwierdzeń wybierz poprawne, które opisuje związek między [2]
maksymalną głębokością tranzytu Δ dla λ_B a kątem inklinacji (i) orbity i zaznacz je
(✓) w zbiorczym arkuszu odpowiedzi.

- A. Δ zwiększa się wraz ze zmniejszaniem się i .
B. Δ zmniejsza się wraz ze zmniejszaniem się i .
C. Δ jest niezależna od i .

- (D01.6b) Maksymalna głębokość tranzytu (Δ) dla układu SP została zmierzona odpowiednio [4]
jako 0.0182 i 0.0159 dla λ_B i λ_R .

W układzie współrzędnych narysuj schematyczne krzywe jasności tranzytu dla obu λ_B i λ_R na podanej siatce i oznacz krzywe jako „B” i „R”. Załóż, że całkowity czas trwania tranzytu jest taki sam dla obu długości fal. Krzywe nie muszą być w skali, ale powinny poprawnie oddawać kształty krzywych zmian blasku.

- (D01.7) Użyjemy metody graficznej, aby znaleźć wartości R_p i i dla układu SP, korzystając z pomiarów Δ przy λ_B i λ_R .

- (D01.7a) Napisz wyrażenie łączące odpowiednie zmienne, które mają być wykreślone. [6]
(Wskazówka: Możesz rozważyć i lub b , oraz R_p , jako istotne zmienne.)

- (D01.7b) Zestaw w tabeli odpowiednie wielkości, które mają być wykreślone. [5]

- (D01.7c) Narysuj odpowiedni wykres i oznacz go jako "D01.7c". [7]

- (D01.7d) Oszacuj wartości R_p (w $R_\odot$) oraz i (w stopniach) z wykresu. [4]

- (D01.8) Na podstawie wyników uzyskanych w tym zadaniu, wskaż, czy planeta P jest SKALISTA (ROCKY) [2]
czy GAZOWA (GASEUS), zaznaczając (✓) odpowiednie pole w zbiorczym arkuszu odpowiedzi.

(D02) Przewidywanie czasów przybycia koronalnych wyrzutów masy (CME) na Ziemię
[60 punktów]

Słońce czasami uwalnia plazmę, zwaną koronalnymi wyrzutami masy (CME), która pochodzi z powierzchni Słońca i rozprzestrzenia się na zewnątrz. Dokładne przewidywanie czasów przybycia CME na Ziemię jest kluczowe dla zrozumienia i łagodzenia ich potencjalnego wpływu na satelity orbitujące wokół Ziemi. W tym zadaniu naszym celem jest przewidzenie czasów przybycia CME poprzez opracowanie modelu empirycznego, wykorzystując dane z obserwacji 10 CME. W całym tym zadaniu odległość między powierzchnią Słońca a Ziemią przyjmuje się jako $214R_{\odot}$.

Ponadto zakładamy, że Słońce nie obraca się. Ze względu na siły elektromagnetyczne, grawitacyjne i oporu, CME doświadczają zmiennego przyspieszenia podczas swojej propagacji. W pierwszych dwóch częściach tego zadania zakładamy, że między Słońcem a Ziemią jest próżnia.

CME lecące w próżni.

- (D02.1) W poniższej tabeli dla 10 zjawisk CME są podane następujące informacje: początkowa prędkość, u , na powierzchni Słońca ($= 1R_{\odot}$), końcowa prędkość, v , przy dotarciu do Ziemi, oraz czas dotarcia do Ziemi po opuszczeniu powierzchni Słońca (w godzinach), τ ,

CME	u	v	τ
Nazwa	(km s ⁻¹)	(km s ⁻¹)	(h)
CME-A	804	470	74,5
CME-B	247	360	127,5
CME-C	523	396	103,5
CME-D	830	415	71,0
CME-E	665	400	104,5
CME-F	347	350	101,5
CME-G	446	375	99,5
CME-H	155	360	97,0
CME-I	1016	515	67,0
CME-J	683	410	54,0

- (D02.1a) Oblicz średnie przyspieszenie, a , dla każdego CME w m s⁻².

[3]

- (D02.1b) Zakładamy empiryczny model przyspieszenia, a_{model} , CME, który zależy od jego początkowej prędkości u jako: $a_{\text{model}} = m \left(\frac{u}{u_0} \right) + \alpha$; gdzie, a_{model} jest wyrażone w m s⁻², u jest wyrażone w km s⁻¹ i $u_0 = 1.00 \times 10^3$ km s⁻¹.

Wyznacz stałe m i α oraz ich niepewności, używając odpowiedniego wykresu (oznacz swój wykres jako „D02.1b”). **[15]**

- (D02.1c) Dla każdego CME, zestaw w tabeli wartości a_{model} w m s⁻². Następnie oblicz odchylenie średniokwadratowe (rms) przyspieszenia, δa_{rms} , między obliczonym przyspieszeniem, a , a wartościami modelowymi, a_{model} . **[4]**

- (D02.2) Rozważamy dwa inne CME: CME-1 i CME-2, z prędkościami początkowymi równymi odpowiednio: $u = 1044$ km s⁻¹ i 273 km s⁻¹.

- (D02.2a) Korzystając z modelu empirycznego uzyskanego w (D02.1b) dla CME-1 i CME-2, oblicz przewidywane czasy dotarcia do Ziemi, $\tau_{1, m}$ i $\tau_{2, m}$ (w godzinach). **[4]**

- (D02.2b) Zaobserwowane czasy dotarcia do Ziemi dla CME-1 i CME-2 to odpowiednio 46,0 h i 74,5 h. Model empiryczny uznaje się za UZASADNIONY (ang. VALID) dla danego CME, jeśli jego przewidywany czas przybycia różni się od zaobserwowanego czasu przybycia o nie więcej, niż 20%; w przeciwnym razie jest on NIEUZASADNIONY (ang. NOT VALID). Oceń modele dla każdego CME, zaznaczając (✓) odpowiednie pole zbiorczego arkusza odpowiedzi. [2]

CME-sy w obecności wiatru słonecznego

W rzeczywistości przestrzeń między Słońcem a Ziemią jest przesycona wiatrem słonecznym, który wywiera siłę oddziaływania na CME. Ta siła oddziaływania może albo spowalniać, albo przyspieszać CME, w zależności od prędkości CME względem wiatru słonecznego. Aby uwzględnić wpływ wiatru słonecznego, użyjemy modelu „tylko oddziaływanie” dla odległości $R_{\text{obs}}(t) \geq R_0$, gdzie R_0 jest odległością, poza którą siła oddziaływania staje się dominującą siłą wpływającą na ruch CME.

Odległość od powierzchni Słońca określona z modelu „tylko oddziaływanie”, $R_D(t)$, oraz prędkość CME, $V_D(t)$, w tym modelu jest dana przez

$$R_D(t) = \frac{S}{\gamma} \ln [1 + S\gamma(V_0 - V_s)(t - t_0)] + V_s(t - t_0) + R_0$$

$$V_D(t) = \frac{V_0 - V_s}{1 + S\gamma(V_0 - V_s)(t - t_0)} + V_s$$

gdzie $\gamma = 2 \times 10^{-8} \text{ km}^{-1}$, V_s jest stałą prędkością wiatru słonecznego, R_0 i V_0 są odpowiednio odległością i prędkością w chwili t_0 , a S jest czynnikiem znaku. $S = 1$ dla $V_0 > V_s$, natomiast $S = -1$ jeśli $V_0 \leq V_s$.

- (D02.3) Poniższe tabele pokazują zaobserwowaną odległość radialną od powierzchni Słońca, $R_{\text{obs}}(t)$ (mierzone w $R_\odot$), w funkcji czasu, t (w godzinach), dla dwóch CME: CME-3 i CME-4. Ostatni punkt danych w każdej tabeli (odpowiednio D5 i P8) odpowiada czasowi dotarcia odpowiedniego CME do Ziemi. Dla tej części załóżmy $V_s = 330 \text{ km s}^{-1}$.

CME-3		
Punkt danych	t (w h)	$R_{\text{obs}}(t)$ (w $R_\odot$)
D1	0.200	6.36
D2	0.480	7.99
D3	1.22	11.99
D4	1.49	13.51
D5	58.05	214

CME-4		
Punkt danych	t (w h)	$R_{\text{obs}}(t)$ (w $R_\odot$)
P1	1.00	4.00
P2	3.00	6.00
P3	4.00	9.00
P4	5.00	11.0
P5	21.0	43.0
P6	50.0	100
P7	85.0	170
P8	111	214

Ocenimy, czy model „tylko z oddziaływaniem” zadowalająco przewiduje czasy dotarcia tych CME. Aby użyć tego modelu, należy dokonać odpowiedniego wyboru t_0 , oraz odpowiadających R_0 i V_0 .

- (D02.3a) Dla CME-3, rozważ następujące dwa przypadki: [6]
 (C1) przyjmujemy, że t_0 jest środkiem przedziału D1 – D2,
 (C2) przyjmujemy, że t_0 jest środkiem przedziału D3 – D4.
 Zakłada się, że prędkość pozostaje stała w każdym konkretnym przedziale D1–D2 i D3–D4, ale może się różnić między tymi przedziałami.
 Dla każdego z dwóch przypadków, używając t_0 , R_0 i V_0 , oblicz różnicę między obserwowaną a przewidywaną odległością radialną $\delta R_D \equiv R_{\text{obs}}(t) - R_D(t)$ w jednostkach $R_\odot$ dla $t = 58,05$ h.
- (D02.3b) Oblicz $R_D(t)$ w punktach P5, P6, P7 i P8 między Słońcem a Ziemią dla CME-4 dla [4]
 następujących dwóch przypadków, przyjmując procedurę podobną do (D02.3a):
 (C3) przyjmujemy, że t_0 jest środkiem przedziału P1 – P2,
 (C4) przyjmujemy, że t_0 jest środkiem przedziału P3 – P4.
- (D02.3c) Nanieś na wykres zależność $R_D(t)$ (w $R_\odot$) od czasu t (w godzinach) dla CME-4 w [10]
 postaci punktów P5, P6, P7 i P8 dla dwóch przypadków, C3 i C4 (oznacz swój wykres jako „D02.3c”). Na tym samym wykresie narysuj gładkie krzywe $R_D(t)$ dla wyżej wymienionych dwóch przypadków. Dla tej części przyjmij zakres osi x od 0 do 180 h.
- (D02.3d) Korzystając z wykresu, oszacuj bezwzględną różnicę, $|\delta\tau|$ między rzeczywistym czasem [4]
 przybycia CME-4 na Ziemię a czasem przybycia przewidywanym przez model tylko z oddziaływaniem, dla każdego z przypadków C3 i C4.
- (D02.3e) Wskaż, czy następujące stwierdzenie to PRAWDA (TRUE) czy FAŁSZ (FALSE), [1]
 zaznaczając (✓) odpowiednie pole w zbiorczym arkadiuszu odpowiedzi (nie jest potrzebne pisemne uzasadnienie):
 „Siły oddziaływania wywierane przez wiatr słoneczny na CME stają się dominujące dla CME-3 we wcześniejszym momencie w porównaniu do CME-4”.
- (D02.4) Rozważ siłę oddziaływania z wiatrem słonecznym jako dominującą siłę działającą na 10 [7]
 przypadków CME z części D02.1. Załóż, że model „tylko oddziaływanie” jest stosowalny od powierzchni Słońca ($R_0 = 1 R_\odot$) i dalej, dla wszystkich CME.
 Oszacuj i zestaw w tabeli prędkość wiatru słonecznego V_s w km s^{-1} dla każdego CME. Ponadto oszacuj średnią prędkość wiatru słonecznego $V_{s, \text{avg}}$ dla wszystkich 10 CME.