

(D01) 30 år med eksoplaneter

[90 poeng]

Dette problemet utforsker noen egenskaper for de to hovedmetodene for oppdagelse av eksoplaneter: radialhastighet og stjerneformørkelser (også kalt transitmetoden). Gjennom dette problemet skal vi vurdere et bestemt system med en enkelt planet (P) i en sirkulær bane med radius a rundt en sol-lignende stjerne (S). Vi skal referere til dette systemet som "SP-systemet".

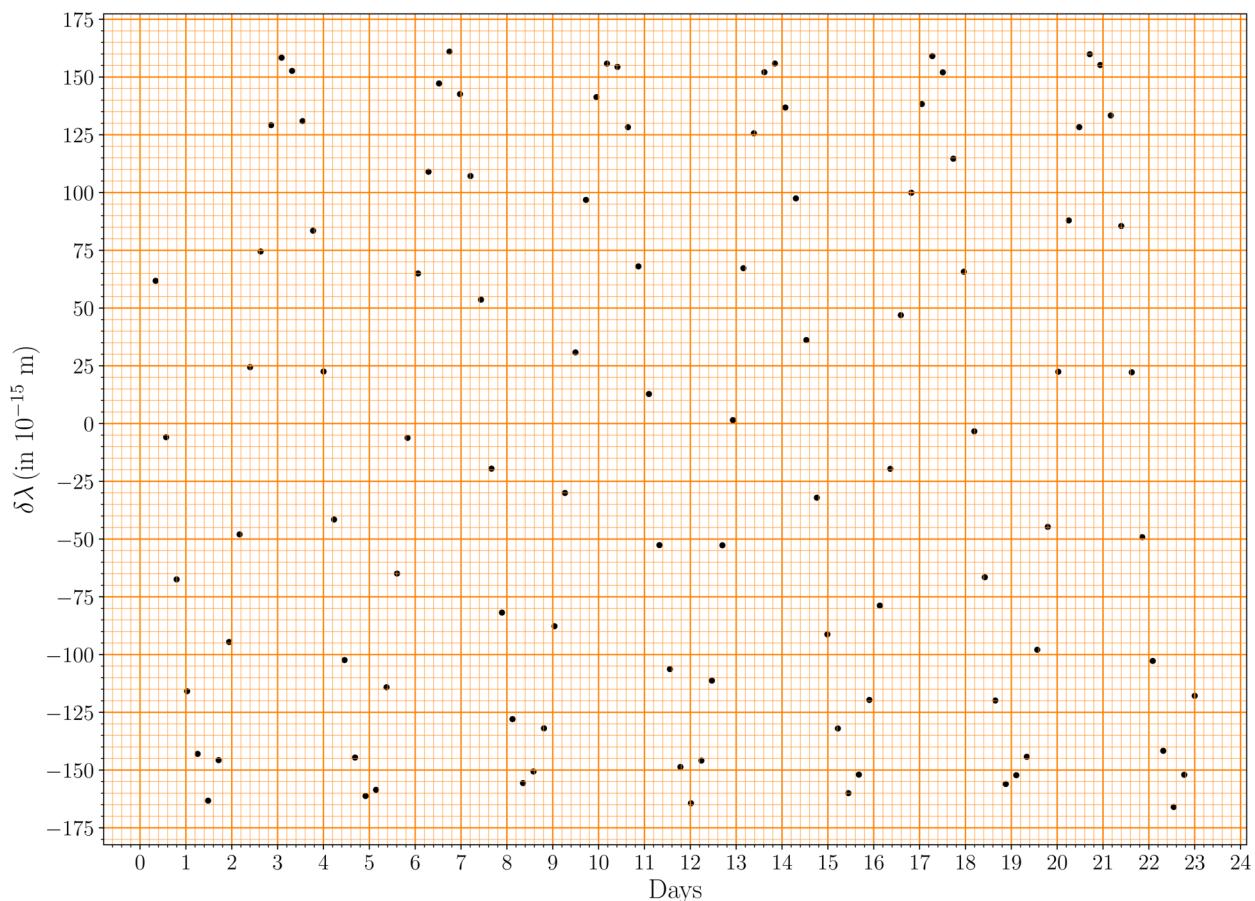
- (D01.1) Stjernen S har tilsynelatende magnitudo $7,65 \pm 0,03$ mag i V-båndet, parallaksen er $20,67 \pm 0,05$ millibuesekund og den bolometriske korreksjonen (BC) er $-0,065$ mag. Dermed har stjernen en lysere bolometrisk magnitudo.

Estimer massen til stjernen, M_s (i enheter av $M_\odot$), med antakelse om en masse-luminositets ($M-L$) relasjon på formen $L \propto M^4$. Estimer også usikkerheten i M_s . Du kan trenge følgende $d \ln x / dx = 1/x$. [8]

Radialhastighetsmetode

Radialhastighetsmetoden bruker dopplerverskyvningen $\delta\lambda \equiv \lambda_{\text{obs}} - \lambda_0$ mellom den observerte bølgelengden λ_{obs} og hvilebølgelengden λ_0 til en kjent spektrallinje for å oppdage en eksoplanet og bestemme dens egenskaper.

Figuren nedenfor viser $\delta\lambda$ for Fe I-linjen ($\lambda_0 = 543.45 \times 10^{-9}$ m) som en funksjon av tid, observert for SP-systemet.



Radialhastighets-semiamplitude K er definert som $K \equiv (v_{r, \text{max}} - v_{r, \text{min}})/2$ hvor $v_{r, \text{max}}$ og $v_{r, \text{min}}$ er henholdsvis maksimum og minimum for radialhastighet. For en sirkulær planetbane kan semiamplituden K skrives som:

$$K = \left(\frac{2\pi G}{T} \right)^{1/3} \frac{M_p \sin i}{(M_p + M_s)^{2/3}}$$

hvor T er perioden, i er inklinaasjonen til planetbanen (dvs. vinkelen mellom normalen til planetens baneplan og observatørens synslinje), M_p og M_s er henholdsvis massen til planeten og stjernen.

(D01.2) Bruk grafen ovenfor som er gitt i sammendragssvararket (rotert 90 deg) for å svare på følgende.

(D01.2a) Tegn en jevn kurve knyttet til observasjonsdataene som vises i grafen. [2]

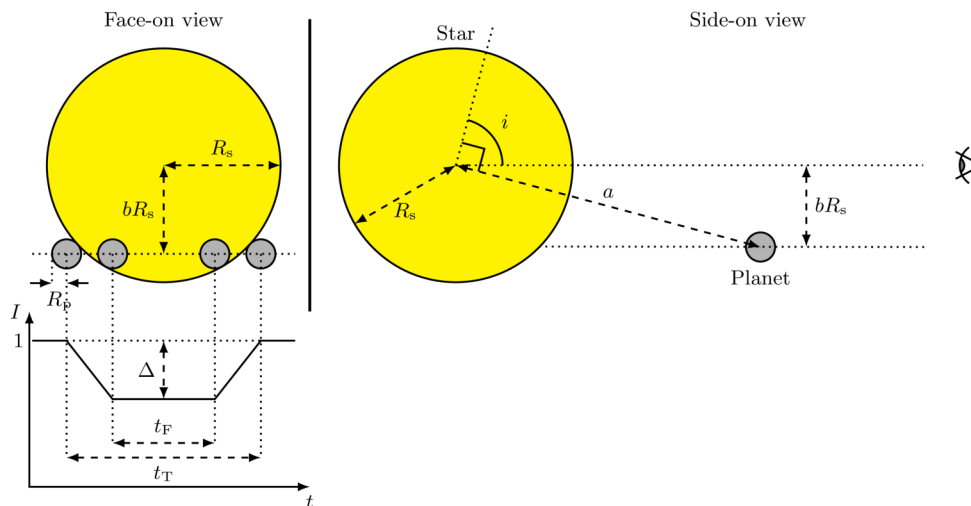
(D01.2b) Velg passende punkter på kurven du har tegnet og bruk egnede metoder for å bestemme T og K sammen med deres respektive usikkerheter. Alle datapunkter som brukes til beregning av T og K må vises i tabellen i sammendrags-svararket. Bruk resten av tabellen til å vise dine mellomregninger, etter behov, med passende overskrifter. [11]

(D01.2c) Finn planetens minimumsmasse $M_{p, \min}$ (i $M_{\odot}$), og dens tilhørende usikkerhet, forutsatt at $M_p \ll M_s$. [5]

(D01.2d) Beregn minimumsverdien av den store halvaksen til planetens bane, $a_{\min}$, i au og dens usikkerhet ved å bruke verdien av $M_{p, \min}$ estimert i del (D01.2c). [4]

Transittmetoden (uten randfordunkling)

En skjematisk fremstilling av en stjerneformørkelse (ikke tegnet i skala) er vist nedenfor. Innledningsvis skal vi anta at stjerneskiven har en jevn overflatelysterstyrke med noe iboende støy fra selve stjernen.



Lyskurven av den normaliserte intensiteten, I , som en funksjon av tid t er vist i det skjematiske diagrammet av transitten ovenfor. Den gjennomsnittlige stjerneintensiteten utenfor transitten er satt til én. Den maksimale reduksjonen i intensiteten er gitt ved Δ i den normaliserte lyskurven. For en jevnt lysende stjerneskive er planetens radius, R_p , relatert til Δ som

$$\left(\frac{R_p}{R_s}\right)^2 = \Delta,$$

hvor R_s er stjernens radius.

Den totale varigheten av transitten (når deler av eller hele planeten dekker stjerneskiven) er gitt ved t_T , mens t_F gir varigheten når planeten er helt foran stjerneskiven. "innfallsparameteren" b er den projiserte avstanden mellom planeten og sentrum av stjerneskiven ved midtpunktet av transitten, i enheter av stjernens radius, R_s .

For en eksoplanetbane som observeres nesten rett fra siden er innfallsparameteren gitt ved formelen

$$b = \left[\frac{(1 - \sqrt{\Delta})^2 - (t_F/t_T)^2(1 + \sqrt{\Delta})^2}{1 - (t_F/t_T)^2} \right]^{1/2}$$

- (D01.3) For SP-systemet er stjernens radius bestemt å være $R_s = 1.20R_\odot$, og planetens transitt er faktisk synlig. Ved å bruke den minste baneradiusen, $a_{\min}$, estimert i del (D01.2d), finn minimumsverdien for inklinasjonsvinkelen, $i_{\min}$. [3]

Hvis man observerer en stjerneskive med jevn lysstyrke, ville transittlyskurven se ut som vist nedenfor.



- (D01.4) Bruk den gitte lyskurven til å svare på følgende spørsmål. Som referanse er lyskurven ovenfor også gitt i sammendrags-svararket.

(D01.4a) Estimer verdiene av t_T og t_F i dager ved å markere passende avlesninger på grafen. [3]

(D01.4b) Estimer gjennomsnittsverdien av Δ ved å markere passende avlesninger på grafen og dermed bestemme R_p i enheter av $R_\odot$. [2]

(D01.4c) Bestem verdien av i i grader, forutsatt at baneradiusen er $a_{\min}$. [2]

Stjerneformørkelse med randfordunkling

Hittil har vi antatt at stjerneskiven er jevnt lysende. I virkeligheten er den observerte lysstyrken til stjerneskiven ikke helt jevn på grunn av "randfordunkling" — en optisk effekt hvor den sentrale delen av stjerneskiven fremstår lysere enn kanten, eller "randen".

Effekten av randfordunkling kan måles ved den relative intensiteten $J(\theta) \equiv \frac{I(\theta)}{I(0)}$, hvor θ er vinkelen mellom normalen til stjerneoverflaten i et punkt og linjen som forbinder observatøren med dette punktet, $I(\theta)$ er den observerte intensiteten av stjerneskiven i dette punktet ($I(0)$ er intensiteten i sentrum av stjerneskiven). For en fjern observatør varierer θ fra $\theta = 0$ (sentrum av skiven) til $\theta \approx 90^\circ$ (kanten av skiven).

(D01.5) Tabellen nedenfor gir målte $J(\theta)$ ved en bestemt bølgelengde for Solen. Vi skal anta at den samme randfordunklingsprofilen gjelder for stjernen S.

θ	$J(\theta)$	θ	$J(\theta)$	θ	$J(\theta)$	θ	$J(\theta)$
0°	1.000	20°	0.971	40°	0.883	70°	0.595
10°	0.994	25°	0.950	50°	0.794	80°	0.475
15°	0.984	30°	0.943	60°	0.724	90°	0.312

Randfordunklingsprofilen kan modelleres med en kvadratisk formel:

$$J(\theta) = 1 - a_1(1 - \cos \theta) - a_2(1 - \cos \theta)^2,$$

hvor a_1 og a_2 er to konstanter.

Vi skal estimere de ukjente koeffisientene a_1 og a_2 fra de gitte dataene ved å lage et plott med passende variabler.

(D01.5a) Velg et par variabler (x_1, y_1) som er passende funksjoner av θ og J . Disse variablene skal være hensiktsmessig å plote langs henholdsvis x og y aksene for å bestemme a_1 og a_2 . Skriv uttrykkene for x_1 og y_1 . [2]

Hvis du trenger å definere ytterligere variabler for flere plott, definer dem som (x_2, y_2) , osv.

(D01.5b) Tabuler verdiene som er nødvendige for plottene dine. [4]

(D01.5c) Plott de nylig definerte variablene på det gitte grafpapiret (merk grafen din som "D01 .5c"). [7]

(D01.5d) Bestem a_1 og a_2 basert på dette plottet. [7]

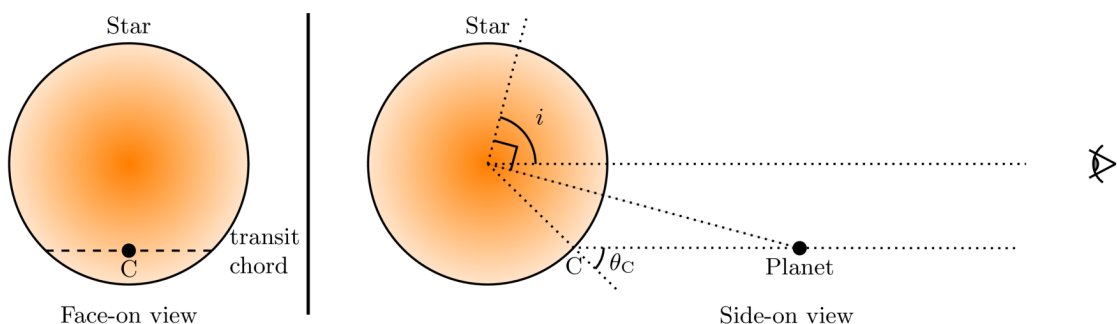
Stjerneformørkelse når det tas hensyn til randfordunkling

Nå ser vi på planetpasseringer over en stjerneskive med randfordunkling. Ved randfordunkling, som vi skal modellere med den kvadratiske formelen for $J(\theta)$ gitt ovenfor, er den gjennomsnittlige observerte intensiteten av hele stjerneskiven (uten noen passering), $\langle I \rangle$, gitt ved:

$$\langle I \rangle = \left(1 - \frac{a_1}{3} - \frac{a_2}{6}\right) I(0)$$

Videre avhenger lyssvekkelsen forårsaket av den passerende planeten nå ikke bare av den relative størrelsen på planeten og stjernen, $\left(\frac{R_p}{R_s}\right)$, men også av intensitetsprofilen til stjerneskiven langs passeringskorden ("transit chord"), som igjen avhenger av inklinasjonsvinkelen, i .

Det skjematisk diagrammet nedenfor (ikke tegnet i skala) viser konfigurasjonen. Merk at den lysere delen av stjernen er vist i en mørkere fargetone, mens planeten er vist som en svart prikk.



Her er forholdet mellom $\left(\frac{R_p}{R_s}\right)$ og den målte Δ fra lyskurven gitt ved:

$$\Delta = \frac{I(\theta_C)}{\langle I \rangle} \left(\frac{R_p}{R_s} \right)^2,$$

hvor $I(\theta_C)$ er intensiteten til stjerneskiven ved midtpunktet av passeringskorden (punkt C i figuren ovenfor), θ_C er vinkelen mellom synslinjen og normalen til overflaten ved det punktet. Fra det ovennevnte er det åpenbart at for en gitt stjerne kan den samme verdien av Δ produseres av mange kombinasjoner av planetstørrelsen, R_p , og inklinasjonsvinkelen i .

- (D01.6) Det er mulig å entydig bestemme både R_p og i ved å bruke data fra formørkelseslyskurver ved to bølgelengder, her gitt som λ_B (blå) og λ_R (rød). Randfordunklingskoeffisientene for disse to bølgelengdene er gitt nedenfor:

Bølgelengde	a_1	a_2
λ_B	0.82	0.05
λ_R	0.24	0.20

- (D01.6a) Velg riktig utsagn blant følgende som beskriver forholdet mellom maksimal dybde av stjerneformørkelsen Δ for λ_B og inklinasjonsvinkelen (i) til banen. [2]

- A. Δ øker med synkende i .
 B. Δ minker med synkende i .
 C. Δ er uavhengig av i .

- (D01.6b) Den maksimale dybden av stjerneformørkelsen (Δ) for "SP-systemet" ble målt til å være 0,0182 og 0,0159 for henholdsvis λ_B og λ_R . [4]

Tegn skjematiske formørkelseslyskurver for både λ_B og λ_R på det gitte rutenettet og merk lyskurvene med henholdsvis "B" og "R". Anta at den totale formørkelsesvarigheten er den samme for begge bølgelengder. Kurvene trenger ikke være i skala, men bør vise den korrekte formen på lyskurvene.

- (D01.7) Vi skal anvende en grafisk metode for å finne verdiene av R_p og i for SP-systemet ved hjelp av målingene av Δ ved λ_B og λ_R .

- (D01.7a) Skriv et passende uttrykk som gir en sammenheng mellom de relevante variablene som skal plottes. (Hint: Du kan vurdere i eller b , og R_p , blant de relevante variablene.) [6]

- (D01.7b) Tabuler de passende størrelsene som skal plottes. [5]

- (D01.7c) Tegn en passende graf og merk den som "D01.7c". [7]

- (D01.7d) Estimer verdiene av R_p (i $R_\odot$) og i (i grader) fra grafen. [4]

- (D01.8) Basert på resultatene oppnådd i denne oppgaven, indiker om planeten P er en "STEINPLANET" eller "GASSPLANET" ved å krysse av (✓) i den passende boksen i sammendrag-svararket. [2]

(D02) Forutsi ankomsttider for koronamasseutbrudd på Jorden
[60 poeng]

Solen slipper av og til ut magnetisert plasma, kalt koronamasseutbrudd (CMEs), som stammer fra solens overflate og beveger seg utover. Det er viktig å kunne forutsi nøyaktig når de ankommer jorden for å forstå og begrense potensielle effekter på satellitter som går i bane rundt jorden. I denne oppgaven har vi som mål å forutsi ankomsttider for CMEs ved å utvikle en empirisk modell, basert på data fra 10 CMEs. Gjennom hele oppgaven er avstanden mellom solens overflate og Jorden $214R_{\odot}$.

Anta videre at solen ikke roterer. På grunn av elektromagnetiske, gravitasjons- og dragkrefter opplever CMEs en variabel akselerasjon gjennom hele deres bevegelse. I de to første delene av dette problemet antar vi at området mellom solen og Jorden er vakuum.

CMEs gjennom vakuum.

- (D02.1) Den opprinnelige hastigheten, u , ved soloverflaten ($= 1R_{\odot}$), den endelige hastigheten, v , ved ankomst til jorden, og tiden det tar å nå jorden etter å ha forlatt solens overflate (i timer), τ , er gitt for 10 CMEs i følgende tabell.

CME	u	v	τ
Navn	(km s^{-1})	(km s^{-1})	(t)
CME-A	804	470	74,5
CME-B	247	360	127,5
CME-C	523	396	103,5
CME-D	830	415	71,0
CME-E	665	400	104,5
CME-F	347	350	101,5
CME-G	446	375	99,5
CME-H	155	360	97,0
CME-I	1016	515	67,0
CME-J	683	410	54,0

- (D02.1a) Beregn gjennomsnittlig akselerasjon, a , for hver CME i m s^{-2} . **[3]**

- (D02.1b) Vi antar en empirisk modell for akselerasjonen, a_{model} , av en CME, som avhenger av dens starthastighet u som, $a_{\text{model}} = m \left(\frac{u}{u_0} \right) + \alpha$; hvor a_{model} er uttrykt i m s^{-2} , u er uttrykt i km s^{-1} og $u_0 = 1,00 \times 10^3 \text{ km s}^{-1}$.

Bestem konstantene m og α og deres tilhørende usikkerheter ved hjelp av en **[15]** passende graf (merk grafen din som "D02.1b").

- (D02.1c) Tabellfør a_{model} i m s^{-2} for hver CME. Beregn deretter kvadratisk middelvik (rms) **[4]** for akselerasjonene, δa_{rms} , mellom den beregnede akselerasjonen, a , og modellverdiene, a_{model} .

- (D02.2) To andre CME-er tas med i vurderingen: CME-1 og CME-2, med starthastigheter, $u = 1044 \text{ km s}^{-1}$ og 273 km s^{-1} , henholdsvis.

- (D02.2a) Bruk den empiriske modellen oppnådd i (D02.1b) for å beregne de forventede **[4]** ankomsttidene til Jorden, $\tau_{1, \text{m}}$ og $\tau_{2, \text{m}}$ (i timer), for henholdsvis CME-1 og CME-2.

- (D02.2b) De målte ankomsttidene til Jorden for CME-1 og CME-2 er henholdsvis 46,0 t og 74,5 t. Den empiriske modellen regnes som gyldig for en CME dersom den estimerte ankomsttiden ligger innenfor 20 % av den observerte ankomsttiden; ellers vurderes modellen som ugyldig. Angi modellens gyldighet for hver CME ved å sette et kryss (✓) i den passende boksen i sammendrags-svararket. [2]

CMEs i nærvær av solvind

I virkeligheten er rommet mellom solen og jorden gjennomtrengt av solvinden, som utøver et drag på CMEs. Denne dragkraften kan enten bremse eller akselerere en CME, avhengig av CMEs hastighet i forhold til solvindens hastighet. For å ta hensyn til solvindens innflytelse, vil vi bruke en "kun drag"-modell for avstander $R_{\text{obs}}(t) \geq R_0$, hvor R_0 er avstanden der dragkraften blir den dominerende kraften som påvirker CMEs videre bevegelse ut mot større avstander.

Avstanden fra solens overflate som bestemt fra "kun drag"-modellen, $R_D(t)$, og hastigheten, $V_D(t)$, til en CME i denne modellen er gitt ved

$$R_D(t) = \frac{S}{\gamma} \ln [1 + S\gamma(V_0 - V_s)(t - t_0)] + V_s(t - t_0) + R_0$$

$$V_D(t) = \frac{V_0 - V_s}{1 + S\gamma(V_0 - V_s)(t - t_0)} + V_s$$

hvor, $\gamma = 2 \times 10^{-8} \text{ km}^{-1}$, V_s er den konstante hastigheten til solvinden, R_0 og V_0 er henholdsvis avstanden og hastigheten ved tidspunkt t_0 , og S er fortegnsfaktoren. $S = 1$ hvis $V_0 > V_s$; $S = -1$ hvis $V_0 \leq V_s$.

- (D02.3) Tabellene nedenfor viser den observerte radielle avstanden, $R_{\text{obs}}(t)$ (målt i $R_\odot$), som en funksjon av tid, t (i timer), for to CME-er: CME-3 og CME-4. Det siste datapunktet i hver tabell (henholdsvis D5 og P8) tilsvarer ankomsttiden for den respektive CME til jorden. For denne deloppgaven kan du anta $V_s = 330 \text{ km s}^{-1}$.

CME-3		
Datapunkt	t (i t)	$R_{\text{obs}}(t)$ (i $R_\odot$)
D1	0.200	6.36
D2	0.480	7.99
D3	1.22	11.99
D4	1.49	13.51
D5	58.05	214

CME-4		
Datapunkt	t (i t)	$R_{\text{obs}}(t)$ (i $R_\odot$)
P1	1.00	4.00
P2	3.00	6.00
P3	4.00	9.00
P4	5.00	11.0
P5	21.0	43.0
P6	50.0	100
P7	85.0	170
P8	111	214

Vi skal vurdere om "kun drag"-modellen forutsier ankomsttidene for disse CME-ene på en tilfredsstillende måte. For å bruke denne modellen må det gjøres et passende valg av t_0 , og tilsvarende R_0 og V_0 .

- (D02.3a) For CME-3, tenk deg følgende to tilfeller: [6]
 (C1) t_0 tas som midtpunktet av intervallet D1 – D2
 (C2) t_0 tas som midtpunktet av intervallet D3 – D4
 Anta at hastigheten forblir konstant i hvert spesifikke intervall D1–D2 og D3–D4, men kan variere mellom de to intervallene.
- Ved å bruke t_0 , R_0 og V_0 , beregn forskjellen mellom den observerte og den predikerte radielle forskyvningen $\delta R_D \equiv R_{\text{obs}}(t) - R_D(t)$ i enheter av $R_\odot$ ved $t = 58,05$ t, for hvert av de to tilfellene.
- (D02.3b) Evaluer $R_D(t)$ ved punktene P5, P6, P7 og P8 mellom Solen og Jorden for CME-4 for følgende to tilfeller ved å bruke en lignende fremgangsmåte som i (D02.3a): [4]
 (C3) t_0 tas som midtpunktet av intervallet P1 – P2
 (C4) t_0 tas som midtpunktet av intervallet P3 – P4.
- (D02.3c) Plott $R_D(t)$ (i $R_\odot$) mot t (i timer) for de to tilfellene, C3 og C4, for CME-4 ved punktene P5, P6, P7 og P8 (merk grafen din som "D02.3c"). På samme graf, tegn jevne kurver av $R_D(t)$ for de to nevnte tilfellene. For denne delen, bruk et intervall for x -aksen fra 0 til 180 timer. [10]
- (D02.3d) Ved hjelp av grafen, estimer den absolutte forskjellen, $|\delta\tau|$ mellom den faktiske ankomsttiden for CME-4 til Jorden og ankomsttiden som er predikert av "kun drag"-modellen, for hvert av tilfellene C3 og C4. [4]
- (D02.3e) Indiker om følgende utsagn er SANT eller USANT ved å krysse av (✓) i den passende boksen i sammendrags-svararket (ingen skriftlig begrunnelse er nødvendig): [1]
 "Dragkreftene som utøves av solvinden på CME-er blir dominerende for CME-3 på et tidligere tidspunkt sammenlignet med CME-4".
- (D02.4) Vurder drag som den dominerende kraften som virker på 10 CME-er i del D02.1. Anta at "kun-drag"-modellen er gjeldende fra solens overflate ($R_0 = 1 R_\odot$) og utover, for alle CME-er. [7]
 Estimer og tabellfør solvindshastigheten V_s i km s^{-1} for hver CME. Videre, estimer gjennomsnittlig solvindshastighet $V_{s, \text{avg}}$ for alle 10 CME-er.