

(D01) 30 лет экзопланетам

[90 баллов]

В этой задаче рассматриваются два основных метода обнаружения экзопланет: измерения лучевой скорости звезды и прохождение планеты по ее диску (транзит). В рамках этой задачи мы рассмотрим конкретную систему из одной планеты (P), вращающейся по круговой орбите радиусом a вокруг звезды солнечного типа (S). Будем называть эту систему «системой SP» (“SP system”).

(D01.1)

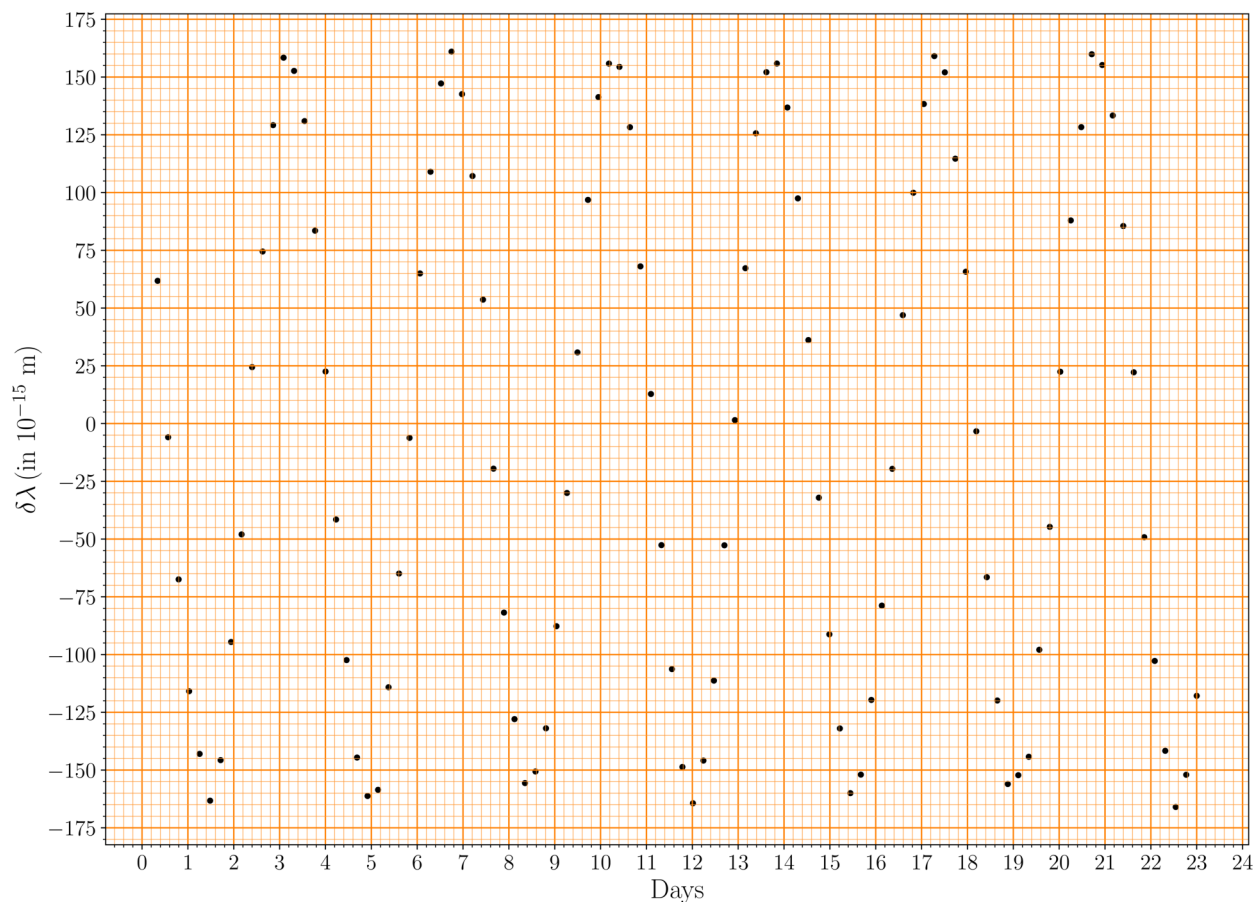
Видимая звездная величина звезды S в полосе V составляет 7.65 ± 0.03 звездной величины (mag), параллакс составляет 20.67 ± 0.05 угловой миллисекунды (mas), а болометрическая поправка (BC) составляет (-0.0650) звездной величины. Таким образом болометрическая яркость звезды выше чем ее яркость в полосе V.

Оцените массу звезды M_s (в единицах $M_\odot$), предполагая, что соотношение массы и светимости ($M - L$) имеет вид $L \propto M^4$. Также рассчитайте абсолютную ошибку определения M_s . Известно, что $d \ln x / dx = 1/x$. [8]

Метод лучевой скорости

Метод лучевой скорости использует доплеровское смещение $\delta\lambda \equiv \lambda_{\text{obs}} - \lambda_0$ между наблюдаемой длиной волны λ_{obs} и длиной волны покоящегося источника λ_0 известной спектральной линии для обнаружения экзопланеты и определения ее характеристик.

На рисунке ниже показана $\delta\lambda$ для линии Fe I ($\lambda_0 = 543.45 \times 10^{-9}$ м) как функция времени, наблюдаемая для системы SP.



Амплитуда лучевой скорости K определяется как $K \equiv (v_{r, \text{max}} - v_{r, \text{min}})/2$, где $v_{r, \text{max}}$ и $v_{r, \text{min}}$ — минимальная и максимальная лучевые скорости, соответственно. Для круговой планетарной орбиты амплитуда K может быть записана как:

$$K = \left(\frac{2\pi G}{T} \right)^{1/3} \frac{M_p \sin i}{(M_p + M_s)^{2/3}}$$

где T — период, i — наклонение планетарной орбиты (угол между нормалью к плоскости орбиты планеты и лучом зрения наблюдателя), M_p и M_s — массы планеты и звезды соответственно.

(D01.2) Используйте график, представленный выше и приведенный в сводном листе для ответов (повернутый на 90°) при ответе на следующие вопросы.

(D01.2a) Нарисуйте гладкую кривую, соответствующую наблюдаемым данным, [2]
показанным на графике.

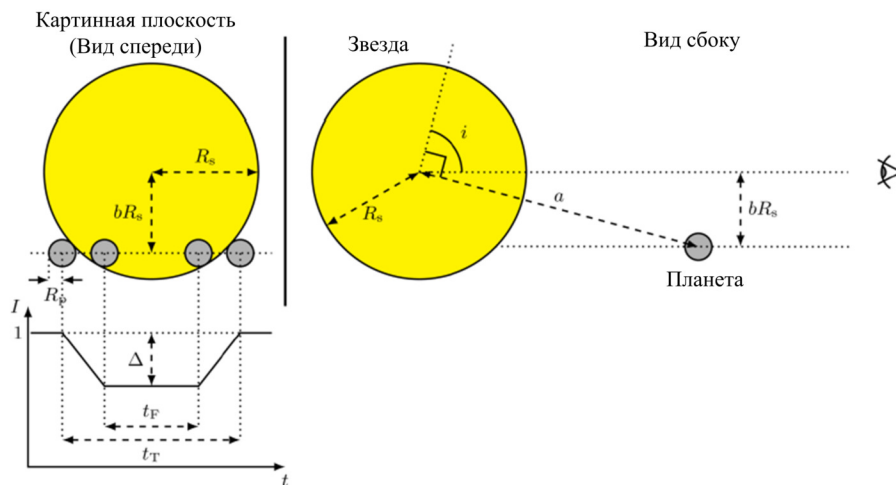
(D01.2b) Выберите подходящие точки на вашей кривой и с их помощью определите T и K вместе с соответствующими ошибками их определения (неопределённостями). Все точки данных, использованные для расчёта T и K должны быть занесены в таблицу в сводном листе ответов. Используйте оставшуюся часть таблицы для отображения промежуточных расчетов, если это необходимо, с нужными заголовками. [11]

(D01.2c) Найдите минимальную массу планеты $M_{p, \min}$ (в $M_\odot$) и ошибку ее определения [5]
(неопределенность), предполагая $M_p \ll M_s$.

(D01.2d) Используя значение $M_{p, \min}$ оцененное в части (D01.2c), вычислите минимальное [4]
значение большой полуоси орбиты планеты, $a_{\min}$, в а.е. и его ошибку определения (неопределенность).

Метод транзита (без затемнения лимба)

Ниже представлена схема транзита планеты (масштаб не соблюден). В качестве исходного предположения будем считать, что звёздный диск имеет равномерную среднюю интенсивность с собственными флуктуациями, обусловленными самой звездой.



Кривая блеска нормированной интенсивности, I , как функция времени t показана на схематической диаграмме транзита (на рисунке выше). Средняя интенсивность звезды вне транзита принята за единицу. Максимальное уменьшение интенсивности Δ определяется из нормированной кривой блеска. Для равномерно яркого звездного диска радиус планеты, R_p , связан с Δ как

$$\left(\frac{R_p}{R_s} \right)^2 = \Delta,$$

где R_s — радиус звезды.

Общая продолжительность транзита (когда планета частично или полностью находится перед диском звезды) определяется как t_T , а t_F — это продолжительность, когда планета полностью находится перед диском звезды. «Прицельное расстояние» b — это проецируемое расстояние между планетой и центром диска звезды в средней точке транзита, выраженное в единицах радиуса звезды, R_s .

Для орбит планет с наклонением близким к 90° , прицельное расстояние определяется формулой

$$b = \left[\frac{(1 - \sqrt{\Delta})^2 - (t_F/t_T)^2(1 + \sqrt{\Delta})^2}{1 - (t_F/t_T)^2} \right]^{1/2}$$

- (D01.3) В данной системе SP радиус звезды равен $R_s = 1.20R_\odot$ и транзит планеты действительно наблюдается. Используя минимальный радиус орбиты $a_{\min}$, оцененный в пункте (D01.2d), найдите минимальное значение наклонения орбиты $i_{\min}$. [3]

Если предположить, что звездный диск имеет равномерную яркость, то кривая блеска при транзите будет выглядеть так, как показано на рисунке ниже.



- (D01.4) Используя данную кривую блеска, ответьте на следующие вопросы. Указанная выше кривая блеска также приведена в сводном листе ответов.

(D01.4a) Оцените значения t_T и t_F в днях, отметив соответствующие показания на графике. [3]

(D01.4b) Оцените среднее значение Δ , отметив соответствующие показания на графике, и, следовательно, найдите R_p в единицах $R_\odot$. [2]

(D01.4c) Определите значение i в градусах, предполагая, что радиус орбиты равен $a_{\min}$. [2]

Учет эффекта затемнения лимба

До сих пор мы предполагали, что звёздный диск имеет равномерную яркость. В действительности наблюдаемая яркость звёздного диска неравномерна из-за «затемнения лимба» — оптического эффекта, при котором центральная часть звёздного диска кажется ярче края, или «лимба».

Эффект затемнения лимба можно измерить по относительной интенсивности $J(\theta) \equiv \frac{I(\theta)}{I(0)}$, где θ — угол между нормалью к поверхности звезды в точке и линией, соединяющей наблюдателя с этой точкой, $I(\theta)$ — наблюдаемая интенсивность звездного диска в этой точке ($I(0)$ — интенсивность в центре звездного диска). Для удаленного наблюдателя θ изменяется от $\theta = 0$ (центр диска) до $\theta \approx 90^\circ$ (край диска).

(D01.5) В таблице ниже приведены измеренные значения $J(\theta)$ на определённой длине волны для Солнца. Будем считать, что тот же профиль затемнения лимба справедлив и для звезды S.

θ	$J(\theta)$	θ	$J(\theta)$	θ	$J(\theta)$	θ	$J(\theta)$
0°	1.000	20°	0.971	40°	0.883	70°	0.595
10°	0.994	25°	0.950	50°	0.794	80°	0.475
15°	0.984	30°	0.943	60°	0.724	90°	0.312

Профиль затемнения лимба можно аппроксимировать квадратичной зависимостью:

$$J(\theta) = 1 - a_1(1 - \cos \theta) - a_2(1 - \cos \theta)^2,$$

где a_1 и a_2 — два коэффициента.

Расчитайте неизвестные коэффициенты a_1 и a_2 по имеющимся данным, построив график с подходящими переменными.

(D01.5a) Выберите пару переменных (x_1, y_1) , которые являются подходящими функциями θ и J , которые вы хотите отложить по осям x и y соответственно, чтобы определить a_1 и a_2 . Запишите выражения для x_1 и y_1 . [2]

Если вам необходимо определить дополнительные переменные для дополнительных графиков, определите их как (x_2, y_2) и т. д.

(D01.5b) Составьте таблицу значений, необходимых для ваших графиков. [4]

(D01.5c) Нанесите вновь определенные переменные на предоставленную миллиметровую бумагу (обозначьте свой график как «D01.5c»). [7]

(D01.5d) Определите a_1 и a_2 из графика. Оценка точности не требуется. [7]

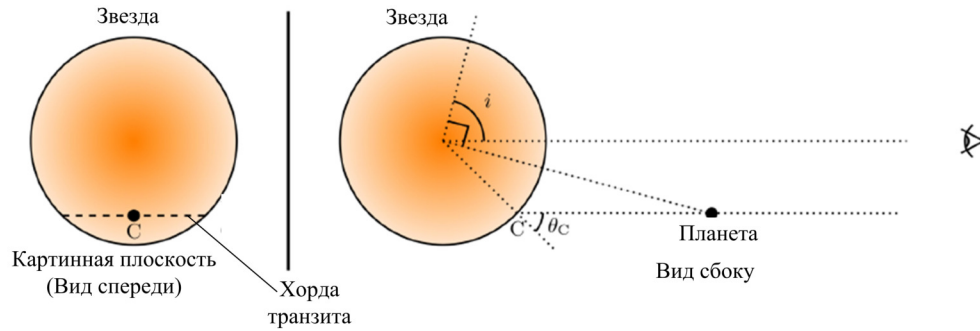
Транзит при наличии затемнения лимба

Теперь рассмотрим транзиты планет по диску звезды, затемнённого к краю. При наличии затемнения лимба, которое мы будем моделировать квадратичной зависимостью $J(\theta)$, приведённой выше, средняя наблюдаемая интенсивность всего диска звезды (без транзита), $\langle I \rangle$, определяется по формуле:

$$\langle I \rangle = \left(1 - \frac{a_1}{3} - \frac{a_2}{6}\right) I(0)$$

Кроме того, уменьшение яркости света звезды, вызванное транзитом планеты, зависит не только от отношения размера планеты и звезды $\left(\frac{R_p}{R_s}\right)$ но и от профиля интенсивности звездного диска вдоль хорды транзита, которая, в свою очередь, зависит от наклона i .

Это представлено на принципиальной схеме ниже (масштаб не соблюден). На рисунке более яркие области звезды показаны более темным оттенком, а планета показана черной точкой.



Здесь соотношение между $\left(\frac{R_p}{R_s}\right)$ и измеренной по кривой блеска Δ определяется по формуле

$$\Delta = \frac{I(\theta_C)}{\langle I \rangle} \left(\frac{R_p}{R_s}\right)^2,$$

, где $I(\theta_C)$ — интенсивность звездного диска в средней точке транзитной хорды (точка C на рисунке выше), θ_C — угол между лучом зрения и нормалью к поверхности в этой точке. Видно, что для данной звезды одно и то же значение Δ может быть получено разными комбинациями размера планеты, R_p и наклона i .

(D01.6)

Можно однозначно определить как R_p так и i , используя данные кривых блеска при наблюдении транзита на двух длинах волн, например, λ_B (синяя) и λ_R (красная). Коэффициенты затемнения лимба для этих двух длин волн приведены ниже:

Длина волны	a_1	a_2
λ_B	0,82	0,05
λ_R	0,24	0,20

(D01.6a) Какое из следующих утверждений, описывающих связь между максимальной глубиной транзита Δ для λ_B и наклоном (i) орбиты, является верным? [2]
Отметьте ваш ответ знаком (✓) в сводном листе для ответов.

- A. Δ увеличивается с уменьшением i .
- B. Δ уменьшается с уменьшением i .
- C. Δ не зависит от i .

(D01.6b) Максимальная глубина транзита (Δ) для «системы SP» составила 0,0182 и 0,0159 [4]
для λ_B и λ_R , соответственно.

Нарисуйте схематично транзитные кривые блеска для λ_B и λ_R на заданной сетке и обозначьте кривые как «B» и «R» соответственно. Предположим, что общая продолжительность транзита одинакова для обеих длин волн. Масштаб кривых не требуется, но они должны правильно отражать форму кривых блеска.

(D01.7) Для нахождения значений R_p и i для системы SP будем использовать графический метод.

(D01.7a) Напишите выражение, связывающее переменные, которые вы отобразите на графике. (Подсказка: среди соответствующих переменных можно рассмотреть i , b , R_p .) [6]

(D01.7b) Внесите в таблицу величины, которые вы используете для построения графика. [5]

(D01.7c) Нарисуйте необходимый график и обозначьте его как «D01.7c». [7]

(D01.7d) Оцените значения R_p (в единицах $R_\odot$) и i (в градусах) из графика. [4]

- (D01.8) На основании результатов, полученных в этой задаче, укажите, является ли планета Р «КАМЕНИСТОЙ (ROCKY)» или «ГАЗООБРАЗНОЙ (GASEOUS)», отметив (✓) соответствующую ячейку в листе ответов. **[2]**

(D02) Прогнозирование времени прибытия корональных выбросов массы на Землю
[60 баллов]

Солнце иногда выбрасывает облака намагниченной плазмы, называемые корональными выбросами массы (coronal mass ejections, CME), которые возникают на поверхности Солнца и распространяются в направлении от него. Точное предсказание времени их прибытия к Земле имеет важное значение для понимания и минимизации их воздействия на спутники, вращающиеся вокруг Земли. В данной задаче ваша цель — предсказать время прибытия CME, разработав эмпирическую модель на основе данных о 10 CME. В этой задаче расстояние между поверхностью Солнца и Землей принимается равным $214R_{\odot}$.

Далее предположим, что Солнце не вращается. Под действием электромагнитных, гравитационных сил и сил сопротивления корональные выбросы массы движутся с переменным ускорением на протяжении всего своего пути. В первых двух частях этой задачи мы предполагаем, что пространство между Солнцем и Землей является вакуумом.

Корональные выбросы массы (CMEs) проходящие через вакуум.

- (D02.1) Начальная скорость u на поверхности Солнца ($= 1R_{\odot}$), конечная скорость v при достижении Земли и время прибытия на Землю после покидания поверхности Солнца (в часах) τ для 10 корональных выбросов массы (CMEs) приведены в следующей таблице.

CME	u (км с ⁻¹)	v (км с ⁻¹)	τ (час)
CME-A	804	470	74,5
CME-B	247	360	127,5
CME-C	523	396	103,5
CME-D	830	415	71,0
CME-E	665	400	104,5
CME-F	347	350	101,5
CME-G	446	375	99,5
CME-H	155	360	97,0
CME-I	1016	515	67,0
CME-J	683	410	54,0

- (D02.1a) Рассчитайте среднее ускорение a для каждого CME в м с⁻². **[3]**

- (D02.1b) Мы предлагаем эмпирическую модель ускорения a_{model} коронального выброса массы, которая зависит от его начальной скорости u следующим образом:

$$a_{\text{model}} = m \left(\frac{u}{u_0} \right) + \alpha$$
 где a_{model} выражается в м с⁻², u выражается в км с⁻¹ и $u_0 = 1,00 \times 10^3$ км с⁻¹.

Определите постоянные m и α и их ошибки определения (неопределенности), начертив соответствующий график (обозначьте свой график как «D02.1b»). **[15]**

- (D02.1c) Для каждого CME запишите a_{model} в м с⁻². Вычислите среднеквадратичное отклонение ускорений δa_{rms} между рассчитанным ускорением a и значениями ускорения, рассчитанного по модели a_{model} . **[4]**

- (D02.2) Рассмотрим два других корональных выброса массы: CME-1 и CME-2, с начальными скоростями $u = 1044$ км с⁻¹ и 273 км с⁻¹ соответственно.

- (D02.2a) Используя эмпирическую модель, полученную в (D02.1b), рассчитайте прогнозируемое время прибытия на Землю, $\tau_{1,m}$ и $\tau_{2,m}$ (в часах), для CME-1 и CME-2 соответственно. [4]
- (D02.2b) Наблюдаемое время прибытия корональных выбросов массы (CME-1) и (CME-2) на Землю составило 46,0 ч и 74,5 ч соответственно. Эмпирическая модель считается ПРАВИЛЬНОЙ (VALID) для конкретного коронального выброса массы, если прогнозируемое ей время прибытия находится в пределах 20% от наблюдаемого времени прибытия; в противном случае она НЕПРАВИЛЬНА (NOT VALID). Укажите правильность модели для каждого коронального выброса массы, отметив (✓) соответствующее поле в таблице на сводном листе ответов. [2]

Корональные выбросы массы в присутствии солнечного ветра

В действительности, пространство между Солнцем и Землёй пронизано солнечным ветром, который оказывает на корональные выбросы массы (CME) силу сопротивления. Эта сила сопротивления может как замедлять, так и ускорять CME, в зависимости от скорости CME относительно скорости солнечного ветра. Для учёта влияния солнечного ветра мы будем использовать модель «только сопротивления» для расстояний $R_{\text{obs}}(t) \geq R_0$, где R_0 — расстояние, за пределами которого сила сопротивления становится доминирующей силой, влияющей на движение CME.

Расстояние от поверхности Солнца, определенное с помощью модели «только сопротивление (drag-only)», $R_D(t)$, и скорость, $V_D(t)$, коронального выброса массы в этой модели описываются зависимостями

$$R_D(t) = \frac{S}{\gamma} \ln [1 + S\gamma(V_0 - V_s)(t - t_0)] + V_s(t - t_0) + R_0$$

$$V_D(t) = \frac{V_0 - V_s}{1 + S\gamma(V_0 - V_s)(t - t_0)} + V_s$$

, где $\gamma = 2 \times 10^{-8} \text{ км}^{-1}$, V_s — постоянная скорость солнечного ветра, R_0 и V_0 — расстояние и скорость, соответственно, в момент времени t_0 , а S — знак разности скоростей, $S = 1$ если $V_0 > V_s$; $S = -1$ если $V_0 \leq V_s$.

- (D02.3) В таблицах ниже показано наблюдаемое радиальное расстояние от поверхности Солнца $R_{\text{obs}}(t)$ (измеренное в $R_\odot$) как функция времени t (в часах) для двух корональных выбросов массы: CME-3 и CME-4. Последняя точка данных в каждой таблице (D5 и P8 соответственно) соответствует времени прибытия соответствующего коронального выброса массы к Земле. В этой части задания предположим, что $V_s = 330 \text{ км с}^{-1}$.

CME-3		
Точка данных	t (в ч)	$R_{\text{obs}}(t)$ (в $R_\odot$)
D1	0,200	6.36
D2	0,480	7.99
D3	1.22	11.99
D4	1.49	13.51
D5	58.05	214

CME-4		
Точка данных	t (в ч)	$R_{\text{obs}}(t)$ (в $R_\odot$)
P1	1.00	4.00
P2	3.00	6.00
P3	4.00	9.00
P4	5.00	11.0
P5	21.0	43.0
P6	50.0	100
P7	85.0	170
P8	111	214

Мы оценим, насколько хорошо модель «только сопротивления» предсказывает время прибытия этих корональных выбросов массы. Для использования этой модели необходимо сделать правильный выбор t_0 и соответствующих R_0 и V_0 .

- (D02.3a) Для СМЕ-3 возьмем следующие два случая: [6]
 (C1) t_0 принимается за середину интервала D1 – D2
 (C2) t_0 принимается за середину интервала D3 – D4
 Предположим, что скорость остается постоянной в каждом конкретном интервале D1–D2 и D3–D4, но может различаться между двумя интервалами.

Используя t_0 , R_0 и V_0 , вычислите разницу между наблюдаемым и прогнозируемым радиальным расстоянием $\delta R_D \equiv R_{\text{obs}}(t) - R_D(t)$ в единицах $R_\odot$ при $t = 58,05$ ч для каждого из двух случаев.

- (D02.3b) Оцените $R_D(t)$ в точках P5, P6, P7 и P8 между Солнцем и Землей для СМЕ-4 для [4]
 следующих двух случаев, применяя процедуру, аналогичную (D02.3a):

- (C3) t_0 принимается за середину интервала P1 – P2
 (C4) t_0 принимается за середину интервала P3 – P4.

- (D02.3c) Постройте график зависимости $R_D(t)$ (в $R_\odot$) от t (в часах) для двух случаев, C3 и [10]
 C4, для СМЕ-4 в точках P5, P6, P7 и P8 (обозначьте свой график как «D02.3c»). На том же графике постройте гладкие кривые $R_D(t)$ для двух вышеупомянутых случаев. Для этого возьмите диапазон оси x от 0 до 180 часов.

- (D02.3d) Используя график, оцените абсолютную разницу $|\delta\tau|$ между фактическим [4]
 временем прибытия СМЕ-4 на Землю и временем его прибытия, предсказанным с помощью модели, учитывающей только сопротивление (drag-only model), для каждого из случаев C3 и C4.

- (D02.3e) [1]

Укажите, является ли следующее утверждение ВЕРНЫМ (TRUE) или ЛОЖНЫМ (FALSE), отметив (✓) соответствующую ячейку в сводном листе для ответов (письменное обоснование не требуется):

«Воздействие сил сопротивления солнечного ветра на корональные выбросы массы становится доминирующим для СМЕ-3 на более раннем моменте времени, чем для СМЕ-4».

- (D02.4) Рассмотрим силу сопротивления как доминирующую силу, действующую на 10 [7]
 корональных выбросов массы, рассмотренных в части D02.1. Предположим, что модель «только сопротивление» применима от поверхности Солнца ($R_0 = 1 R_\odot$) и далее для всех корональных выбросов массы.

Оцените и запишите в таблицу скорость солнечного ветра V_s в км/с для каждого коронального выброса массы. Затем оцените среднее значение скорости солнечного ветра $V_{s, \text{avg}}$ для всех 10 выбросов корональной массы.