

(D01) 30 metų egzoplanetoms

[90 taškų]

Šioje užduotyje nagrinėjami dviejų pagrindinių egzoplanetų aptikimo metodų - radialinių greičių ir tranzitų - aspektai. Šioje užduotyje nagrinėsime sistemą, kurią sudaro viena planeta (P), skriejanti aplink Saulės tipo žvaigždę (S) apskritimine a spindulio orbita. Šią sistemą toliau vadinsime "SP sistema".

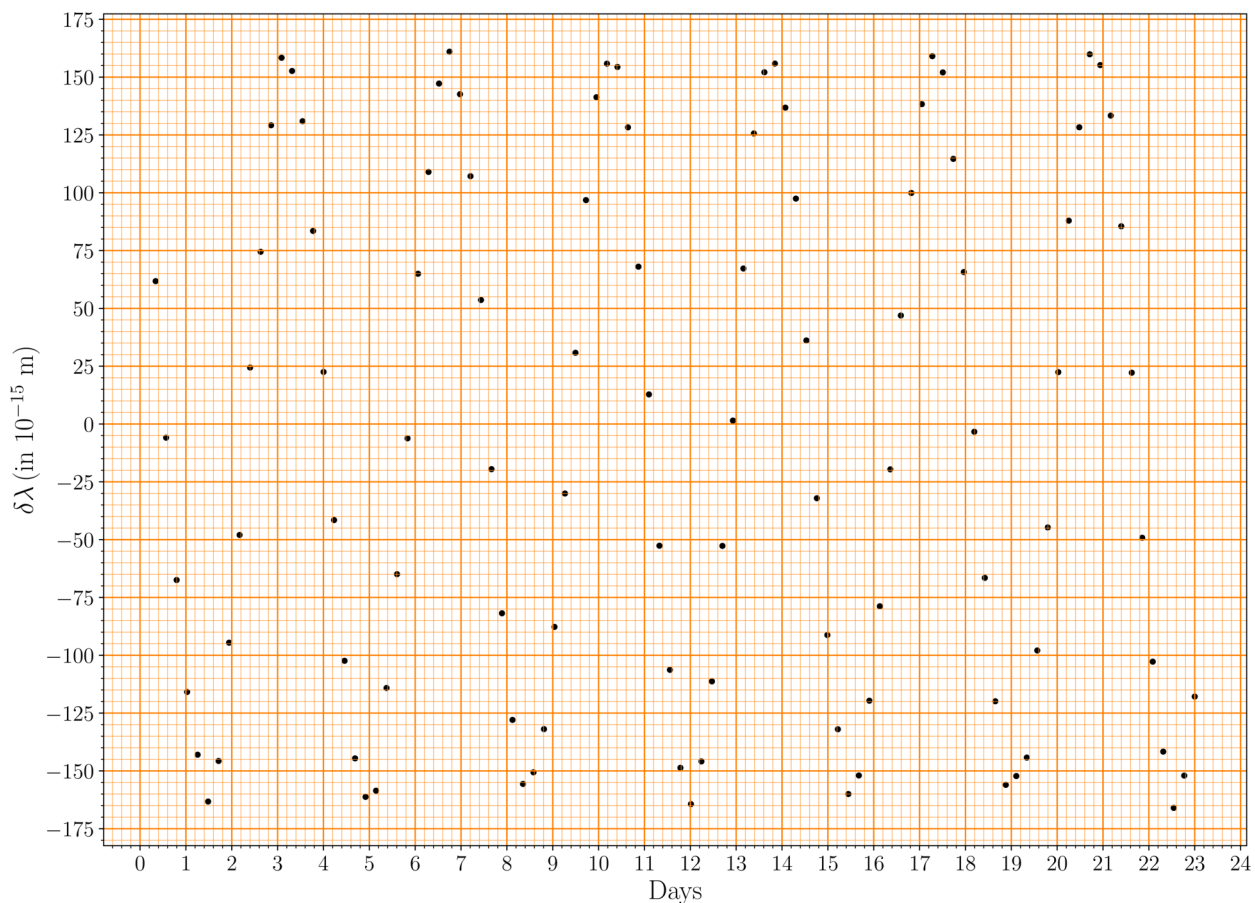
- (D01.1) Žvaigždės S regimasis V ryškis yra $7,65 \pm 0,03$ mag, paralaksas - $20,67 \pm 0,05$ miliarksekundžių, o bolometrinė pataisa (BC) = $-0,065$ mag. Tai reiškia, kad žvaigždės bolometrinis šviesis didesnis, negu V šviesis.

Apskaičiuokite žvaigždės masę M_s ($M_\odot$ vienetais), remdamiesi, kad žvaigždžių masės-šviesio ($M-L$) sąryšis proporcingas $L \propto M^4$. Apskaičiuokite M_s paklaidą. Naudinga išraiška: $d \ln x / dx = 1/x$.

Radialinio greičio metodas

Radialinio greičio metodas remiasi žinomų spektro linijų Doplerio poslinkiu $\delta\lambda \equiv \lambda_{\text{obs}} - \lambda_0$ tarp stebimo bangos ilgio λ_{obs} ir laboratorinio bangos ilgio λ_0 . Šiuo metodu galima aptikti egzoplanetas ir nustatyti jos parametrus.

Žemiau esančiame grafike parodyta Fe I linijos ($\lambda_0 = 543.45 \times 10^{-9}$ m) $\delta\lambda$ priklausomybė nuo laiko SP sistemai.



Radialinio greičio pusamplitudė K išreiškiama $K \equiv (v_{r, \text{max}} - v_{r, \text{min}})/2$, kur $v_{r, \text{max}}$ ir $v_{r, \text{min}}$ yra, atitinkamai, mažiausias ir didžiausias radialinis greitis. Apskritiminei planetos orbitai pusamplitudės K išraišką galima užrašyti taip:

$$K = \left(\frac{2\pi G}{T} \right)^{1/3} \frac{M_p \sin i}{(M_p + M_s)^{2/3}}$$

kur T - orbitinis periodas, i - planetos orbitos polinkis (kampas tarp planetos orbitos plokštumos statmens ir stebėtojo regėjimo linijos), M_p ir M_s - atitinkamai, planetos ir žvaigždės masės.

(D01.2) Naudodamiesi Summary Answersheet lape pateikta šio grafiko kopija (pasukta 90 deg), atlikite šias užduotis.

(D01.2a) Nubrėžkite tolydžią kreivę per grafike pavaizduotus taškus. [2]

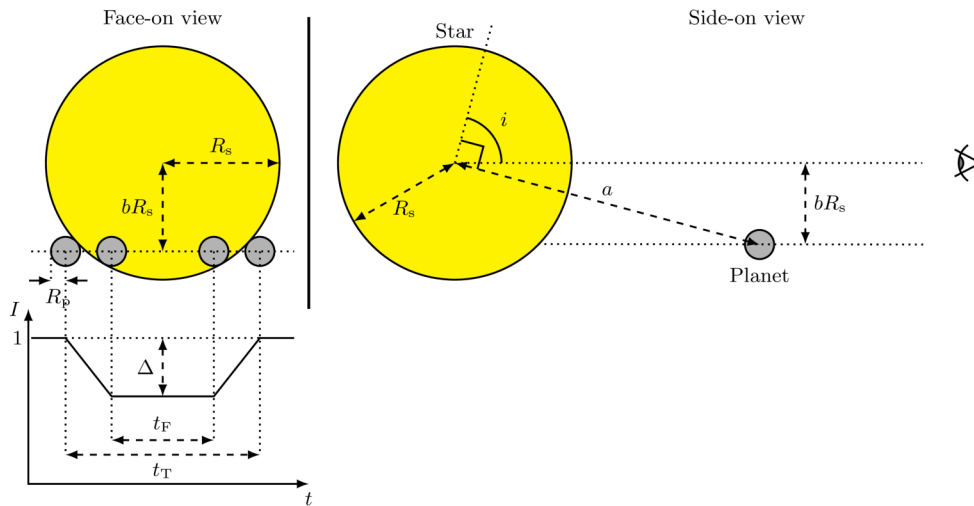
(D01.2b) Pasirinkite tinkamiausius (kaip jums atrodo) savo nubrėžtos kreivės taškus ir nustatykite T ir K bei jų paklaidas. Visų taškų, kuriuos naudosite T ir K apskaičiavimui, vertės turi būti užrašytos Summary Answersheet lapo lentelėje. Galite naudoti lentelę parodyti tarpinius skaičiavimus, jeigu to reikia. Užrašykite lentelės stulpelių pavadinimus. [11]

(D01.2c) Raskite mažiausią planetos masę $M_{p, \min}$ ($M_{\odot}$ vienetais) ir jos paklaidą, darant [5]
prielaidą, kad $M_p \ll M_s$.

(D01.2d) Naudodami (D01.2c) dalyje apskaičiuotą $M_{p, \min}$ vertę, apskaičiuokite mažiausią [4]
planetos orbitos didžiojo pusašio $a_{\min}$ vertę au vienetais ir jos paklaidą.

Tranzito metodas (be disko tamsėjimo į kraštus efekto)

Žemiau matote planetos tranzito schemą (ne pagal mastelį). Pradžioje tarsime, kad žvaigždės disko vidutinis paviršinis šviesis (intensyvumas) yra vienodas.



Spindesio kreivė, vaizduojanti normuoto intensyvumo I priklausomybę nuo laiko t , parodyta aukščiau esančioje schemoje. Vidutinis žvaigždės intensyvumas už tranzito ribų laikomas lygiu vienetui. Didžiausias normuoto intensyvumo sumažėjimas žymimas Δ . Jeigu žvaigždės disko intensyvumas laikomas vienetu, planetos spindulio R_p ir Δ sąryšis

$$\left(\frac{R_p}{R_s}\right)^2 = \Delta,$$

kur R_s yra žvaigždės spindulys.

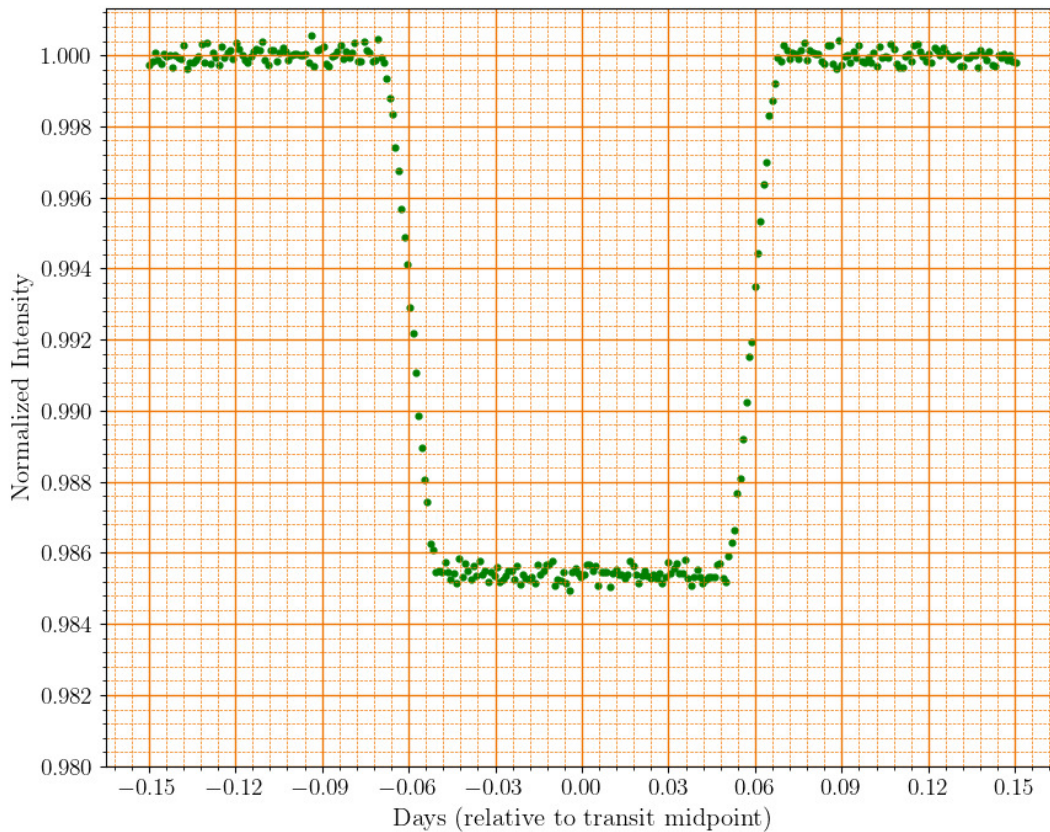
t_T žymi bendrą tranzito trukmę (kai planetos disko dalis arba visas diskas uždengia dalį žvaigždės disko), o t_F žymi trukmę, kai planeta yra visiškai priešais žvaigždės diską. "Impact parametras" b (žr. schemą) yra projekcinis atstumas tarp planetos ir žvaigždės disko centro tranzito viduryje ir yra išreikštas žvaigždės spindulio R_s vienetais.

Kai planetos orbita matoma beveik briauna, "impact parametras" išreiškiamas

$$b = \left[\frac{(1 - \sqrt{\Delta})^2 - (t_F/t_T)^2(1 + \sqrt{\Delta})^2}{1 - (t_F/t_T)^2} \right]^{1/2}$$

- (D01.3) SP sistemos žvaigždės spindulys yra $R_s = 1, 20R_\odot$, o planetos tranzitas yra stebimas. Naudodami minimalų orbitos spindulį $a_{\min}$ įvertintą (D01.2d) dalyje, raskite minimalią polinkio kampo $i_{\min}$ vertę. [3]

Darant prielaidą, kad žvaigždės diskas yra vienodo paviršinio šviesio, tranzito spindesio kitimo kreivė atrodytų taip, kaip parodyta žemiau.



- (D01.4) Naudodamiesi pateikta spindesio kitimo kreive, atlikite šias užduotis (ši kreivė taip pat pateikta ir Summary Answersheet lape):

(D01.4a) Įvertinkite t_T ir t_F vertes dienomis, pažymėdami atitinkamus rodmenis grafike. [3]

(D01.4b) Įvertinkite vidutinę Δ reikšmę, pažymėdami atitinkamus rodmenis grafike, ir iš čia raskite R_p išreikštą $R_\odot$ vienetais. [2]

(D01.4c) Nustatykite i reikšmę laipsniais, tariant, kad orbitos spindulys yra $a_{\min}$. [2]

Disko tamsėjimo efekto pristatymas

Iki šiol darėme prielaidą, kad visas žvaigždės disko paviršius yra vienodo paviršinio šviesio. Iš tikrųjų stebimas disko šviesis nėra tolygus dėl „limbo patamsėjimo“ – optinio efekto, kai centrinė žvaigždės disko dalis atrodo šviesesnė nei kraštai arba „limbas“.

Limbo patamsėjimo efektą galima išmatuoti santykiniu šviesiu $J(\theta) \equiv \frac{I(\theta)}{I(0)}$, kur θ yra kampas tarp žvaigždės paviršiaus statmens taške ir linijos, jungiančios stebėtoją su tuo tašku, $I(\theta)$ yra stebimas žvaigždės disko paviršinis šviesis tame taške ($I(0)$ yra šviesis žvaigždės disko centre). Tolimo stebėtojo atveju θ kinta nuo $\theta = 0$ (disko centras) iki $\theta \approx 90^\circ$ (disko kraštas).

- (D01.5) Žemiau lentelėje pateikiami išmatuoti Saulės $J(\theta)$ tam tikram bangos ilgiui. Darysime prielaidą, kad toks pat limbo tamsėjimo profilis galioja ir žvaigždei S.

θ	$J(\theta)$	θ	$J(\theta)$	θ	$J(\theta)$	θ	$J(\theta)$
0°	1,000	20°	0,971	40°	0,883	70°	0,595
10°	0,994	25°	0,950	50°	0,794	80°	0,475
15°	0,984	30°	0,943	60°	0,724	90°	0,312

Limbo tamsėjimo profilį galima aprašyti kvadratine išraiška:

$$J(\theta) = 1 - a_1(1 - \cos \theta) - a_2(1 - \cos \theta)^2,$$

kur a_1 ir a_2 yra dvi konstantos.

Remdamiesi pateiktais duomenimis, įvertinsime nežinomus koeficientus a_1 ir a_2 nubraižydami grafiką su tinkamais kintamaisiais.

- (D01.5a) Pasirinkite kintamųjų porą (x_1, y_1) , kuri yra tinkama vaizduoti priklausomybei nuo θ [2]
ir J . Pasirinktų kintamųjų priklausomybes reikės pavaizduoti atitinkamai x ir y ašyse,
kad nustatytumėte a_1 ir a_2 . Užrašykite x_1 ir y_1 išraiškas.

Jei reikia apibrėžti papildomus kintamuosius papildomiems grafikams, apibrėžkite juos
kaip (x_2, y_2) ir t. t.

- (D01.5b) Lentelėje surašykite savo grafikams reikalingas vertes. [4]

- (D01.5c) Nubraižykite naujai apibrėžtus kintamuosius ant duoto milimetrinio (Graph Paper) [7]
popieriaus lapo (pažymėkite šį grafiką kaip „D01.5c“).

- (D01.5d) Iš grafiko gaukite a_1 ir a_2 . Paklaidų nustatinėti nereikia. [7]

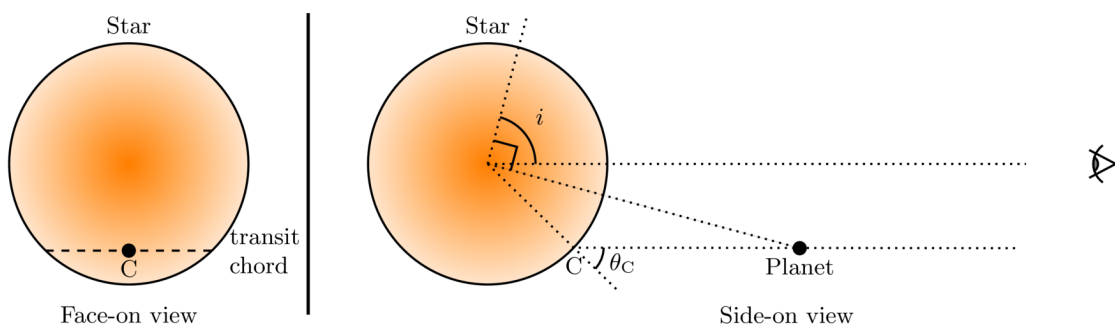
Tranzitas esant disko tamsėjimui

Dabar nagrinėsime planetos tranzitą per žvaigždės diską, kuris nuo centro į išorę tamsėja (su limbo tamsėjimu). Tamsėjimą modeliuosime pagal aukščiau pateiktą kvadratinę lygtį, $J(\theta)$. Vidutinis stebimas viso žvaigždės disko šviesis (be jokio tranzito), $\langle I \rangle$, apskaičiuojamas taip:

$$\langle I \rangle = \left(1 - \frac{a_1}{3} - \frac{a_2}{6}\right) I(0)$$

Planetos tranzito sukeltas spindesio mažėjimas dabar priklauso ne tik nuo santykinio planetos ir žvaigždės dydžio, $\left(\frac{R_p}{R_s}\right)$, bet ir nuo žvaigždės disko paviršinio švieso kitimo profilio išilgai tranzito chordos (žr. schemą žemiau), kuri savo ruožtu priklauso nuo polinkio kampo, i .

Žemiau pateiktoje schemoje (ne pagal mastelį) parodyta konfigūracija. Ryškesnė žvaigždės disko dalis vaizduojama tamsesne spalva, o planeta pavaizduota juodu skrituliuku.



Čia sąryšis tarp $\left(\frac{R_p}{R_s}\right)$ ir išmatuotos Δ vertės iš spindesio kitimo kreivės yra

$$\Delta = \frac{I(\theta_C)}{\langle I \rangle} \left(\frac{R_p}{R_s} \right)^2,$$

kur $I(\theta_C)$ yra žvaigždės disko šviesis tranzito chordos vidurio taške (C taškas aukščiau esančiame paveikslėlyje), θ_C yra kampas tarp matymo linijos ir paviršiaus statmens tame taške. Iš to, kas išdėstyta pirmiau, akivaizdu, kad tam tikrai žvaigždei tą pačią Δ vertę galima gauti taikant daugybę planetos dydžio R_p ir polinkio kampo i derinių.

- (D01.6) Galima vienareikšmiškai nustatyti R_p ir i , naudojant tranzito šviesos kreivių duomenis ties dviem bangos ilgiais, pvz, λ_B (mėlyna) ir λ_R (raudona). Lentelėje pateikiami limbo patamsėjimo koeficientai ties šiais dviem bangos ilgiais:

Bangos ilgis	a_1	a_2
λ_B	0,82	0,05
λ_R	0,24	0,20

- (D01.6a) Iš žemiau pateiktų teiginių pasirinkite teisingą, kuris apibūdina sąryšį tarp didžiausio tranzito gylio Δ ties λ_B ir orbitos polinkio kampo (i). Pasirinkimą pažymėkite varnele (✓) Summary Answersheet lape. [2]
- A. Δ didėja mažėjant i .
 B. Δ mažėja mažėjant i .
 C. Δ nepriklauso nuo i .

- (D01.6b) Nustatyta, kad didžiausias SP sistemos tranzito gylis (Δ) yra 0,0182 ir 0,0159 ties λ_B ir λ_R , atitinkamai. [4]

Schematiškai nubraižykite tranzito šviesos kreives ties λ_B ir λ_R duotame grafiko šablone ir pažymėkite kreives, atitinkamai, "B" (mėlyna) ir "R" (raudona). Tarkime, kad ties abiem bangos ilgiais bendra tranzito trukmė yra vienoda. Kreivių mastelis nebūtinai turi būti vienodas, tačiau jos turi teisingai vaizduoti šviesos kreivių formą.

- (D01.7) SP sistemos R_p ir i vertėms rasti naudosime grafinį metodą ir Δ matavimus ties λ_B ir λ_R .

- (D01.7a) Parašykite išraišką, siejančią tinkamus kintamuosius, kuriuos reikia pavaizduoti grafiškai. (Užuomina: tarp tinkamų kintamųjų gali būti i arba b ir R_p .) [6]

- (D01.7b) Lentelėje surašykite atitinkamas vertes, kurias vaizduosite grafikuose. [5]

- (D01.7c) Nubraižykite grafiką ir pažymėkite jį „D01.7c“. [7]

- (D01.7d) Apskaičiuokite R_p ($R_\odot$ vienetais) ir i (laipsniais) vertes pagal grafiką. [4]

- (D01.8) Remiantis užduotyje gautais rezultatais, Summary Answersheet lape pažymėkite varnele (✓) ar planeta P yra "ROCKY" (uolinė), ar "GASEOUS" (dujinė). [2]

(D02) Vainikinės masės atvykimo laiko iki Žemės prognozavimas
[60 taškų]

Saulė retkarčiais išmeta įmagnetintą plazmą, vadinamą vainikinės masės išmetimu (CME), kuris prasideda Saulės paviršiuje ir sklinda tolyn nuo jos, kartais pataikydamas ir į Žemę. Tikslus išmestos plazmos atvykimo į Žemę laiko numatymas yra labai svarbus norint suprasti ir sušvelninti jos galimą poveikį aplink Žemę skriejantiems palydovams. Šiame uždavinyje sieksime numatyti CME atvykimo laiką (trukmę), sukurdami empirinį modelį ir naudodami 10-ties CME duomenis. Šiame uždavinyje atstumas tarp Saulės paviršiaus ir Žemės laikomas $214R_{\odot}$.

Be to, tarsime, kad Saulė nesisuka. Dėl elektromagnetinių, gravitacinių ir tempimo (drag) jėgų CME sklidimo metu plazma patiria kintamą pagreitį. Pirmosiose dviejose šio uždavinio dalyse darome prielaidą, kad erdvėje tarp Saulės ir Žemės yra vakuumas.

CME vakuume.

- (D02.1) Šioje lentelėje pateikti 10-ies CME pradiniai greičiai, u , Saulės paviršiuje ($= 1R_{\odot}$), ir greičiai, v , pasiekus Žemę, bei sklidimo iki Žemės laikas valandomis, τ .

CME	u	v	τ
Vardas	(km s^{-1})	(km s^{-1})	(val.)
CME-A	804	470	74,5
CME-B	247	360	127,5
CME-C	523	396	103,5
CME-D	830	415	71,0
CME-E	665	400	104,5
CME-F	347	350	101,5
CME-G	446	375	99,5
CME-H	155	360	97,0
CME-I	1016	515	67,0
CME-J	683	410	54,0

- (D02.1a) Apskaičiuokite kiekvieno CME vidutinį pagreitį a , išreikštą m s^{-2} . **[6]**

- (D02.1b) Darome prielaidą, kad CME pagreitis empiriniame modelyje a_{model} priklauso nuo pradinio greičio u taip: $a_{\text{model}} = m \left(\frac{u}{u_0} \right) + \alpha$; , kur a_{model} išreiškiamas m s^{-2} , u išreiškiamas km s^{-1} ir $u_0 = 1,00 \times 10^3 \text{ km s}^{-1}$.

Nustatykite konstantas m ir α bei jų paklaidas, naudodami atitinkamą grafiką **[12]** (pažymėkite grafiką „D02.1b“).

- (D02.1c) Kiekvienam CME surašykite a_{model} reikšmę m s^{-2} . Apskaičiuokite vidutinį kvadratinį (rms) pagreičio nuokrypį, δa_{rms} , tarp modeliinių a_{model} ir apskaičiuotų a pagreičio verčių. **[4]**

- (D02.2) Nagrinėjame dar du CME: CME-1 ir CME-2, kurių pradiniai greičiai, atitinkamai, $u = 1044 \text{ km s}^{-1}$ ir 273 km s^{-1} .
- (D02.2a) Naudodami (D02.1b) gautą empirinį modelį, apskaičiuokite numatomą CME-1 ir CME-2 sklidimo iki Žemės laiką, $\tau_{1, m}$ ir $\tau_{2, m}$ (valandomis). **[4]**
- (D02.2b) Stebimas CME-1 ir CME-2 sklidimo iki Žemės laikas yra atitinkamai 46,0 val. ir 74,5 val. Empirinis modelis laikomas TINKAMU (VALID) konkrečiam CME, jei jo numatomas sklidimo laikas yra 20% ribose nuo stebimo sklidimo laiko; priešingu atveju jis NETINKAMAS (NOT VALID). Nurodykite modelio tinkamumą abiem CME pažymėdami varnele (✓) atitinkamą langelį Summary Answersheet lape. **[2]**

CME esant saulės vėjui

Iš tikrųjų erdvė tarp Saulės ir Žemės persmelkia Saulės vėjas, kuris CME veikia tam tikra tempimo (drag) jėga. Ši jėga gali tiek sulėtinti, tiek ir įgreitinti CME, priklausomai nuo jo greičio Saulės vėjo atžvilgiu. Norėdami įvertinti Saulės vėjo įtaką, naudosime „drag-only“ („tik tempimas“) modelį atstumams $R(t) \geq R_0$, kur R_0 yra atstumas, už kurio tempimo jėga tampa dominuojančia jėga, veikiančia CME judėjimą.

Šiame modelyje CME atstumas nuo Saulės paviršiaus, $R_D(t)$, ir greitis, $V_D(t)$, apskaičiuojami taip

$$R_D(t) = \frac{S}{\gamma} \ln [1 + S\gamma(V_0 - V_s)(t - t_0)] + V_s(t - t_0) + R_0$$

$$V_D(t) = \frac{V_0 - V_s}{1 + S\gamma(V_0 - V_s)(t - t_0)} + V_s$$

, kur, $\gamma = 2 \times 10^{-8} \text{ km}^{-1}$, V_s yra pastovus saulės vėjo greitis, R_0 ir V_0 yra, atitinkamai, atstumas ir greitis laiko momentu t_0 , o S yra ženklo daugiklis. $S = 1$, jei $V_0 > V_s$; $S = -1$, jei $V_0 \leq V_s$.

- (D02.3) Žemiau esančiose lentelėse parodytas stebėtas CME radialinis atstumas nuo Saulės paviršiaus, $R_{\text{obs}}(t)$ (matuojamas $R_\odot$), kaip laiko, t (valandomis), funkcija dviems CME: CME-3 ir CME-4. Paskutinis duomenų vertė kiekvienoje lentelėje (atitinkamai D5 ir P8) atitinka CME atvykimo į Žemę laiko momentą. Čia laikykite, kad $V_s = 330 \text{ km s}^{-1}$.

CME-3		
Duomenų taškas	t (val.)	$R_{\text{obs}}(t)$ ($R_\odot$)
D1	0,200	6,36
D2	0,480	7,99
D3	1,22	11,99
D4	1,49	13,51
D5	58,05	214

CME-4		
Duomenų taškas	t (val.)	$R_{\text{obs}}(t)$ ($R_\odot$)
P1	1,00	4,00
P2	3,00	6,00
P3	4,00	9,00
P4	5,00	11,0
P5	21,0	43,0
P6	50,0	100
P7	85,0	170
P8	111	214

Įvertinsime, ar „drag-only“ modelis patenkinamai prognozuoja šių CME sklidimo iki Žemės laiko trukmę. Norint naudoti šį modelį, reikia tinkamai pasirinkti t_0 ir atitinkamus R_0 bei V_0 .

- (D02.3a) CME-3 pasirinkite šiuos du atvejus: [6]
 (C1) t_0 yra intervalo D1 - D2 vidurys,
 (C2) t_0 yra intervalo D3 - D4 vidurys.
 Tarkime, kad greitis išlieka pastovus kiekviename iš intervalų D1-D2 ir D3-D4, bet gali skirtis tarp šių dviejų intervalų.

Abiems atvejams, naudodami t_0 , R_0 , ir V_0 , apskaičiuokite skirtumą tarp stebimo ir prognozuojamo radialinio atstumo $\delta R_D \equiv R(t) - R_D(t)$, išreikštą $R_\odot$ kai $t = 58,05$ h.

- (D02.3b) Žemiau pateiktiems dviems atvejams įvertinkite $R_D(t)$ taškuose P5, P6, P7 ir P8 tarp Saulės ir Žemės CME-4, taikydami procedūrą kaip (D02.3a): [4]

(C3) t_0 yra intervalo P1 - P2 vidurys,
 (C4) t_0 yra intervalo P3 - P4 vidurys.

- (D02.3c) C3 ir C4 atvejams nubraižykite $R_D(t)$ ($R_\odot$) priklausomybę nuo t (valandomis) CME-4 taškuose P5, P6, P7 ir P8 (pavadinkite grafiką "D02.3c"). Tame pačiame grafike nubraižykite tolydžias kreives vaizduojančias $R_D(t)$ minėtiems dviem atvejams. Šioje dalyje x ašies intervalas yra nuo 0 iki 180 val. [10]

- (D02.3d) Naudodamiesi grafiku, apskaičiuokite skirtumo modulį $|\delta\tau|$ tarp faktinio sklidimo iki Žemės laiko ir prognozuoto pagal „drag-only“ modelį sklidimo laiko, CME-4 C3 ir C4 atvejams. [4]

- (D02.3e) Summary Answersheet lape varnele (✓) pažymėkite, ar toliau pateiktas teiginys yra TRUE (teisingas), ar FALSE (neteisingas), (atsakymo pagrįsti raštu nereikia): „Saulės vėjo kuriama tempimo ("drag") jėga, veikianti CME, tampa svarbesnė CME-3 anksčiau negu CME-4“. [1]

- (D02.4) Tarkite, kad tempimas ("drag") yra dominuojanti jėga, veikianti dešimtį CME (D02.1 dalis). Priimkite, kad visiems CME "drag-only" modelis tinkamas nuo Saulės paviršiaus ($R_0 = 1 R_\odot$) ir tolyn. [7]

Apskaičiuokite ir įrašykite lentelėse Saulės vėjo greitį V_s km s⁻¹ kiekvienam CME. Tada, apskaičiuokite kiekvienam iš 10-ies CME vidutinį Saulės vėjo greitį $V_{s, \text{avg}}$.