

(D01) Экзопланеталардың 30 жылы

[90 балл]

Бұл есепте экзопланеталарды анықтаудың екі негізгі әдісінің кейбір аспектілерін зерттейді: радиалды жылдамдық және транзит. Сондай ақ, біз бір планетаның (P) радиусы a болатын шеңберлі орбитадағы күн типті жұлдыздың (S) айналасындағы белгілі бір жүйесін қарастырамыз. Біз бұл жүйені “SP жүйесі” деп атаймыз.

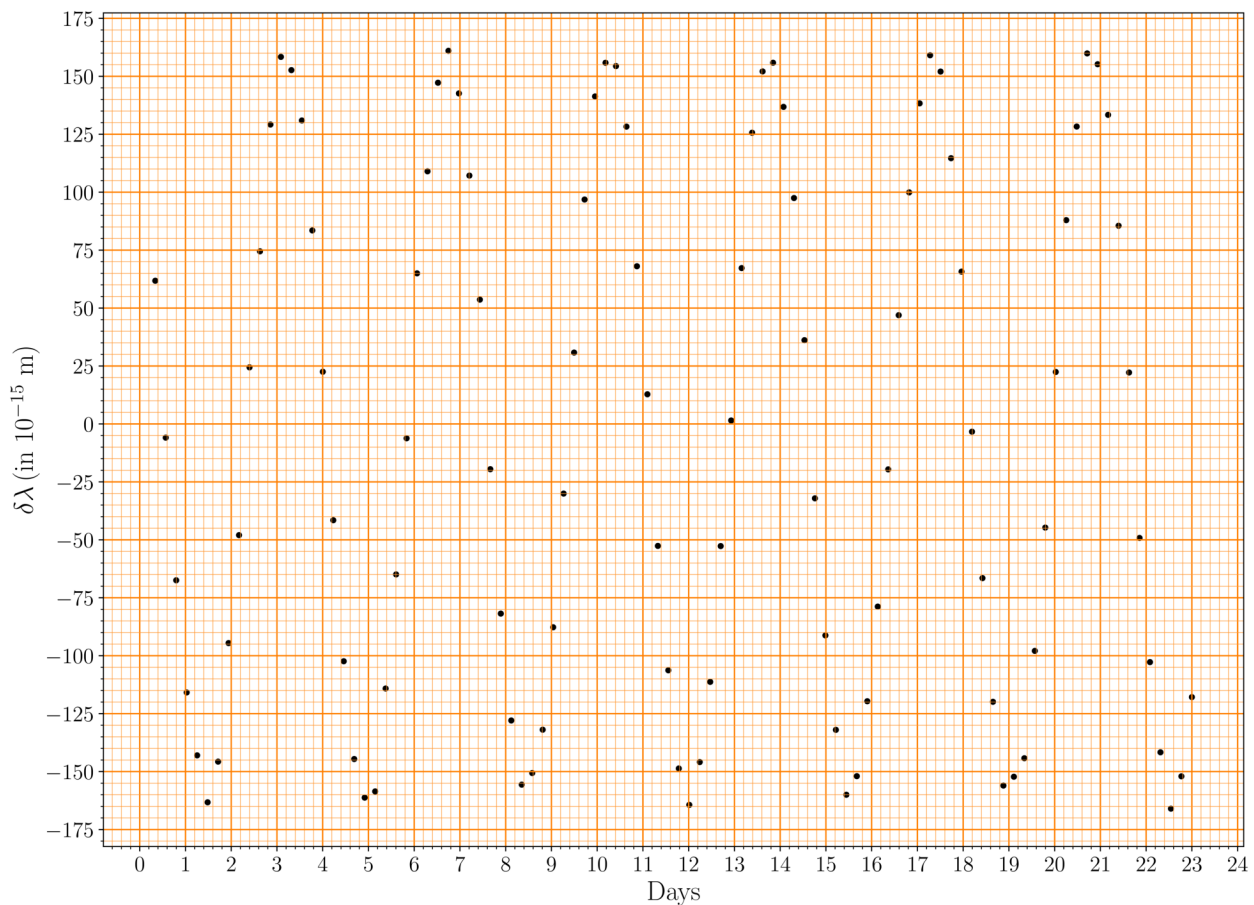
(D01.1) S жұлдызының V-жолағының көрінетін жұлдыздық шамасы 7.65 ± 0.03 mag, ал параллаксы 20.67 ± 0.05 миллиарксекунд және болометриялық түзету (BC) -0.0650 mag болса, жұлдыздың болометриялық жарықтылығы V-жолағының жарықтылығынан жоғары болады деп есептейміз.

Жұлдыздың массасын, M_s (бірліктерде $M_\odot$) бағалаңыз, массасы - жарықтылығы ($M-L$) [8] қатынасы $L \propto M^4$ түрінде деп есептей отырып. Сондай-ақ M_s белгісіздігін бағалаңыз. Сізге $d \ln x / dx = 1/x$ қажет болуы мүмкін.

Радиалды жылдамдық әдісі

Радиалды жылдамдық әдісі белгілі спектр сызығының бақылау толқын ұзындығы λ_{obs} мен тыныштық толқын ұзындығы λ_0 арасындағы Доплер ығысуын $\delta\lambda \equiv \lambda_{\text{obs}} - \lambda_0$ пайдаланып, экзопланетаны анықтап, оның сипаттамаларын анықтайды.

Төмендегі суретте SP жүйесі үшін уақытқа байланысты Fe I сызығының ($\lambda_0 = 543.45 \times 10^{-9}$ м) $\delta\lambda$ көрсетілген.



Радиалды жылдамдықтың жарты амплитудасы K $K \equiv (v_{r, \text{max}} - v_{r, \text{min}})/2$ ретінде анықталады, мұндағы $v_{r, \text{max}}$ және $v_{r, \text{min}}$ сәйкесінше максималды және минималды радиалды жылдамдықтар. Дөңгелек планеталық орбита үшін жарты амплитуда K келесі түрде жазылады:

$$K = \left(\frac{2\pi G}{T} \right)^{1/3} \frac{M_p \sin i}{(M_p + M_s)^{2/3}}$$

мұндағы T - период, i - планеталық орбитаның көлбеу бұрышы (планетаның орбиталық жазықтығына перпендикуляр және бақылаушының көру сызығы арасындағы бұрыш), M_p және M_s сәйкесінше планета мен жұлдыздың массалары.

(D01.2) Төмендегі сұрақтарға жауап беру үшін Жауап парағында берілген жоғарыдағы графикті (90 deg бұрылған) пайдаланыңыз.

(D01.2a) Графикте көрсетілген бақылау деректеріне сәйкес тегіс қисық сызық сызыңыз. [2]

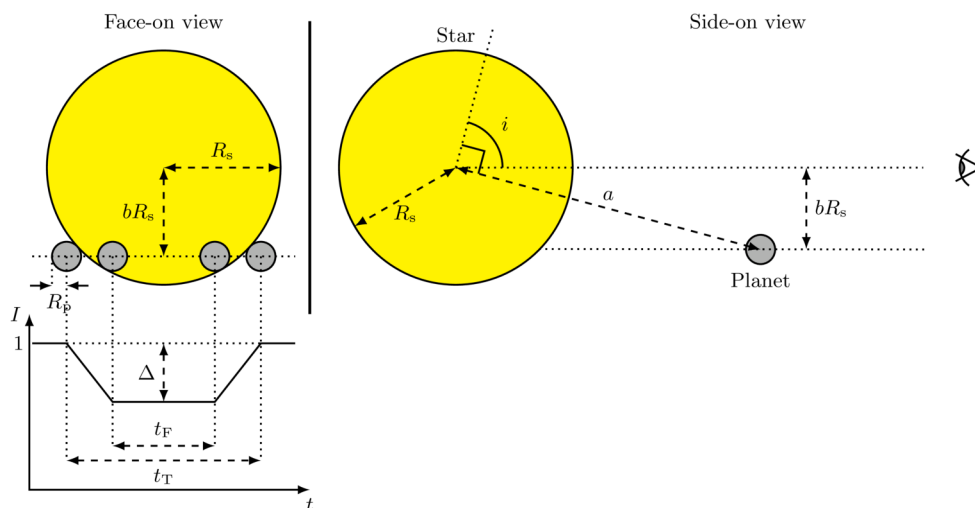
(D01.2b) Сызған қисық сызығыңыздан сәйкес нүктелерді таңдап, T және K мәндерін және олардың сәйкес белгісіздіктерін анықтау үшін сәйкес әдістерді қолданыңыз. T және K есептеу үшін пайдаланылған барлық деректер нүктелері Жауаптар парағындағы кестеде көрсетілуі керек. Қажет болған жағдайда, аралық есептеулеріңізді көрсету үшін кестенің қалған бөлігін сәйкес тақырыптармен пайдаланыңыз. [11]

(D01.2c) Планетаның минималды массасын $M_{p, \min}$ (в $M_\odot$) және оның сәйкес белгісіздігін табыңыз, егер $M_p \ll M_s$ деп есептесек. [5]

(D01.2d) (D01.2c) бөлімінде есептелген $M_{p, \min}$ мәнін пайдаланып, планетаның орбитасының жартылай үлкен осінің минималды мәнін $a_{\min}$, а.б. және оның белгісіздігін есептеңіз. [4]

Транзит әдісі (шеткі күңгірттенуісіз)

Төменде планетаның транзитінің масштабсыз сызылған схемалық диаграммасы көрсетілген. Алдымен, жұлдыз дискісінің біркелкі орташа қарқындылығы бар деп, жұлдыздың өзіне тән кейбір ішкі шуылымен қабылдаймыз.



Жоғарыдағы транзиттің схемалық диаграммасында уақыт t функциясы ретінде нормаланған қарқындылықтың жарық қисығы, I , көрсетілген. Транзиттен тыс орташа жұлдыз қарқындылығы бірлік ретінде қабылданады. Қарқындылықтың максималды төмендеуі нормаланған жарық қисығындағы Δ арқылы беріледі. Біркелкі жарық жұлдыз дискісі үшін планетаның радиусы, R_p , Δ арқылы

$$\left(\frac{R_p}{R_s} \right)^2 = \Delta,$$

қатынасымен байланысты, мұнда R_s жұлдыздың радиусы.

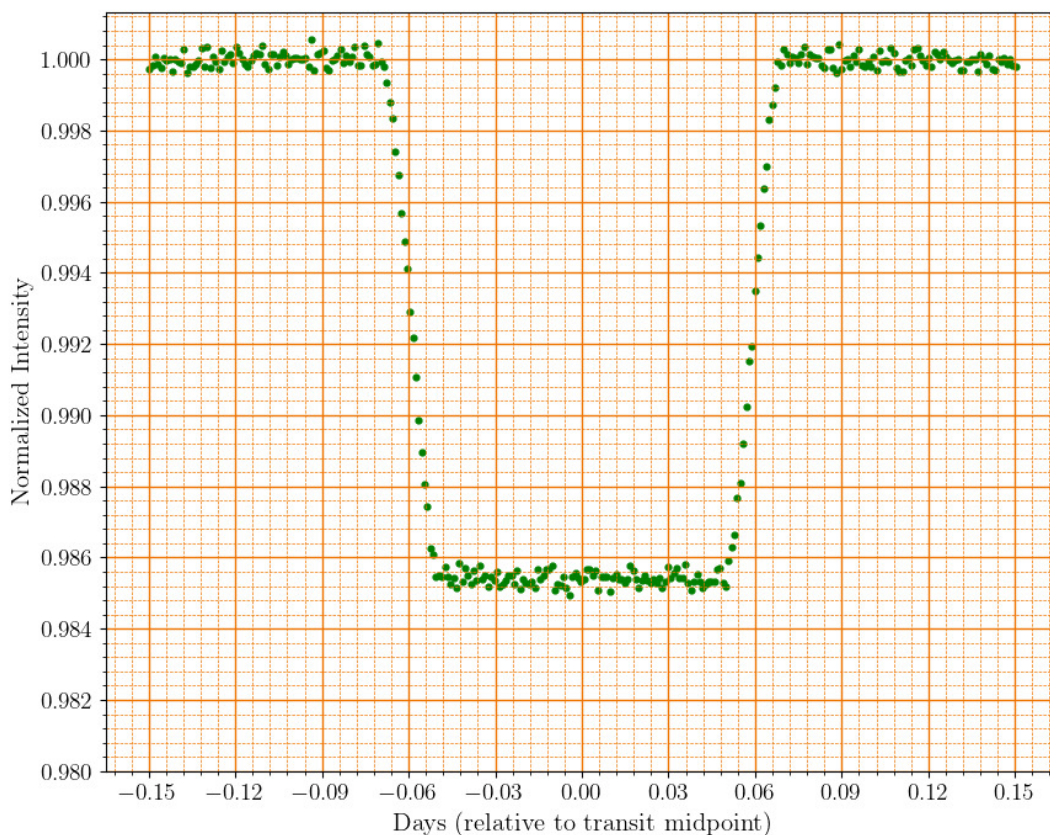
Транзиттің жалпы ұзақтығы (планетаның жұлдыз дискісін толық немесе жартылай жабатын уақыты) t_T арқылы беріледі, ал t_F планета жұлдыз дискісінің алдында толық тұрған уақытты көрсетеді. “Импакт параметрі” b транзиттің орта нүктесінде планета мен жұлдыз дискісінің ортасы арасындағы жобаланған қашықтықты, жұлдыз радиусының бірліктерінде, R_s , көрсетеді.

Жұлдыз-планета орбитасы дерлік шеткі болғанда, импакт параметрі келесі формуламен беріледі

$$b = \left[\frac{(1 - \sqrt{\Delta})^2 - (t_F/t_T)^2(1 + \sqrt{\Delta})^2}{1 - (t_F/t_T)^2} \right]^{1/2}$$

- (D01.3) SP жүйесі үшін жұлдыз радиусы белгілі, ол $R_s = 1.20R_\odot$, және планетаның транзиті [3] шынымен де көрінеді. Ең аз орбиталық радиусты пайдаланып, $a_{\min}$, бөлімде бағаланған (D01.2d), көлбеу бұрышының ең аз мәнін табыңыз, $i_{\min}$.

Жұлдыз дискісі біркелкі жарықтылыққа ие деп есептегенде, транзиттік жарық қисығы төменде көрсетілгендей болады.



- (D01.4) Берілген жарық қисығын пайдаланып, келесі сұрақтарға жауап беріңіз. Сіздің анықтамаңыз үшін жоғарыдағы жарық қисығы Жауаптар парағында да берілген.

- (D01.4a) Графикте тиісті көрсеткіштерді белгілеп, t_T және t_F мәндерін күндермен [3] бағалаңыз.

- (D01.4b) Графикте тиісті көрсеткіштерді белгілеп, Δ орташа мәнін бағалаңыз және осыдан [2] R_p мәнін $R_\odot$ бірліктерімен табыңыз.

- (D01.4c) [2] Орбита радиусы $a_{\min}$ деп есептеп, i мәнін градуспен анықтаңыз.

Жиек бойындағы күңгірттенумен танысу

Қазіргі уақытқа дейін біз жұлдыз дискісін біркелкі жарық деп есептедік. Шын мәнінде, жұлдыз дискісінің байқалған жарықтығы "лимбтің күңгірттенуі" деп аталатын оптикалық әсерге байланысты біркелкі емес — бұл жұлдыз дискісінің орталық бөлігі шетіне қарағанда, немесе "лимбке" қарағанда жарық болып көрінетін оптикалық әсер.

Лимбтің күңгірттену әсері салыстырмалы қарқындылықпен өлшенуі мүмкін $J(\theta) \equiv \frac{I(\theta)}{I(0)}$, мұндағы θ — жұлдыз бетінің белгілі бір нүктесіндегі нормаль мен бақылаушыны сол нүктемен қосатын сызық арасындағы бұрыш, $I(\theta)$ — сол нүктедегі жұлдыз дискісінің байқалған қарқындылығы ($I(0)$ жұлдыз дискісінің ортасындағы қарқындылық). Алыстағы бақылаушы үшін $\theta = 0$ (дискінің ортасы) бастап $\theta \approx 90^\circ$ (дискінің шеті) дейін өзгереді.

(D01.5) Төмендегі кесте Күн үшін белгілі бір толқын ұзындығында өлшенген $J(\theta)$ мәндерін береді. Біз жұлдыз S үшін де сол лимбтің күңгірттену профилі сақталады деп есептейміз.

θ	$J(\theta)$	θ	$J(\theta)$	θ	$J(\theta)$	θ	$J(\theta)$
0°	1.000	20°	0.971	40°	0.883	70°	0.595
10°	0.994	25°	0.950	50°	0.794	80°	0.475
15°	0.984	30°	0.943	60°	0.724	90°	0.312

Лимбтің күңгірттену профилі квадраттық формуламен модельденуі мүмкін:

$$J(\theta) = 1 - a_1(1 - \cos \theta) - a_2(1 - \cos \theta)^2,$$

мұндағы a_1 және a_2 екі тұрақты.

Берілген деректерден белгісіз коэффициенттерді a_1 және a_2 бағалау үшін сәйкес айнымалылармен график құрастырамыз.

(D01.5a) (x_1, y_1) айнымалылар жұбын таңдаңыз, олар θ және J функциялары ретінде [2]
сәйкесінше x және y осьтері бойымен орналастыруға қолайлы, a_1 және a_2
анықтау үшін. x_1 және y_1 өрнектерін жазыңыз.

Қосымша графиктер үшін қосымша айнымалыларды анықтау қажет болса, оларды (x_2, y_2) ретінде анықтаңыз.

(D01.5b) Графиктеріңіз үшін қажетті мәндерді кестеге толтырыңыз. [4]

(D01.5c) Жаңа анықталған айнымалыларды берілген график қағазына салыңыз (графикті [7]
"D01.5c" деп белгілеңіз).

(D01.5d) Графиктен a_1 және a_2 мәндерін алыңыз. Мәндердің белгісіздіктері қажет емес. [7]

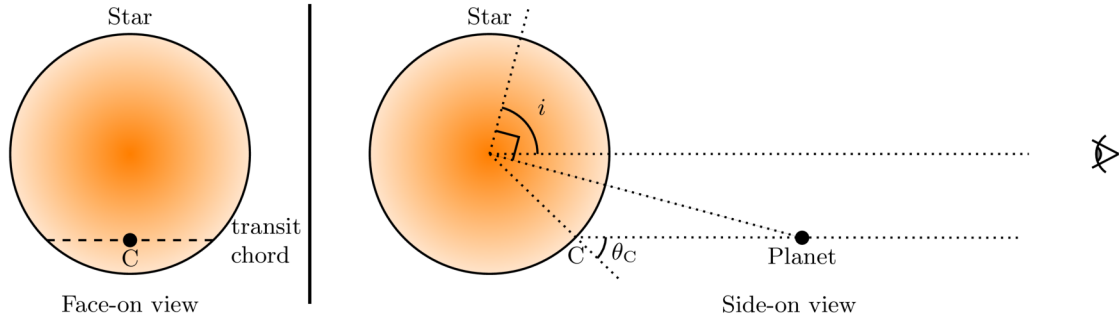
Лимбтік күңгірттену жағдайындағы транзит

Енді біз лимбтік күңгірттенген жұлдыз дискісінің үстінен өтетін планеталық транзиттерді қарастырамыз. Лимбтік күңгірттену жағдайында, біз жоғарыда берілген $J(\theta)$ квадраттық формуласы арқылы сипаттайтын боламыз, бүкіл жұлдыз дискісінің орташа бақыланатын жарықтығы (транзитсіз), $\langle I \rangle$, келесі формуламен беріледі:

$$\langle I \rangle = \left(1 - \frac{a_1}{3} - \frac{a_2}{6} \right) I(0)$$

Әрі қарай, транзит жасайтын планета туғызатын жарықтың төмендеуі енді тек планета мен жұлдыздың салыстырмалы өлшеміне, $\left(\frac{R_p}{R_s} \right)$, ғана емес, сонымен қатар транзиттік жол бойындағы жұлдыз дискісінің жарықтық профиліне де байланысты, бұл өз кезегінде, еңкею бұрышына, i , тәуелді.

Төмендегі схемалық диаграмма (масштабсыз салынған) конфигурацияны көрсетеді. Жұлдыздың жарық бөлігі күңгірт реңкте көрсетілгенін, ал планета қара нүкте ретінде көрсетілгенін ескеріңіз.



Мұнда $\left(\frac{R_p}{R_s}\right)$ және жарық қисығынан өлшенген Δ арасындағы байланыс келесі формуламен беріледі:

$$\Delta = \frac{I(\theta_C)}{\langle I \rangle} \left(\frac{R_p}{R_s} \right)^2,$$

мұндағы $I(\theta_C)$ транзиттік жолдың ортасындағы жұлдыз дискісінің жарықтығы (жоғарыдағы суреттегі C нүктесі), θ_C сол нүктедегі бетке перпендикулярмен көру сызығы арасындағы бұрыш. Жоғарыда айтылғандардан көрініп тұрғандай, берілген жұлдыз үшін, Δ мәнін планета өлшемінің, R_p , және еңкею бұрышының i көптеген комбинациялары арқылы құрастыруға болады.

(D01.6) Екі толқын ұзындығындағы, мысалы, λ_B (көк) және λ_R (қызыл) транзиттік жарық қисықтарының деректерін пайдалану арқылы R_p және i мәндерін бірегей анықтауға болады. Осы екі толқын ұзындығы үшін лимбалық күңгірттеу коэффициенттері төменде берілген:

Толқын ұзындығы	a_1	a_2
λ_B	0.82	0.05
λ_R	0.24	0.20

(D01.6a) Транзиттің максималды тереңдігі Δ үшін λ_B және орбитаның еңкею бұрышы (i) арасындағы байланысты сипаттайтын келесі мәлімдемелердің ішінен дұрыс мәлімдемені таңдаңыз және оны Қорытынды Жауап парағында белгілеңіз (✓). [2]

- A. Δ i азайған сайын артады.
- B. Δ i азайған сайын азаяды.
- C. Δ i -ге тәуелсіз.

(D01.6b) "SP жүйесі" үшін транзиттің максималды тереңдігі (Δ) λ_B үшін 0.0182 және λ_R үшін 0.0159 болып өлшенді. [4]

Берілген торға λ_B және λ_R үшін схемалық транзиттік жарық қисықтарын сызып, қисықтарды сәйкесінше "B" және "R" деп белгілеңіз. Жалпы транзит ұзақтығы екі толқын ұзындығы үшін де бірдей деп есептеңіз. Қисықтар масштабқа сәйкес келмеуі мүмкін, бірақ жарық қисықтарының пішіндерін дұрыс көрсетуі керек.

(D01.7) Біз R_p және i мәндерін табу үшін графикалық әдісті қолданамыз, λ_B және λ_R кезіндегі Δ өлшемдерін пайдаланып SP жүйесі үшін.

(D01.7a) Сәйкес айнымалыларды байланыстыратын тиісті өрнекті жазыңыз, оларды графикке салыңыз. (Кеңес: Сіз i немесе b , және R_p , сәйкес айнымалылар арасында қарастыруыңыз мүмкін.) [6]

(D01.7b) Графикке салынатын тиісті шамаларды кестеге түсіріңіз. [5]

(D01.7c) Тиісті график сызып, оны "D01.7c" деп белгілеңіз. [7]

(D01.7d) Графиктен R_p (в $R_\odot$) және i (градуспен) мәндерін бағалаңыз. [4]

(D01.8) Осы есепте алынған нәтижелерге сүйене отырып, планета Р-нің «ТАС» немесе «ГАЗДЫҚ» [2]
екенін анықтап, Қорытынды Жауап парағындағы сәйкес ұяшыққа (✓) белгі қойыңыз.

(D02) Күн тәжінің массалық шығарылымдарының Жерге келу уақытын болжау

[60 балл]

Күн кейде магниттелген плазманы, яғни Күн тәжінің массалық шығарылымдарын (КТМШ) шығарады, олар Күннің бетінен шығып, сыртқа қарай таралады. Олардың Жерге келу уақытын дәл болжау Жерді айналып жүрген спутниктерге ықтимал әсерін түсіну және азайту үшін өте маңызды. Бұл есепте біз 10 КТМШ деректерін пайдаланып, эмпирикалық модель құру арқылы КТМШ келу уақытын болжауды мақсат етеміз. Бұл есеп барысында Күннің беті мен Жер арасындағы қашықтық $214R_{\odot}$ деп алынады.

Сонымен қатар, Күн айналмайды деп есептеңіз. Электромагниттік, гравитациялық және тартылыс күштерінің әсерінен КТМШ таралу барысында айнымалы үдеуге ұшырайды. Бұл есептің алғашқы екі бөлігінде Күн мен Жер арасындағы аймақ вакуум деп есептеледі.

Вакуум арқылы КМЕ.

- (D02.1) Бастапқы жылдамдық, u , Күннің бетінде ($= 1R_{\odot}$), Жерге жеткен кездегі соңғы жылдамдық, v , және Күннің бетінен шыққаннан кейін Жерге жету уақыты (сағатпен), τ , келесі кестеде 10 КМЕ үшін берілген.

КМЕ	u	v	τ
Атауы	(км с ⁻¹)	(км с ⁻¹)	(сағ)
КМЕ-А	804	470	74.5
КМЕ-Б	247	360	127.5
КМЕ-С	523	396	103.5
КМЕ-Д	830	415	71.0
КМЕ-Е	665	400	104.5
КМЕ-Ф	347	350	101.5
КМЕ-Г	446	375	99.5
КМЕ-Х	155	360	97.0
КМЕ-І	1016	515	67.0
КМЕ-Ж	683	410	54.0

- (D02.1a) Әрбір СМЕ үшін орташа үдеуді, a , м с⁻² бірлігінде есептеңіз. **[3]**

- (D02.1b) Біз СМЕ үдеуі үшін эмпирикалық модельді қабылдаймыз, a_{model} , ол бастапқы жылдамдыққа u тәуелді, $a_{\text{model}} = m \left(\frac{u}{u_0} \right) + \alpha$; мұнда, a_{model} м с⁻² бірлігінде, u км с⁻¹ бірлігінде және $u_0 = 1.00 \times 10^3$ км с⁻¹ бірлігінде өрнектеледі.

Тұрақтыларды анықтаңыз m және α және олардың байланысты белгісіздіктерін **[15]** сәйкес графикті пайдаланып анықтаңыз (графикті “D02.1b” деп белгілеңіз).

- (D02.1c) Әрбір СМЕ үшін a_{model} м с⁻² бірлігінде кестелеңіз. Осылайша есептелген үдеу, a , және модель мәндері арасындағы үдеулердің орташа квадраттық ауытқуын (rms) есептеңіз, δa_{rms} . **[4]**

- (D02.2) Біз екі басқа КМЕ-ні қарастырамыз: КМЕ-1 және КМЕ-2, бастапқы жылдамдықтары, $u = 1044$ км с⁻¹ және 273 км с⁻¹, сәйкесінше.

- (D02.2a) (D02.1b) арқылы алынған эмпирикалық модельді пайдаланып, Жерге келу уақытының болжамдарын есептеңіз, $\tau_{1, m}$ және $\tau_{2, m}$ (сағатпен), сәйкесінше СМЕ-1 және СМЕ-2 үшін. **[4]**

- (D02.2b) СМЕ-1 және СМЕ-2-нің Жерге келуінің бақылау уақыты сәйкесінше 46.0 сағ және 74.5 сағ. Эмпирикалық модель белгілі бір СМЕ үшін оның болжамды келу уақыты бақылау уақытының 20%-ы шегінде болса, ЖАРАМДЫ деп саналады; әйтпесе, ЖАРАМСЫЗ. Әрбір СМЕ үшін модельдің жарамдылығын Қорытынды Жауап парағындағы тиісті ұяшыққа белгі қою (✓) арқылы көрсетіңіз. [2]

Күн желінің қатысуымен СМЕs

Шын мәнінде, Күн мен Жер арасындағы кеңістік күн желімен толтырылған, ол СМЕs-ке тарту күшін көрсетеді. Бұл тарту күші СМЕ-ні баяулата немесе жылдамдата алады, бұл СМЕ-нің жылдамдығының күн желінің жылдамдығына қатысты болуына байланысты. Күн желінің әсерін ескеру үшін біз $R_{\text{obs}}(t) \geq R_0$ қашықтықтар үшін "тек тарту" моделін қолданамыз, мұнда R_0 тарту күші СМЕ-нің қозғалысына әсер ететін негізгі күшке айналатын қашықтық болып табылады.

Күннің беткі қабатынан "тек тарту" моделінен анықталған қашықтық, $R_D(t)$, және осы модельдегі СМЕ-нің жылдамдығы, $V_D(t)$, келесі формуламен беріледі:

$$R_D(t) = \frac{S}{\gamma} \ln [1 + S\gamma(V_0 - V_s)(t - t_0)] + V_s(t - t_0) + R_0$$

$$V_D(t) = \frac{V_0 - V_s}{1 + S\gamma(V_0 - V_s)(t - t_0)} + V_s$$

мұнда, $\gamma = 2 \times 10^{-8} \text{ км}^{-1}$, V_s күн желінің тұрақты жылдамдығы, R_0 және V_0 уақыттағы t_0 қашықтық пен жылдамдық, сәйкесінше, және S белгі факторы. $S = 1$ егер $V_0 > V_s$; $S = -1$ егер $V_0 \leq V_s$.

- (D02.3) Төмендегі кестелерде Күннің беткі қабатынан бақыланған радиалды қашықтық, $R_{\text{obs}}(t)$ (өлшем бірлігі $R_\odot$), уақыт функциясы ретінде, t (сағатпен), екі КМЕ үшін көрсетілген: КМЕ-3 және КМЕ-4. Әр кестедегі соңғы дерек нүктесі (тиісінше D5 және P8) сәйкес КМЕ-нің Жерге жету уақытын білдіреді. Осы бөлімде $V_s = 330 \text{ км с}^{-1}$ деп есептеңіз.

КМЕ-3		
Дерек нүктесі	t (сағатпен)	$R_{\text{obs}}(t) (R_\odot)$
D1	0.200	6.36
D2	0.480	7.99
D3	1.22	11.99
D4	1.49	13.51
D5	58.05	214

КМЕ-4		
Дерек нүктесі	t (сағатпен)	$R_{\text{obs}}(t) (R_\odot)$
P1	1.00	4.00
P2	3.00	6.00
P3	4.00	9.00
P4	5.00	11.0
P5	21.0	43.0
P6	50.0	100
P7	85.0	170
P8	111	214

Біз осы КМЕ-лердің келу уақыттарын "тек сүйреу" моделі қанағаттанарлықтай болжайтынын бағалаймыз. Бұл модельді пайдалану үшін t_0 , және сәйкес R_0 және V_0 дұрыс таңдау қажет.

- (D02.3a) CME-3 үшін келесі екі жағдайды қарастырыңыз: [6]
 (C1) t_0 D1 – D2 аралығының ортасы ретінде алынады
 (C2) t_0 D3 – D4 аралығының ортасы ретінде алынады
 Жылдамдық әрбір нақты D1–D2 және D3–D4 аралығында тұрақты болып қалады деп болжаныз, бірақ екі аралық арасында айырмашылық болуы мүмкін.
- t_0 , R_0 , және V_0 пайдаланып, $\delta R_D \equiv R_{\text{obs}}(t) - R_D(t)$ бақылау және болжамды радиалды қашықтық арасындағы айырмашылықты $R_\odot$ бірлігінде есептеңіз $t = 58.05$ сағ, әрбір екі жағдай үшін.
- (D02.3b) CME-4 үшін Күн мен Жер арасындағы P5, P6, P7, және P8 нүктелерінде $R_D(t)$ [4]
 бағалаңыз, келесі екі жағдай үшін (D02.3a) сияқты процедураны қабылдай отырып:
- (C3) t_0 P1 – P2 аралығының ортасы ретінде алынады
 (C4) t_0 P3 – P4 аралығының ортасы ретінде алынады.
- (D02.3c) CME-4 үшін P5, P6, P7, және P8 нүктелерінде екі жағдай үшін, C3 және C4, $R_D(t)$ ([10]
 $R_\odot$) t (сағатпен) қарсы график сызыңыз (графикті “D02.3c” деп белгілеңіз). Сол графикте жоғарыда аталған екі жағдай үшін $R_D(t)$ тегіс қисықтарын сызыңыз. Бұл бөлім үшін x осінің ауқымын 0-ден 180 сағ дейін алыңыз.
- (D02.3d) Графикті пайдаланып, CME-4-тің Жерге нақты келу уақыты мен оның тек сүйреу [4]
 моделімен болжанған келу уақыты арасындағы абсолютті айырмашылықты, $|\delta\tau|$ әрбір C3 және C4 жағдайлары үшін бағалаңыз.
- (D02.3e) Келесі мәлімдеменің ШЫН немесе ЖАЛҒАН екенін көрсетіңіз, тиісті ұяшықты [1]
 Summary Answersheet-те белгілеу арқылы (✓) (жазбаша негіздеме қажет емес):
 “Күн желінің CMEs-ке әсер ететін сүйреу күштері CME-3 үшін CME-4-ке қарағанда ертерек уақытта басым болады”.
- (D02.4) D02.1 бөліміндегі 10 КМЕ-ге әсер ететін негізгі күш ретінде тартылуды қарастырыңыз. «Тек [7]
 тартылу» моделін Күннің бетінен ($R_0 = 1 R_\odot$) және одан әрі барлық КМЕ үшін қолдануға болады деп есептеңіз.
 Әрбір КМЕ үшін күн желінің жылдамдығын V_s км с⁻¹ бағалап, кестеге түсіріңіз. Сонымен қатар, барлық 10 КМЕ үшін орташа күн желінің жылдамдығын $V_{s, \text{avg}}$ бағалаңыз.