

(D01) 30 anni di esopianeti

[90 punti]

Questo problema esplora alcuni aspetti dei due principali metodi di rilevamento degli esopianeti: la velocità radiale e il transito. In questo problema considereremo un particolare sistema di un singolo pianeta (P) in un'orbita circolare di raggio a attorno a una stella di tipo solare (\star). Faremo riferimento a questo sistema come "sistema SP".

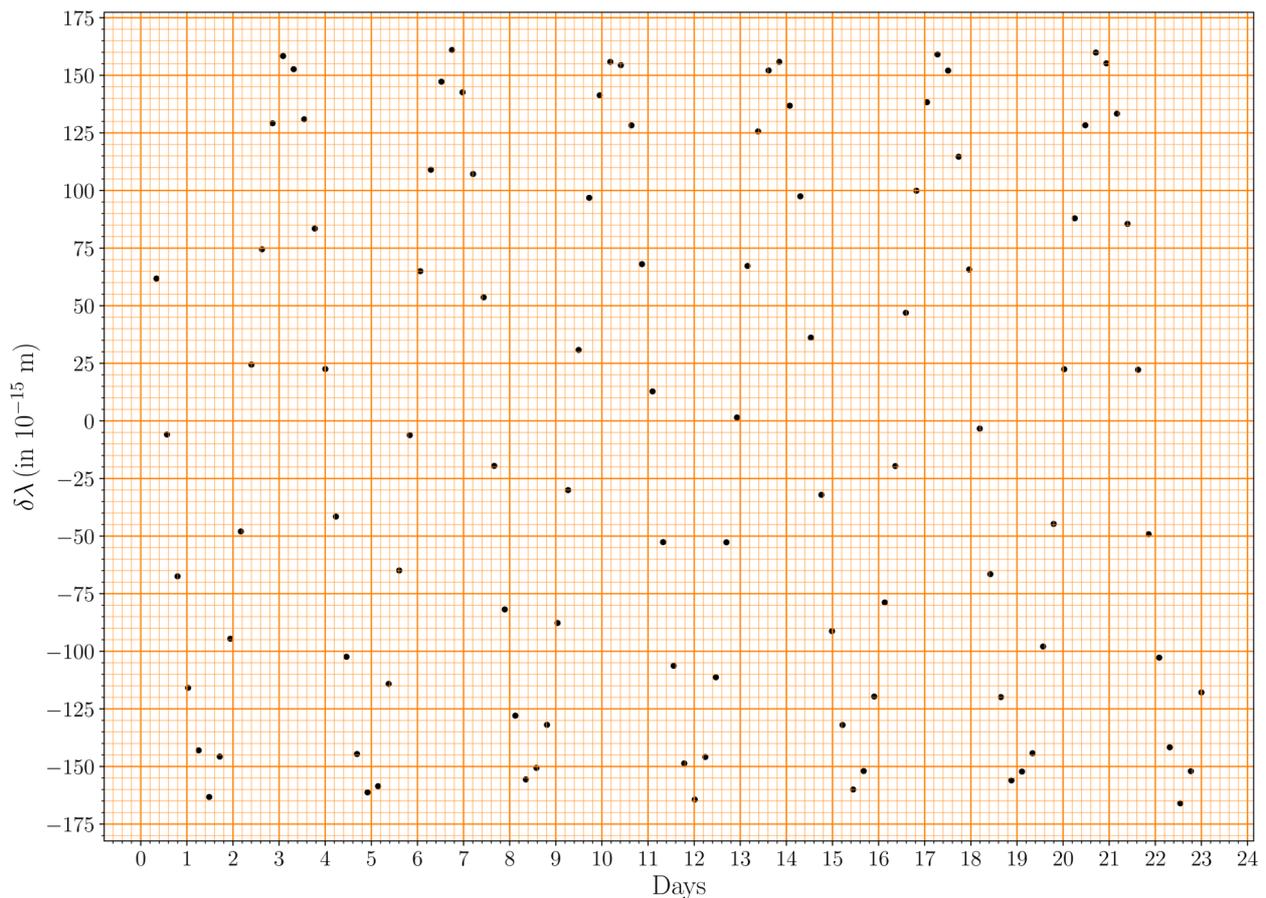
(D01.1) La magnitudine apparente in banda V della stella S è 7.65 ± 0.03 mag, la parallasse è 20.67 ± 0.05 milliarcosecondi e la correzione bolometrica (BC) è -0.0650 mag. Pertanto la stella ha una magnitudine bolometrica più luminosa.

Stimare la massa della stella, M_s (in unità di M_\odot), assumendo una relazione massa - luminosità ([8] $M - L$) della forma $L \propto M^4$. Stimare anche l'incertezza in M_s . Potrebbe essere utile la relazione $d \ln x / dx = 1/x$.

Metodo della velocità radiale

Il metodo della velocità radiale utilizza lo spostamento Doppler $\delta\lambda \equiv \lambda_{\text{obs}} - \lambda_0$ tra la lunghezza d'onda osservata λ_{obs} e la lunghezza d'onda a riposo λ_0 di una linea spettrale nota, per rilevare un esopianeta e determinarne le caratteristiche.

La figura sottostante mostra il $\delta\lambda$ per la linea Fe I ($\lambda_0 = 543.45 \times 10^{-9}$ m) in funzione del tempo come osservato per il sistema SP.



La semiampiezza della velocità radiale K è definita come $K \equiv (v_{r, \text{max}} - v_{r, \text{min}})/2$ dove $v_{r, \text{max}}$ e $v_{r, \text{min}}$ sono rispettivamente le velocità radiali massima e minima. Per un'orbita planetaria circolare la semiampiezza K può essere scritta come:

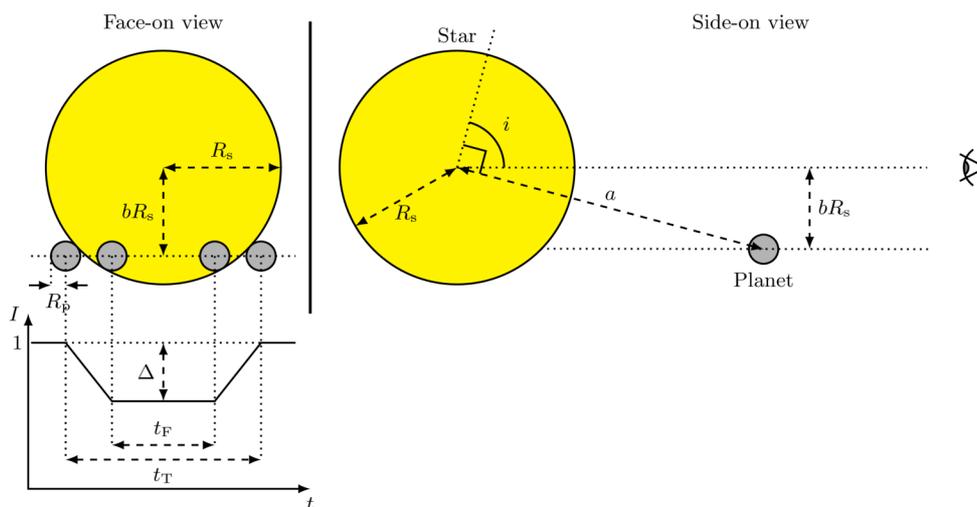
$$K = \left(\frac{2\pi G}{T} \right)^{1/3} \frac{M_p \sin i}{(M_p + M_s)^{2/3}}$$

dove T è il periodo, i è l'inclinazione dell'orbita planetaria (angolo tra la normale al piano orbitale del pianeta e la linea di vista dell'osservatore), M_p e M_s sono rispettivamente le masse del pianeta e della stella.

- (D01.2) Utilizzare il grafico sopra riportato nel foglio delle risposte riassuntive (ruotato di 90 deg) per rispondere alle seguenti domande.
- (D01.2a) Disegna una curva uniforme associata ai dati osservati mostrati nel grafico. [2]
- (D01.2b) Seleziona i punti appropriati sulla curva disegnata e utilizza metodi appropriati per determinare T e K insieme alle rispettive incertezze. Tutti i punti dati utilizzati per il calcolo di T e K devono essere mostrati nella tabella del foglio riassuntivo di risposta. Utilizza il resto della tabella per mostrare i calcoli intermedi, se necessario, con le intestazioni appropriate. [11]
- (D01.2c) Trova la massa minima del pianeta $M_{p, \min}$ (in M_\odot), e la sua corrispondente incertezza assumendo $M_p \ll M_s$. [5]
- (D01.2d) Utilizzando il valore di $M_{p, \min}$ stimato nella parte (D01.2c), calcola il valore minimo del semiasse maggiore dell'orbita del pianeta, a_{\min} , in au e la sua incertezza. [4]

Metodo di transito (senza "limb darkening")

Di seguito è riportato lo schema di un transito planetario (non in scala). Inizialmente, assumeremo che il disco stellare abbia un'intensità media uniforme, con un certo rumore intrinseco dovuto alla stella stessa.



La curva di luce dell'intensità normalizzata, I , in funzione del tempo t è mostrata nel diagramma schematico del transito sopra. L'intensità stellare media al di fuori del transito è considerata unitaria. La massima diminuzione dell'intensità è data da Δ nella curva di luce normalizzata. Per un disco stellare uniformemente luminoso, il raggio del pianeta, R_p , è correlato a Δ come

$$\left(\frac{R_p}{R_s}\right)^2 = \Delta,$$

dove R_s è il raggio della stella.

La durata totale del transito (quando una parte o tutto il pianeta copre il disco stellare) è data da t_T , mentre t_F indica la durata in cui il pianeta si trova completamente di fronte al disco stellare. Il "parametro di impatto" b è la distanza proiettata tra il pianeta e il centro del disco stellare nel punto medio del transito, in unità del raggio stellare, R_s .

Per un'orbita stella-pianeta quasi di taglio, il parametro di impatto è dato dalla formula

$$b = \left[\frac{(1 - \sqrt{\Delta})^2 - (t_F/t_T)^2(1 + \sqrt{\Delta})^2}{1 - (t_F/t_T)^2} \right]^{1/2}$$

- (D01.3) Per il sistema SP, il raggio stellare è noto essere $R_s = 1.20R_\odot$, e il transito del pianeta è quindi visibile. Utilizzando il raggio orbitale minimo, a_{\min} , stimato nella parte (D01.2d), trova il valore minimo, i_{\min} , dell'angolo di inclinazione. [3]

Supponendo un disco stellare di luminosità uniforme, la curva di luce del transito apparirebbe come mostrata di seguito.



- (D01.4) Utilizzando la curva di luce fornita, rispondi alle seguenti domande. Come riferimento, la curva di luce riportata sopra è riportata anche nel foglio riassuntivo delle risposte.

(D01.4a) Stimare i valori di t_T e t_F , in giorni, segnando le letture appropriate sul grafico. [3]

(D01.4b) Stimare il valore medio di Δ segnando le letture appropriate sul grafico e quindi trovare R_p in unità di R_\odot . [2]

(D01.4c) Determinare il valore di i in gradi assumendo che il raggio orbitale sia a_{\min} . [2]

Introduzione del "limb darkening"

Finora abbiamo assunto che il disco stellare fosse uniformemente luminoso. In realtà, la luminosità osservata del disco stellare non è uniforme a causa dell'"limb darkening" (oppure "oscuramento al bordo"), un effetto ottico per cui la parte centrale del disco stellare appare più luminosa del bordo, o "limb".

L'effetto di "limb darkening" può essere misurato dall'intensità relativa $J(\theta) \equiv \frac{I(\theta)}{I(0)}$, dove θ è l'angolo tra la normale alla superficie stellare in un punto e la linea che unisce l'osservatore a quel punto, $I(\theta)$ è l'intensità osservata del disco stellare in quel punto ($I(0)$ è l'intensità al centro del disco stellare). Per un osservatore distante, θ varia da $\theta = 0$ (centro del disco) a $\theta \approx 90^\circ$ (bordo del disco).

(D01.5) La tabella sottostante riporta i valori di $J(\theta)$ misurati a una certa lunghezza d'onda per il Sole. Supponiamo che lo stesso profilo di "limb darkening" valga per la stella S.

θ	$J(\theta)$	θ	$J(\theta)$	θ	$J(\theta)$	θ	$J(\theta)$
0°	1.000	20°	0.971	40°	0.883	70°	0.595
10°	0.994	25°	0.950	50°	0.794	80°	0.475
15°	0.984	30°	0.943	60°	0.724	90°	0.312

Il profilo di "limb darkening" può essere modellato dalla formula quadratica:

$$J(\theta) = 1 - a_1(1 - \cos \theta) - a_2(1 - \cos \theta)^2,$$

dove a_1 e a_2 sono due costanti.

Stimeremo i coefficienti sconosciuti a_1 e a_2 dai dati forniti, creando un grafico con variabili adatte.

(D01.5a) Scegli una coppia di variabili (x_1, y_1) che siano funzioni adatte di θ e J , che vuoi tracciare lungo gli assi x e y , rispettivamente, per determinare a_1 e a_2 . Scrivi le espressioni per x_1 e y_1 . [2]

Se hai bisogno di definire variabili aggiuntive per grafici aggiuntivi, definiscile come (x_2, y_2) , ecc.

(D01.5b) Tabula i valori necessari per i tuoi grafici. [4]

(D01.5c) Traccia le variabili appena definite sul foglio di grafico fornito (segna il tuo grafico come "D01.5c"). [7]

(D01.5d) Ottieni a_1 e a_2 dal grafico. Non sono necessarie incertezze sui valori. [7]

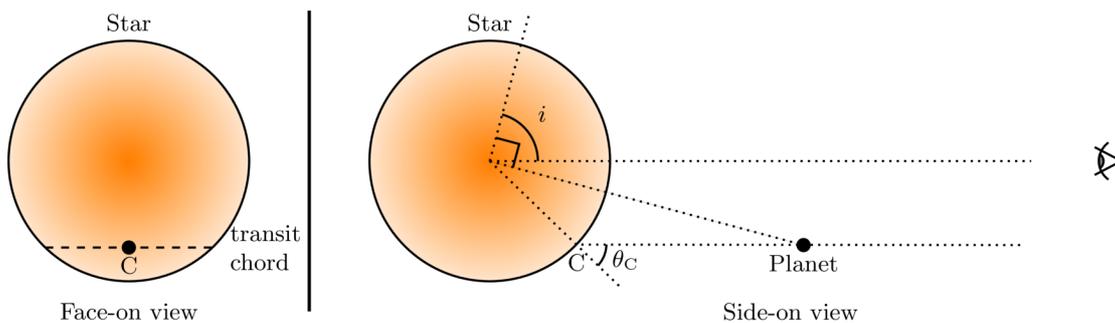
Transito in presenza di "limb darkening"

Ora, consideriamo i transiti planetari attraverso un disco stellare oscurato al bordo. In presenza di "limb darkening", che modelleremo con la formula quadratica di $J(\theta)$ data sopra, l'intensità media osservata dell'intero disco stellare (senza alcun transito), $\langle I \rangle$, è data da:

$$\langle I \rangle = \left(1 - \frac{a_1}{3} - \frac{a_2}{6} \right) I(0)$$

Inoltre, il calo di luce causato dal pianeta in transito ora dipende non solo dalla dimensione relativa del pianeta e della stella, $\left(\frac{R_p}{R_s} \right)$, ma anche dal profilo di intensità del disco stellare lungo il cordone di transito, che a sua volta dipende dall'angolo di inclinazione, i .

Il diagramma schematico sotto (non in scala) mostra la configurazione. Si noti che la parte più luminosa della stella è mostrata in una tonalità più scura, mentre il pianeta è mostrato come un punto nero.



La relazione tra $\left(\frac{R_p}{R_s} \right)$ e il Δ misurato dalla curva di luce è

$$\Delta = \frac{I(\theta_C)}{\langle I \rangle} \left(\frac{R_p}{R_s} \right)^2,$$

dove $I(\theta_C)$ è l'intensità del disco stellare al punto medio del cordone di transito (punto C nella figura sopra), θ_C essendo l'angolo tra la linea di vista e la normale alla superficie in quel punto. Da quanto sopra è ovvio che per una data stella, lo stesso valore di Δ può essere prodotto da molte combinazioni della dimensione del pianeta, R_p , e dell'angolo di inclinazione i .

(D01.6) È possibile determinare univocamente sia R_p che i utilizzando i dati delle curve di luce di transito a due lunghezze d'onda, diciamo, λ_B (blu) e λ_R (rosso). I coefficienti di "limb darkening" per queste due lunghezze d'onda sono indicati di seguito:

Lunghezza d'onda	a_1	a_2
λ_B	0.82	0.05
λ_R	0.24	0.20

(D01.6a) Scegli l'affermazione corretta tra le seguenti che descrive la relazione tra la profondità massima del transito Δ per λ_B e l'angolo di inclinazione (i) dell'orbita e segna (✓) nel foglio riassuntivo delle risposte. [2]

- A. Δ aumenta con la diminuzione di i .
- B. Δ diminuisce con la diminuzione di i .
- C. Δ è indipendente da i .

(D01.6b) La profondità massima del transito (Δ) per il "sistema SP" è stata misurata essere 0.0182 e 0.0159 per λ_B e λ_R , rispettivamente. [4]

Disegna curve di luce di transito schematiche per entrambe λ_B e λ_R sulla griglia fornita e etichetta le curve con "B" e "R", rispettivamente. Supponi che la durata totale del transito sia la stessa per entrambe le lunghezze d'onda. Le curve non devono essere in scala, ma devono rappresentare correttamente le forme delle curve di luce.

(D01.7) Utilizzeremo un metodo grafico per trovare i valori di R_p e i per il sistema SP utilizzando le misurazioni di Δ a λ_B e λ_R .

(D01.7a) Scrivi un'espressione appropriata che colleghi le variabili rilevanti da tracciare. [6]
(Suggerimento: puoi considerare i o b , e R_p , tra le variabili rilevanti.)

(D01.7b) Tabula le quantità appropriate da tracciare. [5]

(D01.7c) Disegna un grafico adatto e contrassegna come "D01.7c". [7]

(D01.7d) Stima i valori di R_p (in R_\odot) e i (in gradi) dal grafico. [4]

(D01.8) Basandoti sui risultati ottenuti in questo problema, indica se il pianeta P è "ROCCIOSO" o "GASSOSO" spuntando (✓) la casella appropriata nel foglio riassuntivo delle risposte. [2]

(D02) Previsione dei tempi di arrivo delle espulsioni di massa coronale sulla Terra

[60 punti]

Il Sole rilascia occasionalmente plasma magnetizzato, chiamato espulsione di massa coronale (CME), che ha origine dalla superficie solare e si propaga verso l'esterno. Una previsione accurata dei loro tempi di arrivo sulla Terra è fondamentale per comprendere e mitigare i loro potenziali effetti sui satelliti in orbita attorno alla Terra. In questo problema, lo scopo è quello di prevedere i tempi di arrivo delle CME sviluppando un modello empirico, utilizzando i dati di 10 CME. In questo problema, la distanza tra la superficie del Sole e la Terra è considerata pari a $214R_{\odot}$.

Inoltre, supponiamo che il Sole non ruoti. A causa delle forze elettromagnetiche, gravitazionali e di resistenza, le CME subiscono un'accelerazione variabile durante la loro propagazione. Nelle prime due parti di questo problema, supponiamo che tra il Sole e la Terra ci sia il vuoto.

CME attraverso il vuoto.

(D02.1) Nella tabella seguente sono indicati per 10 CME: 1) la velocità iniziale, u , sulla superficie solare ($= 1R_{\odot}$), 2) la velocità finale, v , al raggiungimento della Terra e 3) il tempo impiegato per arrivare sulla Terra dopo aver lasciato la superficie del Sole (in ore), τ .

ECM	u	v	τ
Nome	(km s^{-1})	(km s^{-1})	(h)
CME-A	804	470	74.5
CME-B	247	360	127.5
CME-C	523	396	103.5
CME-D	830	415	71.0
CME-E	665	400	104.5
CME-F	347	350	101.5
CME-G	446	375	99.5
CME-H	155	360	97.0
CME-I	1016	515	67.0
CME-J	683	410	54.0

(D02.1a) Calcola l'accelerazione media, a , per ogni CME in m s^{-2} . **[3]**

(D02.1b) Supponiamo un modello empirico per l'accelerazione, a_{model} , di una CME, che dipende dalla sua velocità iniziale u come, $a_{\text{model}} = m \left(\frac{u}{u_0} \right) + \alpha$; dove, a_{model} è espresso in m s^{-2} , u è espresso in km s^{-1} e $u_0 = 1,00 \times 10^3 \text{ km s}^{-1}$.

Determinare le costanti m e α e le relative incertezze utilizzando un grafico **[15]** appropriato (contrassegnare il grafico come "D02.1b").

(D02.1c) Per ogni CME, tabulare a_{model} in m s^{-2} . Quindi calcolare la deviazione quadratica media (rms) delle accelerazioni, δa_{rms} , tra l'accelerazione calcolata, a , e i valori del modello, a_{model} . **[4]**

(D02.2) Consideriamo altre due CME: CME-1 e CME-2, con velocità iniziali rispettivamente $u = 1044 \text{ km s}^{-1}$ e 273 km s^{-1} .

(D02.2a) Utilizzando il modello empirico ottenuto in (D02.1b), calcolare i tempi di arrivo previsti **[4]** sulla Terra, $\tau_{1, m}$ e $\tau_{2, m}$ (in ore), rispettivamente per CME-1 e CME-2.

- (D02.2b) I tempi di arrivo osservati sulla Terra di CME-1 e CME-2 sono rispettivamente di 46.0 ore e 74.5 ore. Il modello empirico è considerato VALIDO per una specifica CME se il suo tempo di arrivo previsto è entro il 20% del tempo di arrivo osservato; in caso contrario, NON È VALIDO. Indicare la validità del modello per ciascuna CME spuntando (✓) la casella appropriata nel foglio di risposta riassuntivo. [2]

CME in presenza di vento solare

In realtà, lo spazio tra il Sole e la Terra è permeato dal vento solare, che esercita una forza di resistenza sulle CME. Questa forza di resistenza può decelerare o accelerare una CME, a seconda della sua velocità rispetto a quella del vento solare. Per tenere conto dell'influenza del vento solare, utilizzeremo un modello "drag-only" per distanze $R_{\text{obs}}(t) \geq R_0$, dove R_0 è la distanza oltre la quale la forza di resistenza diventa la forza dominante che influenza il moto della CME.

La distanza dalla superficie del Sole determinata dal modello "solo trascinamento", $R_D(t)$, e la velocità, $V_D(t)$, di una CME in questo modello sono date da

$$R_D(t) = \frac{S}{\gamma} \ln [1 + S\gamma(V_0 - V_s)(t - t_0)] + V_s(t - t_0) + R_0$$

$$V_D(t) = \frac{V_0 - V_s}{1 + S\gamma(V_0 - V_s)(t - t_0)} + V_s$$

dove, $\gamma = 2 \times 10^{-8} \text{ km}^{-1}$, V_s è la velocità costante del vento solare, R_0 e V_0 sono rispettivamente la distanza e la velocità al tempo t_0 , e S è il fattore segno. $S = 1$ se $V_0 > V_s$; $S = -1$ se $V_0 \leq V_s$.

- (D02.3) Le tabelle seguenti mostrano la distanza radiale osservata dalla superficie del Sole, $R_{\text{obs}}(t)$ (misurata in R_\odot), in funzione del tempo, t (in ore), per due CME: CME-3 e CME-4. L'ultimo punto dati in ciascuna tabella (rispettivamente D5 e P8) corrisponde all'orario di arrivo della rispettiva CME sulla Terra. Per questa parte, si supponga $V_s = 330 \text{ km s}^{-1}$.

CME-3		
Punto	t (in ore)	$R_{\text{obs}}(t)$ (in R_\odot)
D1	0,200	6.36
D2	0,480	7,99
D3	1.22	11,99
D4	1.49	13.51
D5	58.05	214

CME-4		
Punto	t (in ore)	$R_{\text{obs}}(t)$ (in R_\odot)
P1	1,00	4.00
P2	3.00	6.00
P3	4.00	9.00
P4	5.00	11.0
P5	21.0	43.0
P6	50.0	100
P7	85.0	170
P8	111	214

Valuteremo se il modello "drag-only" prevede in modo soddisfacente i tempi di arrivo di queste CME. Per utilizzare questo modello è necessario effettuare una scelta appropriata di t_0 e dei corrispondenti R_0 e V_0 .

- (D02.3a) Per CME-3, prendiamo i due casi seguenti: [6]
 (C1) t_0 è preso come punto medio dell'intervallo D1 – D2
 (C2) t_0 è preso come punto medio dell'intervallo D3 – D4
 Si supponga che la velocità rimanga costante in ogni intervallo specifico D1–D2 e D3–D4, ma possa variare tra i due intervalli.

 Utilizzando t_0 , R_0 e V_0 , calcola la differenza tra la distanza radiale osservata e quella prevista $\delta R_D \equiv R_{\text{obs}}(t) - R_D(t)$ in unità di R_\odot a $t = 58.05$ h, per ciascuno dei due casi.
- (D02.3b) Valutare $R_D(t)$ nei punti P5, P6, P7 e P8 tra il Sole e la Terra per CME-4 per i due casi seguenti adottando la procedura simile a (D02.3a): [4]
 (C3) t_0 è preso come punto medio dell'intervallo P1 – P2
 (C4) t_0 è preso come punto medio dell'intervallo P3 – P4.
- (D02.3c) Traccia un grafico di $R_D(t)$ (in R_\odot) vs t (in ore) per i due casi, C3 e C4, per CME-4 nei punti P5, P6, P7 e P8 (contrassegna il grafico come "D02.3c"). Sullo stesso grafico, traccia curve uniformi di $R_D(t)$ per i due casi sopra menzionati. Per questa parte, considera l'intervallo dell'asse x da 0 a 180 ore. [10]
- (D02.3d) Utilizzando il grafico, stimare la differenza assoluta, $|\delta\tau|$ tra l'orario di arrivo effettivo della CME-4 sulla Terra e l'orario di arrivo previsto dal modello "drag-only", per ciascuno dei casi C3 e C4. [4]
- (D02.3e) Indicare se la seguente affermazione è VERA o FALSA spuntando (✓) la casella appropriata nel foglio di risposta riassuntivo (non è necessaria alcuna giustificazione scritta): [1]
 "Le forze di resistenza esercitate dal vento solare sulle CME diventano dominanti per la CME-3 in un momento precedente rispetto alla CME-4".
- (D02.4) Consideriamo il "drag" come la forza dominante che agisce su 10 CME nella parte D02.1. Supponiamo che il modello "drag-only" sia applicabile dalla superficie del Sole ($R_0 = 1 R_\odot$) e oltre, per tutte le CME. [7]
 Stimare e tabulare la velocità del vento solare V_s in km s^{-1} per ogni CME. Inoltre, stimare la velocità media del vento solare $V_{s, \text{avg}}$ per tutte e 10 le CME.