

(D01) 30 de ani de exoplanete

[90 de puncte]

Această problemă explorează câteva aspecte ale celor două metode principale de detectare a exoplanetelor: metoda vitezei radiale și a tranzitului. Pe parcursul acestei probleme vom considera un sistem particular cu o singură planetă (P) pe o orbită circulară cu raza a în jurul unei stele de tip solar (S). Ne vom referi la acest sistem ca „sistemul SP”.

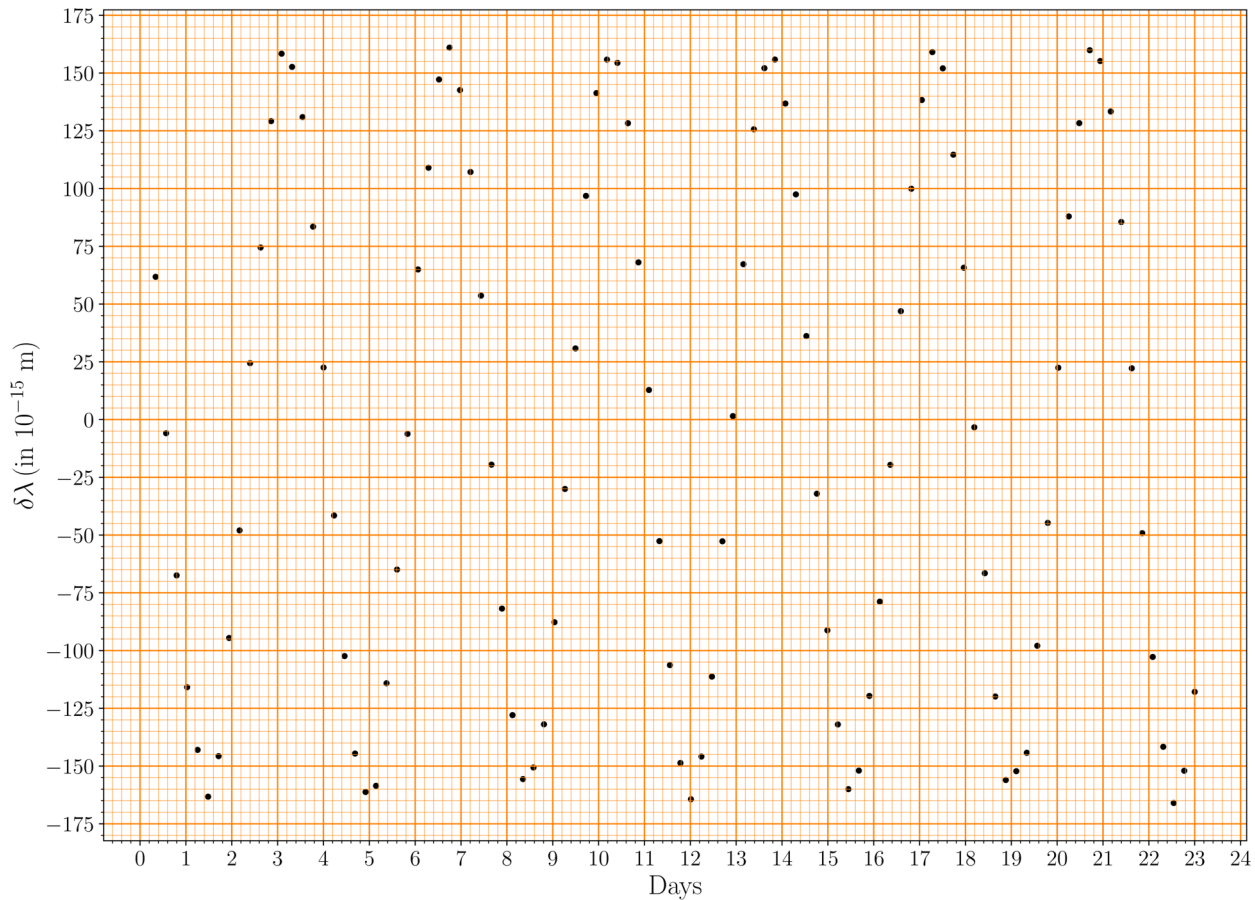
- (D01.1) Magnitudinea aparentă în banda V a stelei S este de $7,65 \pm 0,03$ mag, paralaxa este de $20,67 \pm 0,05$ miliarcsecunde, iar corecția bolometrică (BC) este de $-0,0650$ mag. Astfel, steaua are o luminosități bolometrică mai mare decât luminositatea sa în banda V.

Estimați masa stelei, M_s (în unități de $M_\odot$), presupunând o relație masă - luminosități ($M - L$) [8] de forma $L \propto M^4$. De asemenea, estimați incertitudinea în M_s . Este posibil să aveți nevoie $d \ln x / dx = 1/x$.

Metoda vitezei radiale

Metoda vitezei radiale utilizează deplasarea Doppler $\delta\lambda \equiv \lambda_{\text{obs}} - \lambda_0$ dintre lungimea de undă observată și lungimea de undă de repaus a unei linii spectrale cunoscute pentru a detecta o exoplanetă și λ_{obs} și λ_0 i determina caracteristicile.

Figura de mai jos prezintă $\delta\lambda$ pentru linia FeI ($\lambda_0 = 543,45 \times 10^{-9}$ m) în funcție de timp, așa cum s-a observat pentru sistemul SP.



Semiampplitudinea vitezei radiale K este definită ca $K \equiv (v_{r, \text{max}} - v_{r, \text{min}})/2$, unde $v_{r, \text{max}}$ și $v_{r, \text{min}}$ sunt vitezele radiale maxime și, respectiv, minime. Pentru o orbită circulară a planetei, semiampplitudinea K poate fi scrisă astfel:

$$K = \left(\frac{2\pi G}{T} \right)^{1/3} \frac{M_p \sin i}{(M_p + M_s)^{2/3}}$$

, unde T este perioada, i este înclinarea orbitei planetei (unghiul dintre normala la planul orbital al planetei și linia de vizare a observatorului), M_p și M_s sunt masele planetei și respectiv ale stelei.

(D01.2) Folosește graficul de mai sus, prezentat în foaia de răspunsuri (rotit cu 90 deg), pentru a răspunde la următoarele.

(D01.2a) Trasați o curbă asociată datelor observate prezentate în grafic. [2]

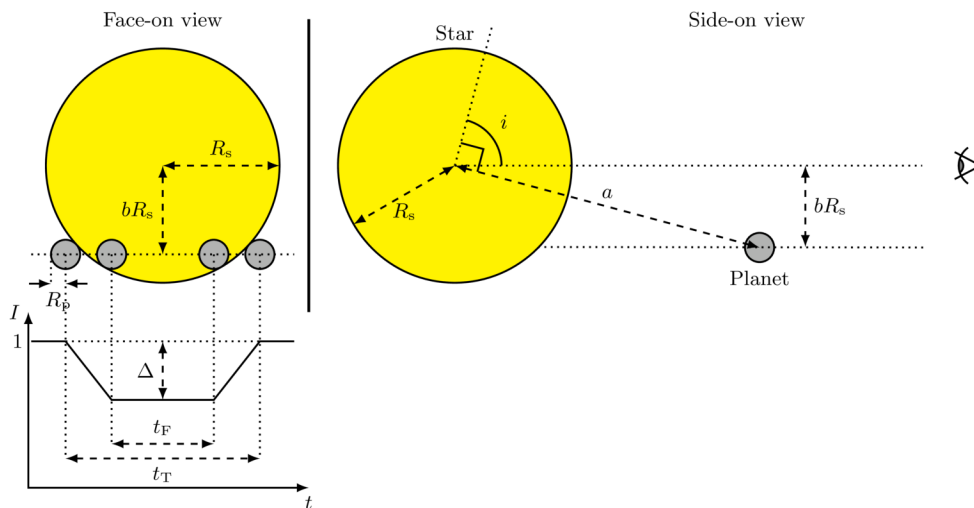
(D01.2b) Selectați punctele corespunzătoare de pe curba trasată și utilizați metode adecvate pentru a determina T și K împreună cu incertitudinile aferente. Toate punctele de date utilizate pentru calcularea T și K trebuie afișate în tabelul din foaia de răspunsuri. Folosiți restul tabelului pentru a afișa calculele intermediare, după cum este necesar, cu antetele corespunzătoare. [11]

(D01.2c) Găsiți masa minimă a planetei $M_{p, \min}$ (în $M_\odot$), și incertitudinea corespunzătoare presupunând $M_p \ll M_s$. [5]

(D01.2d) Folosind valoarea lui $M_{p, \min}$ estimată în partea (D01.2c), calculați valoarea minimă a semiaxei mari a orbitei planetei, $a_{\min}$, în UA și incertitudinea acesteia. [4]

Metoda tranzitului (fără întunecarea marginii)

Diagrama schematică a tranzitului unei planete (nerepresentată la scară) este prezentată mai jos. Inițial, vom presupune că discul stelar are o intensitate medie uniformă, cu un anumit zgomot intrinsec datorat stelei însăși.



Curba de lumină a intensității normalizate, I , în funcție de timp t este prezentată în diagrama schematică a tranzitului de mai sus. Intensitatea stelară medie în afara tranzitului este considerată ca fiind unitară. Scăderea maximă a intensității este dată de Δ în curba de lumină normalizată. Pentru un disc stelar uniform strălucitor, raza planetei, R_p , este legată de Δ ca

$$\left(\frac{R_p}{R_s}\right)^2 = \Delta,$$

unde R_s este raza stelei.

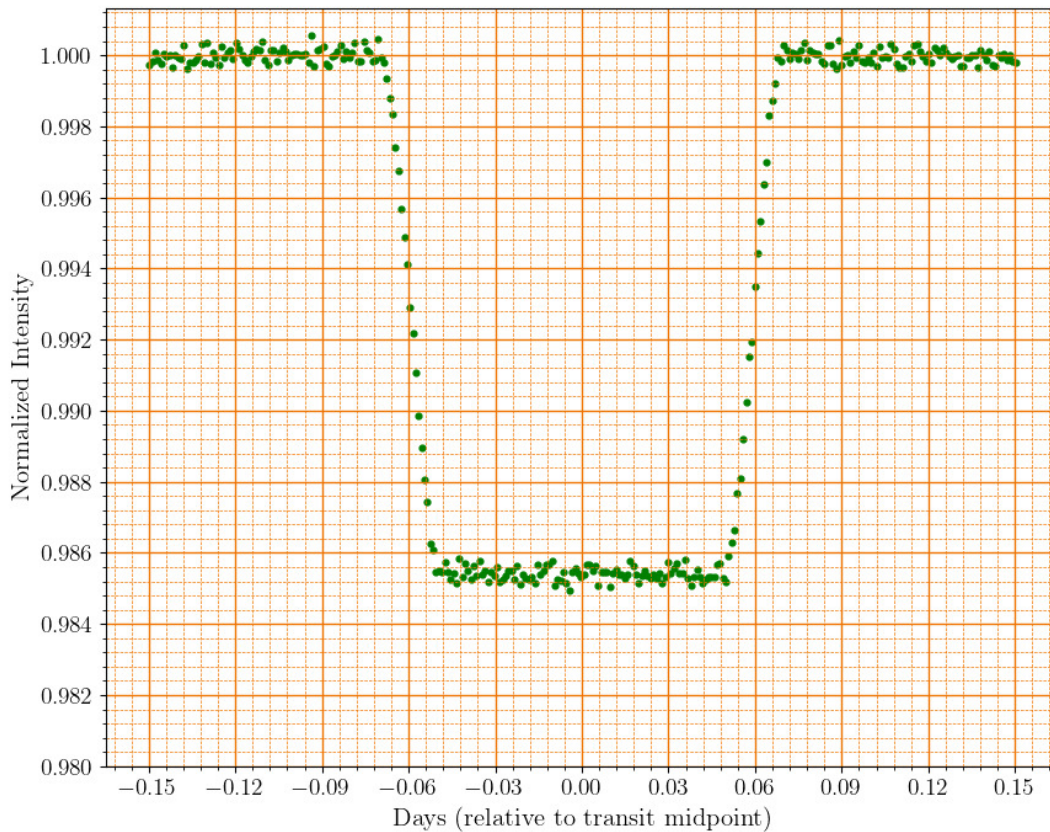
Durata totală a tranzitului (atunci când o parte sau întreaga planetă acoperă discul stelar) este dată de t_T , în timp ce t_F indică durata în care planeta se află complet în fața discului stelar. „Parametrul de impact” b este distanța proiectată dintre planetă și centrul discului stelar la mijlocul tranzitului, în unități ale razei stelei, R_s .

Pentru o orbită stea-planetă aproape edge-on, parametrul de impact este dat de formula

$$b = \left[\frac{(1 - \sqrt{\Delta})^2 - (t_F/t_T)^2(1 + \sqrt{\Delta})^2}{1 - (t_F/t_T)^2} \right]^{1/2}$$

- (D01.3) Pentru sistemul SP, se știe că raza stelei este $R_s = 1.20R_\odot$, iar tranzitul planetei este într-adevăr vizibil. Folosind raza minimă a orbitei, $a_{\min}$, estimată în partea (D01.2d), găsiți valoarea minimă, $i_{\min}$, a unghiului de înclinare. [3]

Presupunând un discul stelei are luminozitate uniformă, curba de lumină de tranzit ar arăta ca mai jos.



- (D01.4) Folosind curba de lumină dată, răspundeți la următoarele întrebări. Pentru referință, curba de lumină de mai sus este prezentată și în foaia de răspunsuri.

(D01.4a) Estimați valorile lui t_T și t_F în zile, marcând citirile corespunzătoare pe grafic. [3]

(D01.4b) Estimați valoarea medie a lui Δ prin marcarea citirilor corespunzătoare pe grafic și, prin urmare, determinați R_p în unități de $R_\odot$ [2]

(D01.4c) Determinați valoarea lui i în grade, presupunând că raza orbitei este $a_{\min}$. [2]

Introducerea întunecării marginii

Până acum am presupus că discul stelar este uniform luminos. În realitate, luminozitatea observată a discului stelei nu este uniformă din cauza „întunecării marginii” - un efect optic în care partea centrală a discului stelei apare mai luminoasă decât marginea sau „limbul”.

Efectul de întunecare a marginii poate fi măsurat prin intensitatea relativă $J(\theta) \equiv \frac{I(\theta)}{I(0)}$, unde θ este unghiul dintre normala la suprafața stelară într-un punct și linia care unește observatorul de acel punct, $I(\theta)$ este intensitatea observată a discului stelei în acel punct ($I(0)$ fiind intensitatea în centrul discului stelei). Pentru un observator îndepărtat, θ variază de la $\theta = 0$ (centrul discului) până la $\theta \approx 90^\circ$ (marginea discului).

(D01.5) Tabelul de mai jos prezintă valorile măsurate ale $J(\theta)$ la o anumită lungime de undă pentru Soare. Vom presupune că același profil de întunecare a marginii solare este valabil și pentru steaua S.

θ	$J(\theta)$	θ	$J(\theta)$	θ	$J(\theta)$	θ	$J(\theta)$
0°	1.000	20°	0.971	40°	0.883	70°	0.595
10°	0.994	25°	0.950	50°	0.794	80°	0.475
15°	0.984	30°	0.943	60°	0.724	90°	0.312

Profilul de întunecare a marginii poate fi modelat printr-o formulă pătratică:

$$J(\theta) = 1 - a_1(1 - \cos \theta) - a_2(1 - \cos \theta)^2,$$

unde a_1 și a_2 sunt două constante.

Vom estima coeficienții necunoscuți a_1 și a_2 din datele prezentate, realizând un grafic cu variabile adecvate.

(D01.5a) Alegeți o pereche de variabile (x_1, y_1) care sunt funcții potrivite ale lui θ și J , pe care doriți să le reprezentați grafic de-a lungul axelor x și respectiv y pentru a determina a_1 și a_2 . Scrieți expresiile pentru x_1 și y_1 . [2]

Dacă trebuie să definiți variabile suplimentare pentru grafice suplimentare, definiți-le ca (x_2, y_2) , etc.

(D01.5b) Scrieți în tabel valorile necesare pentru graficele dvs. [4]

(D01.5c) Reprezentați grafic variabilele nou definite pe hârtia milimetrică dată (marcați graficul ca „D01.5c”). [7]

(D01.5d) Obțineți a_1 și a_2 din grafic. Incertitudinile valorilor nu sunt necesare. [7]

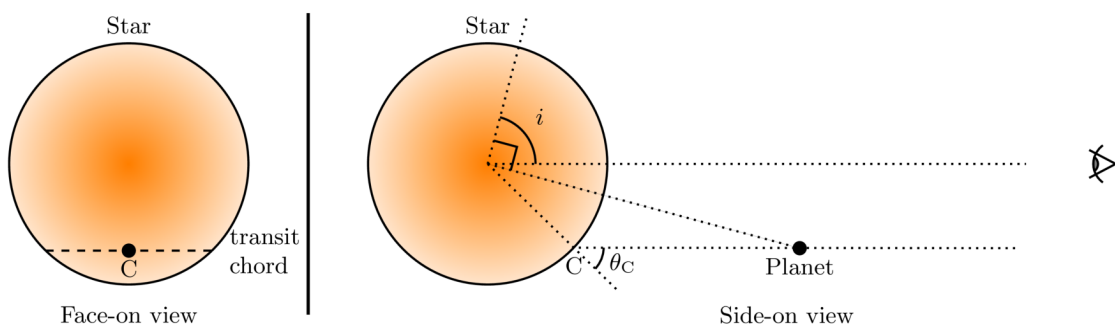
Tranzit în prezența întunecării marginii

Acum, considerăm tranzitul unei planete printr-un disc stelar cu margine întunecată. În prezența întunecării marginii, pe care o vom modela prin formula pătratică a lui $J(\theta)$ dată mai sus, intensitatea medie observată a întregului disc stelar (fără niciun tranzit), $\langle I \rangle$, este dată de:

$$\langle I \rangle = \left(1 - \frac{a_1}{3} - \frac{a_2}{6}\right) I(0)$$

În plus, scăderea de lumină cauzată de planeta în tranzit depinde acum nu doar de dimensiunea relativă a planetei și a stelei, $\left(\frac{R_p}{R_s}\right)$, ci și de profilul de intensitate al discului stelar de-a lungul corzii de tranzit, care, la rândul său, depinde de unghiul de înclinare, i .

Diagrama schematică de mai jos (nederesată la scară) prezintă configurația. Rețineți că partea mai luminoasă a stelei este reprezentată într-o nuanță mai închisă, în timp ce planeta este reprezentată ca un punct negru.



Aici, relația dintre $\left(\frac{R_p}{R_s}\right)$ și Δ măsurată din curba de lumină este

$$\Delta = \frac{I(\theta_C)}{\langle I \rangle} \left(\frac{R_p}{R_s} \right)^2,$$

unde $I(\theta_C)$ este intensitatea discului stelar la mijlocul coardei de tranzit (punctul C din figura de mai sus), θ_C fiind unghiul dintre linia de vizare și normala la suprafață în acel punct. Din cele de mai sus este evident că pentru o stea dată, aceeași valoare a lui Δ poate fi obținută prin mai multe combinații ale dimensiunii planetei, R_p și unghiului de înclinare i

- (D01.6) Este posibil să se determine în mod univoc atât R_p cât și i utilizând date de la curbele de lumină de tranzit la două lungimi de undă, să zicem, λ_B (albastru) și λ_R (roșu). Coeficienții de întunecare a limbilor pentru aceste două lungimi de undă sunt prezentați mai jos:

Lungime de undă	a_1	a_2
λ_B	0,82	0,05
λ_R	0,24	0,20

- (D01.6a) Alegeți afirmația corectă care descrie relația dintre adâncimea maximă a tranzitului Δ [2]
pentru λ_B și unghiul de înclinare (i) al orbitei și bifați-o (✓) în foaia de răspuns.

- A. Δ crește odată cu scăderea lui i .
B. Δ de crește odată cu scăderea lui i .
C. Δ este independent de i .

- (D01.6b) Adâncimea maximă a tranzitului (Δ) pentru „sistemul SP” a fost măsurată la 0,0182 [4]
și 0,0159 pentru λ_B și respectiv λ_R .

Reprezentați schematic curbele de tranzit ale luminii atât pentru λ_B cât și λ_R pe gridul dată și etichetați curbele cu „B” și respectiv „R”. Presupuneți că durată totală de tranzit este aceeași pentru ambele lungimi de undă. Nu este necesar ca curbele să fie la scară, dar ar trebui să reprezinte corect formele curbelor de lumină.

- (D01.7) Vom utiliza o metodă grafică pentru a găsi valorile lui R_p și i pentru sistemul SP folosind măsurătorile lui Δ la λ_B și λ_R .

- (D01.7a) Scrieți o expresie adecvată care leagă variabilele relevante care urmează să fie [6]
reprezentate grafic. (Indiciu: Puteți lua în considerare i sau b și R_p , printre variabilele relevante.)

- (D01.7b) Scrieți în tabel mărimile corespunzătoare care urmează să fie reprezentate grafic. [5]

- (D01.7c) Trasați un grafic adecvat și marcați-l ca „D01.7c”. [7]

- (D01.7d) Estimați valorile lui R_p (în $R_\odot$) și i (în grade) din grafic. [4]

- (D01.8) Pe baza rezultatelor obținute în această problemă, indicați dacă planeta P este „STÂNCOASĂ” sau [2]
„GAZOASĂ” bifând (✓) căsuța corespunzătoare din foaia de răspunsuri.

(D02) Prezicerea timpilor de sosire a ejecțiilor de masă coronală pe Pământ
[60 de puncte]

Soarele eliberează ocazional plasmă magnetizată, denumită ejecții de masă coronală (CME), care provin de la suprafața Soarelui și se propagă spre exterior. Prezicerea precisă a timpilor lor de sosire pe Pământ este crucială pentru înțelegerea și atenuarea efectelor lor potențiale asupra sateliților care orbitează Pământul. În această problemă, ne propunem să prezicem timpii de sosire a CME-urilor prin dezvoltarea unui model empiric, utilizând datele a 10 CME-uri. În cadrul acestei probleme, distanța dintre suprafața Soarelui și Pământ este considerată a fi $214R_{\odot}$.

În plus, presupunem că Soarele nu se rotește. Datorită forțelor electromagnetice, gravitaționale și de rezistență, CME-urile experimentează o accelerație variabilă pe parcursul propagării lor. În primele două părți ale acestei probleme, presupunem că regiunea dintre Soare și Pământ este vid.

CME-uri prin vid.

(D02.1) Viteza inițială, u , la suprafața solară ($= 1R_{\odot}$), viteza finală, v , la atingerea Pământului, și timpul necesar pentru a ajunge pe Pământ după părăsirea suprafeței Soarelui (în ore), τ , sunt date pentru 10 CME în tabelul următor.

CME	u	v	τ
Nume	(km s^{-1})	(km s^{-1})	(h)
CME-A	804	470	74,5
CME-B	247	360	127,5
CME-C	523	396	103,5
CME-D	830	415	71,0
CME-E	665	400	104,5
CME-F	347	350	101,5
CME-G	446	375	99,5
CME-H	155	360	97,0
CME-I	1016	515	67,0
CME-J	683	410	54,0

(D02.1a) Calculați accelerația medie, a , pentru fiecare CME în m s^{-2} . **[3]**

(D02.1b) Presupunem un model empiric pentru accelerația, a_{model} , a unei CME, care depinde de viteza sa inițială u ca, $a_{\text{model}} = m \left(\frac{u}{u_0} \right) + \alpha$; unde, a_{model} este exprimată în m s^{-2} , u este exprimată în km s^{-1} și $u_0 = 1.00 \times 10^3 \text{ km s}^{-1}$.

Determinați constantele m și α și incertitudinile asociate acestora folosind un grafic adecvat (marcați graficul ca „D02.1b”). **[15]**

(D02.1c) Pentru fiecare CME, scrieți în tabel a_{model} în m s^{-2} . Prin urmare, calculați abaterea medie pătratică (rms) a accelerațiilor, δa_{rms} , între accelerația calculată, a , și valorile modelului, a_{model} . **[4]**

- (D02.2) Considerăm alte două CME-uri: CME-1 și CME-2, cu viteze inițiale, $u = 1044 \text{ km s}^{-1}$ și respectiv 273 km s^{-1} .
- (D02.2a) Folosind modelul empiric obținut în (D02.1b), calculați timpii preziși de sosire pe Pământ, $\tau_{1,m}$ și $\tau_{2,m}$ (în ore), pentru CME-1 și respectiv CME-2. [4]
- (D02.2b) Timpii de sosire pe Pământ observați pentru CME-1 și CME-2 sunt de 46,0 h și respectiv 74,5 h. Modelul empiric este considerat VALID pentru o anumită CME dacă timpul său de sosire prezis este în limita a 20% din timpul său de sosire observat; în caz contrar, NU este VALID. Indicați validitatea modelului pentru fiecare CME bifând (✓) căsuța corespunzătoare din foaia de răspunsuri. [2]

CME-uri în prezența vântului solar

În realitate, spațiul dintre Soare și Pământ este pătruns de vântul solar, care exercită o forță de rezistență asupra CME-urilor. Această forță de rezistență poate fie să decelereze, fie să accelereze un CME, în funcție de viteza CME-ului în raport cu cea a vântului solar. Pentru a ține cont de influența vântului solar, vom folosi un model „drag-only” pentru distanțele $R_{\text{obs}}(t) \geq R_0$, unde R_0 este distanța dincolo de care forța de rezistență devine forța dominantă care afectează mișcarea CME-ului.

Distanța față de suprafața Soarelui, determinată din modelul „doar prin tragere”, $R_D(t)$, și viteza, $V_D(t)$, a unei CME în acest model sunt date de

$$R_D(t) = \frac{S}{\gamma} \ln [1 + S\gamma(V_0 - V_s)(t - t_0)] + V_s(t - t_0) + R_0$$

$$V_D(t) = \frac{V_0 - V_s}{1 + S\gamma(V_0 - V_s)(t - t_0)} + V_s$$

unde, $\gamma = 2 \times 10^{-8} \text{ km}^{-1}$, V_s este viteza constantă a vântului solar, R_0 și V_0 sunt distanța și viteza, respectiv, la momentul t_0 , iar S este factorul de semn. $S = 1$ dacă $V_0 > V_s$; $S = -1$ dacă $V_0 \leq V_s$.

- (D02.3) Tabelele de mai jos prezintă distanța radială observată față de suprafața Soarelui, $R_{\text{obs}}(t)$ (măsurată în $R_\odot$), în funcție de timp, t (în ore), pentru două CME: CME-3 și CME-4. Ultimul rând de date din fiecare tabel (D5 și P8, respectiv) corespunde timpului de sosire a CME-ului respectiv pe Pământ. Pentru această parte, se presupune că $V_s = 330 \text{ km s}^{-1}$.

CME-3		
Punct de date	t (în h)	$R_{\text{obs}}(t)$ (în $R_\odot$)
D1	0,200	6.36
D2	0,480	7,99
D3	1.22	11,99
D4	1,49	13.51
D5	58,05	214

CME-4		
Punct de date	t (în h)	$R_{\text{obs}}(t)$ (în $R_\odot$)
P1	1,00	4.00
P2	3,00	6.00
P3	4.00	9.00
P4	5,00	11.0
P5	21.0	43,0
P6	50,0	100
P7	85,0	170
P8	111	214

Vom evalua dacă modelul „drag-only” prezice în mod satisfăcător timpii de sosire ai acestor CME-uri. Pentru a utiliza acest model, este necesară o alegere adecvată a t_0 și a valorilor corespunzătoare R_0 și V_0 .

- (D02.3a) Pentru CME-3, luați următoarele două cazuri: [6]
 (C1) t_0 este considerat punctul de mijloc al intervalului D1 – D2
 (C2) t_0 este luat ca punct de mijloc al intervalului D3 – D4
 Presupunem că viteza rămâne constantă în fiecare interval specific D1–D2 și D3–D4, dar poate diferi între cele două intervale.
- Folosind t_0 , R_0 și V_0 , calculați diferența dintre distanța radială observată și cea prezisă $\delta R_D \equiv R_{\text{obs}}(t) - R_D(t)$ în unități de $R_\odot$ la $t = 58,05$ h, pentru fiecare dintre cele două cazuri.
- (D02.3b) Evaluați $R_D(t)$ în punctele P5, P6, P7 și P8 dintre Soare și Pământ pentru CME-4 [4]
 pentru următoarele două cazuri, adoptând o procedură similară cu (D02.3a):
- (C3) t_0 este luat ca punct de mijloc al intervalului P1 – P2
 (C4) t_0 este considerat punctul de mijloc al intervalului P3 – P4.
- (D02.3c) Reprezentați grafic $R_D(t)$ (în $R_\odot$) în funcție de t (în ore) pentru cele două cazuri, C3 și C4, pentru CME-4 în punctele P5, P6, P7 și P8 (marcați graficul ca „D02.3c”). Pe același grafic, desenați curbele ale lui $R_D(t)$ pentru cele două cazuri menționate mai sus. [10]
 Pentru această parte, luați intervalul axei x de la 0 la 180 de ore.
- (D02.3d) Folosind graficul, estimați diferența absolută, $|\delta\tau|$ dintre momentul real de sosire a CME-4 pe Pământ și momentul său de sosire prezis de modelul drag-only la înaintare, [4]
 pentru fiecare dintre cazurile C3 și C4.
- (D02.3e) Indicați dacă următoarea afirmație este ADEVĂRATĂ sau FALSĂ bifând (✓) căsuța [1]
 corespunzătoare din foaia de răspunsuri (nu este necesară o justificare scrisă):
 „Forțele de rezistență exercitate de vântul solar asupra CME-urilor devin dominante pentru CME-3 la un moment mai timpuriu în comparație cu CME-4”.
- (D02.4) Considerăm rezistența la înaintare ca forța dominantă care acționează asupra a 10 CME-uri din partea D02.1. Presupunem că modelul „drag-only” este aplicabil de la suprafața Soarelui ($R_0 = 1 R_\odot$) și dincolo de aceasta, pentru toate CME-urile. [7]
 Estimați și reprezentați în tabel viteza vântului solar V_s în km s^{-1} pentru fiecare CME. În plus, estimați viteza medie a vântului solar $V_{s, \text{avg}}$ pentru toate cele 10 CME.