

(D01) 30 év exobolygók

[90 pont]

A feladat az exobolygó-észlelés két fő módszerének, a radiálissebesség-módszernek és a tranzitmódszernek néhány aspektusát vizsgálja. A feladatban egy egyetlen bolygót (P) tartalmazó rendszerrel foglalkozunk, amelyben a bolygó a sugarú körpályán kering egy Nap-típusú csillag (S) körül. Nevezük a rendszert „SP rendszernek”.

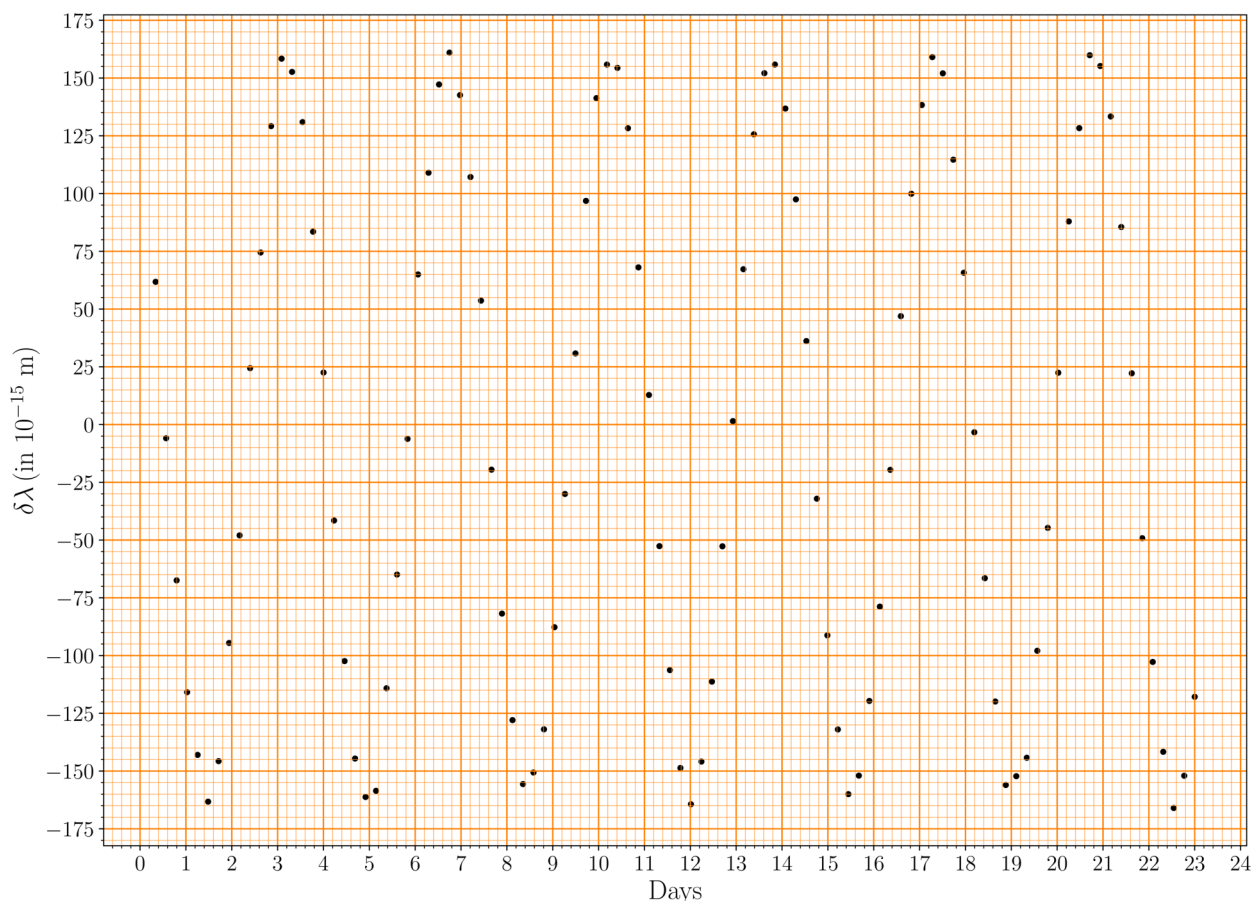
- (D01.1) Az S csillag V sávbeli látszó fényessége $7,65 \pm 0,03$ mag, parallaxisa $20,67 \pm 0,05$ millimásodperc, BC bolometrikus korrekciója pedig $-0,0650$ mag. Így a csillag bolometrikus luminozitása nagyobb, mint a V sávbeli luminozitása.

Adj becslést a csillag M_s tömegére ($M_\odot$ egységben)! Az $(M-L)$ tömeg-fényesség reláció legyen a [8]
következő alakú: $L \propto M^4$. Adj becslést az M_s bizonytalanságára is! Szükséged lehet a következő közelítésre: $d \ln x / dx = 1/x$.

Radiálissebesség-módszer

A radiálissebesség-módszer esetében a λ_{obs} észlelt hullámhossz és egy ismert színeképvonal λ_0 nyugalmi hullámhossza közötti $\delta\lambda \equiv \lambda_{\text{obs}} - \lambda_0$ Doppler-eltolódást használjuk, hogy kimutassuk egy exobolygó jelenlétét, és meghatározzuk annak jellemzőit.

Az alábbi ábra egy Fe I színeképvonalra ($\lambda_0 = 543,45 \times 10^{-9}$ m) mutatja a $\delta\lambda$ értékét az idő függvényében, ahogyan azt az SP rendszer esetében megfigyelték.



A radiálissebesség-görbe K félamplitúdójának definíciója: $K \equiv (v_{r,\text{max}} - v_{r,\text{min}})/2$, ahol $v_{r,\text{max}}$ és $v_{r,\text{min}}$ a legnagyobb és a legkisebb radiális sebességek. Kör alakú bolygópálya esetén a K félamplitúdó így írható fel:

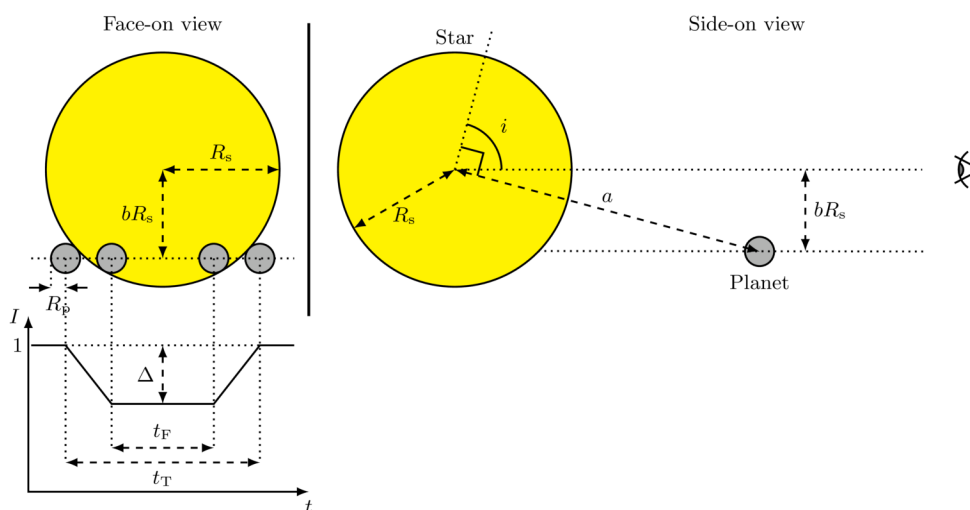
$$K = \left(\frac{2\pi G}{T} \right)^{1/3} \frac{M_p \sin i}{(M_p + M_s)^{2/3}},$$

ahol T a keringési periódus, i a bolygópálya inklinációja (a bolygó pályasíkjára merőleges irány és a megfigyelő látóiránya által bezárt szög), M_p és M_s pedig a bolygó és a csillag tömegei.

- (D01.2) Az Összesítő Válaszlapon 90° -kal elforgatva szereplő fenti grafikont felhasználva végezd el a következő feladatokat, illetve válaszolj a kérdésekre!
- (D01.2a) Rajzold be az grafikonon ábrázolt adatpontokra illeszkedő folytonos, sima görbét! [2]
- (D01.2b) A berajzolt görbén válassz alkalmas pontokat, amelyekből megfelelő módszert alkalmazva meghatározhatod T és K értékét, azok bizonytalanságaival együtt! A T és K meghatározásához használt összes pontot tüntesd fel az Összesítő Válaszlap táblázatában! Megfelelő fejlécekkel ellátva a táblázat többi részét szükség szerint használd a közbenső számítások bemutatására! [11]
- (D01.2c) Határozd meg a bolygó $M_{p,\min}$ lehetséges legkisebb tömegét ($M_\odot$ egységben), és annak bizonytalanságát is, feltételezve, hogy $M_p \ll M_s$! [5]
- (D01.2d) A (D01.2c) részben meghatározott $M_{p,\min}$ érték felhasználásával számítsd ki a bolygópálya fél nagytengelyének $a_{\min}$ lehetséges legkisebb értékét (csillagászati egységben), és annak bizonytalanságát is! [4]

Tranzitmódszer (szélsőtétel nélkül)

Alább egy bolygótranszit (nem méretarányos) vázlatos ábrája látható. Kezdetben feltételezzük, hogy a csillagkorongnak egyenletes átlagos intenzitása van, némi belső zajjal a csillag miatt.



A fenti sematikus tranzitábrán a normált I intenzitásnak a t idő függvényében vett lefutása is látható. A tranziton kívüli átlagos csillagintenzitást egységnyiinek vesszük. Az intenzitás maximális csökkenését a normált fénygörbén Δ adja meg. Egyenletes intenzitású csillagkorong esetén a bolygó R_p sugara és a Δ között a következő összefüggés áll fenn:

$$\left(\frac{R_p}{R_s}\right)^2 = \Delta,$$

ahol R_s a csillag sugara.

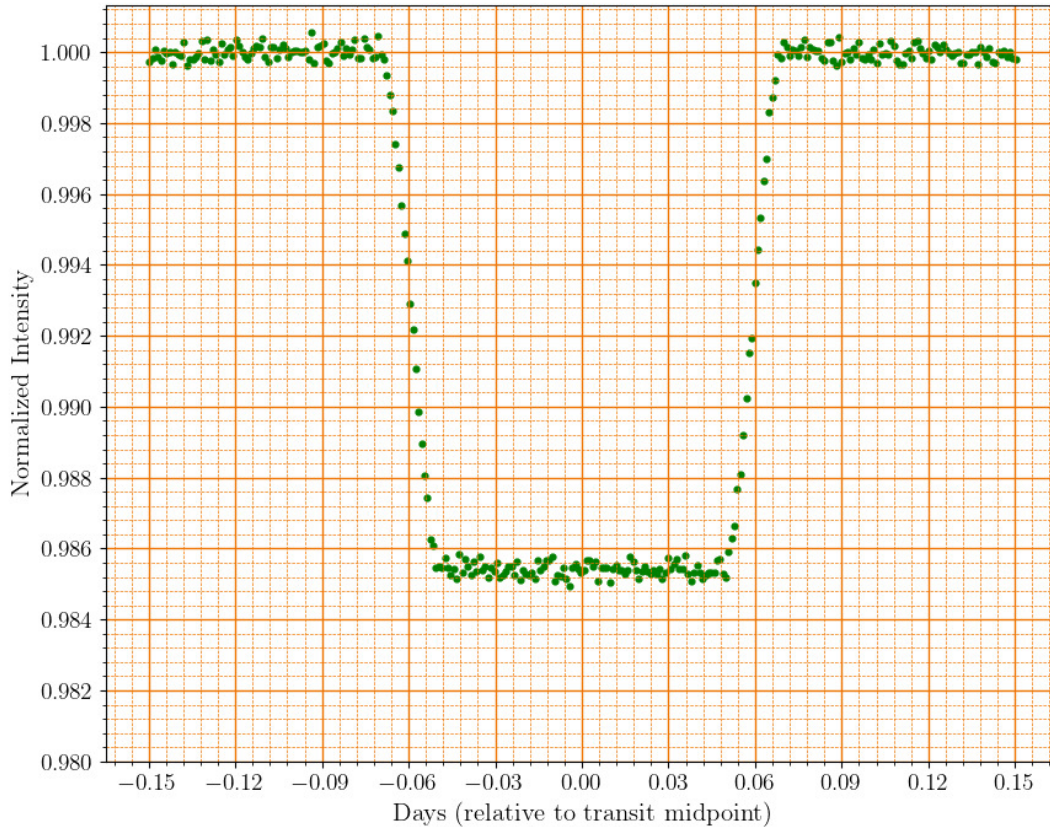
A tranzit teljes időtartamát (amikor a bolygó részben vagy teljesen a csillagkorong előtt van), t_T adja meg, míg t_F azt az időtartamot jelöli, amikor a bolygó teljesen a csillagkorong előtt van. A b „ütközési paraméter” a bolygó és a csillagkorong középpontja közötti vetített távolság a tranzit középpontjában, R_s csillagsugár egységeiben kifejezve.

Egy majdnem elérő látható bolygópálya esetén az ütközési paraméter a következő formulával adható meg:

$$b = \left[\frac{(1 - \sqrt{\Delta})^2 - (t_F/t_T)^2(1 + \sqrt{\Delta})^2}{1 - (t_F/t_T)^2} \right]^{1/2}$$

- (D01.3) Az SP rendszer esetében ismert a csillag sugara, $R_s = 1.20 R_\odot$, és a bolygó átvonulása valóban kimérhető. A (D01.2d) részben meghatározott $a_{\min}$ legkisebb pályasugarat használva határozd meg a pályainklináció $i_{\min}$ minimális értékét! [3]

Egyenletes fényességű csillagkorongot feltételezve a tranzit fénygörbéje az alábbiak szerint nézne ki.



- (D01.4) A megadott fénygörbe alapján válaszolj a következő kérdésekre! A fenti fénygörbe referenciaként az Összesítő Válaszlapon is megtalálható.

(D01.4a) A megfelelő leolvasások grafikonon történő megjelölésével adj becslést a t_T és t_F értékeire napban kifejezve! [3]

(D01.4b) A megfelelő leolvasások grafikonon történő megjelölésével adj becslést a Δ átlagértékére, és ebből határozd meg R_p értékét $R_\odot$ egységben! [2]

(D01.4c) Határozd meg az i értékét fokban, feltételezve, hogy a pályasugár $a_{\min}$! [2]

A szélsötétedés figyelembe vétele

Eddig feltételeztük, hogy a csillagkorong egyenletes fényességű. Valójában a csillagkorong megfigyelt fényessége nem egyenletes a „szélsötétedés” miatt. Ez egy optikai hatás: a csillagkorong középső része fényesebbnek tűnik, mint a széle.

A szélsötétedés hatása a $J(\theta) \equiv \frac{I(\theta)}{I(0)}$ relatív intenzitással mérhető, ahol θ az a szög, amelyet az adott pontban a csillag felszínére merőleges irány és a megfigyelt az adott ponttal összekötő irány zár be egymással, $I(\theta)$ a csillagkorong megfigyelt intenzitása az adott pontban, $I(0)$ pedig a csillagkorong középpontjának intenzitása. Távoli megfigyelő esetén θ 0° -tól (a korong középpontja) körülbelül 90° -ig (a korong széle) változik.

(D01.5) Az alábbi táblázat a Napra vonatkozóan adja meg a mért $J(\theta)$ értékeket egy adott hullámhosszon. Feltételezzük, hogy ugyanez a szélsötétedési profil érvényes az S csillagra is.

θ	$J(\theta)$	θ	$J(\theta)$	θ	$J(\theta)$	θ	$J(\theta)$
0°	1.000	20°	0.971	40°	0.883	70°	0.595
10°	0.994	25°	0.950	50°	0.794	80°	0.475
15°	0.984	30°	0.943	60°	0.724	90°	0.312

A szélsötétedési profil a következő kvadratikusan közelíthető:

$$J(\theta) = 1 - a_1(1 - \cos \theta) - a_2(1 - \cos \theta)^2,$$

ahol a_1 és a_2 két állandó.

A megadott adatok alapján adj becslést az ismeretlen a_1 és a_2 együtthatókra egy megfelelő változókkal elkészített diagram segítségével!

(D01.5a) Válassz egy (x_1, y_1) változó párt, amelyek θ és J megfelelő függvényei, és amelyeket az x és y tengelyek mentén ábrázolni szeretnél, hogy meghatározd a_1 -et és a_2 -t! Add meg az x_1 és y_1 kifejezéseit! [2]

Ha további változókat kell definiálnod további ábrákhoz, definiáld azokat (x_2, y_2) -ként és a többi.

(D01.5b) Foglald táblázatba az ábrákhoz szükséges értékeket! [4]

(D01.5c) Ábrázold az újonnan definiált változókat a megadott milliméterpapíron (a grafikont jelölje "D01.5c")! [7]

(D01.5d) Olvasd le a_1 és a_2 értékét az ábráról! Az értékek bizonytalanságai nem szükségesek. [7]

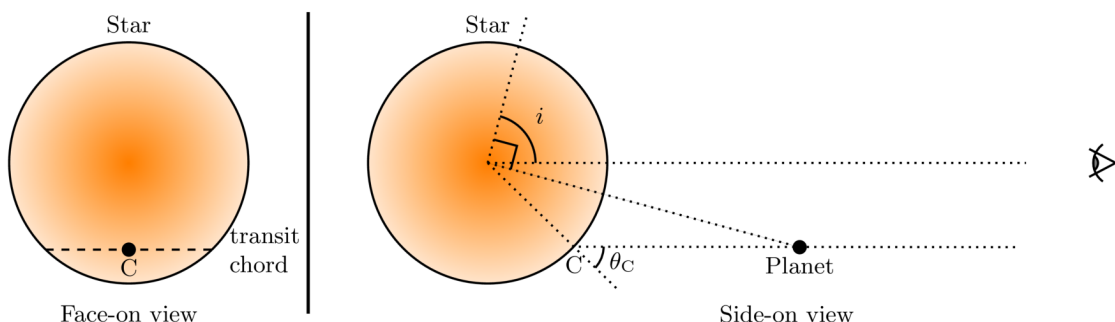
Tranzit a szélsötétedés figyelembe vételével

Vizsgáljuk most a bolygótranzitokat egy szélsötétedett csillagkorong előtt. A szélsötétedés jelenlétében, amelyet a fent megadott $J(\theta)$ kvadratikusan közelíthető, a teljes csillagkorong (tranzit nélküli) átlagos megfigyelt $\langle I \rangle$ intenzitása a következőképpen adható meg:

$$\langle I \rangle = \left(1 - \frac{a_1}{3} - \frac{a_2}{6}\right) I(0)$$

Az átvonuló bolygó által okozott fényességcsökkenés most nemcsak a bolygó és a csillag $\left(\frac{R_p}{R_s}\right)$ relatív méretétől függ, hanem a csillagkorong intenzitásprofiljától is a tranzitútvonal mentén, amely viszont az i pályahajlást függvénye.

Az alábbi (nem méretarányos) vázlatos ábra mutatja a konfigurációt. Felhívjuk a figyelmet arra, hogy a csillag fényesebb része sötétebb árnyalattal van ábrázolva, míg a bolygó fekete pontként jelenik meg.



Az $\left(\frac{R_p}{R_s}\right)$ és a fénygörbéről mért Δ között a kapcsolat a következő:

$$\Delta = \frac{I(\theta_C)}{\langle I \rangle} \left(\frac{R_p}{R_s} \right)^2,$$

ahol $I(\theta_C)$ a csillagkorong intenzitása a tranzitútvonal középpontjában (C pont a fenti ábrán), θ_C pedig a látóirány és a felület normálisa közötti szög. A fentiekből nyilvánvaló, hogy egy adott csillag esetében ugyanaz a Δ érték sokféle R_p bolygóméret és i pályahajlás kombinációjával előállítható.

- (D01.6) Két hullámhosszon, például a λ_B (kék) és λ_R (piros) hullámhosszakon mért tranzitfénygörbék adatai alapján azonban mind R_p , mind i értékét egyértelműen meghatározhatjuk. Az alábbiakban megadjuk a két hullámhosszhoz tartozó szélsőtétedési együtthatókat:

Hullámhossz	a_1	a_2
λ_B	0.82	0.05
λ_R	0.24	0.20

- (D01.6a) Válaszd ki azt az állítást az alábbiak közül, amely λ_B -re helyesen írja le a tranzit Δ [2]
maximális mélysége és az i pályahajlás közötti kapcsolatot, és jelöld meg azt a ✓
szimbólummal az Összesítő Válaszlapon!

- A. Δ nő, ha i csökken.
B. Δ csökken, ha i csökken.
C. Δ független i -től.

- (D01.6b) Az "SP rendszer" esetében a tranzit Δ maximális mélységének mért értéke 0.0182, [4]
illetve 0.0159 a λ_B és a λ_R esetében.

λ_B és λ_R esetében is rajzold meg a vázlatos tranzitfénygörbéket a megadott rácson, és jelöld azokat „B” és „R” betűkkel! Tegyük fel, hogy a teljes tranzit időtartama mindkét hullámhossz esetében azonos. A görbéknek nem kell méretarányosnak lenniük, az alakjuknak azonban megfelelően kell kinézni.

- (D01.7) A Δ , λ_B és λ_R pontokban mért értékeit felhasználva grafikus módszert fogunk alkalmazni az R_p és i értékeinek meghatározására az SP rendszer esetében.

- (D01.7a) Írj fel egy megfelelő kifejezést, amely összekapcsolja a releváns, ábrázolandó [6]
változókat! (Tipp: Fontold meg i vagy b , és R_p releváns változóként történő használatát.)

- (D01.7b) Foglald táblázatba az ábrázolandó mennyiségeket! [5]

- (D01.7c) Rajzold meg a megfelelő grafikon! Jelölje azt "D01.7c". [7]

- (D01.7d) A grafikon alapján adj becslést az R_p ($R_\odot$ -ban) és i (fokban) mért értékeire! [4]

- (D01.8) Az Összesítő Válaszlapon a megfelelő négyzetbe helyezett ✓ szimbólummal jelöld meg, hogy a [2]
feladatban kapott eredmények alapján a P bolygó vajon „KŐZETBOLYGO” (ROCKY) vagy „GÁZBOLYGO”!

(D02) A koronakidobódások Földre érkezési idejének előrejelzése

[60 pont]

A Nap időnként mágneses plazmát bocsát ki, az eseményt koronakidobódásnak vagy koronakitörésnek (coronal mass ejection, CME) nevezzük. A plazmacsomók a Nap felszínéről indulnak, majd kifelé terjednek. A bolygónkhoz érkezésük idejének pontos előrejelzése kulcsfontosságú a Föld körül keringő műholdakra gyakorolt lehetséges hatásaik megértése és enyhítése szempontjából. Ebben a feladatban a CME-k beérkezési idejének előrejelzése a célunk, mégpedig egy empirikus modell kidolgozásával, 10 CME adatainak felhasználásával. A feladat során a Nap felszíne és a Föld közötti távolságot $214 R_{\odot}$ -nak vesszük.

Feltételezzük továbbá, hogy a Nap nem forog a tengelye körül. Az elektromágneses, a gravitációs és a közegellenállási erők miatt a CME-k gyorsulása a terjedésük során változó. A feladat első két részében feltételezzük, hogy a Nap és a Föld közötti tér vákuum.

A CME-k terjedése vákuumban

- (D02.1) A következő táblázatban 10 CME esetében a Nap felszínén ($= 1 R_{\odot}$) mért u kezdeti sebesség, a Föld elérésekor mért v végső sebesség, és a Nap felszínétől a Földhöz történő megérkezésig eltelt, órákban megadott τ idő van feltüntetve.

CME	u	v	τ
Név	(km s^{-1})	(km s^{-1})	(h)
CME-A	804	470	74.5
CME-B	247	360	127.5
CME-C	523	396	103.5
CME-D	830	415	71.0
CME-E	665	400	104.5
CME-F	347	350	101.5
CME-G	446	375	99.5
CME-H	155	360	97.0
CME-I	1016	515	67.0
CME-J	683	410	54.0

- (D02.1a) Számítsd ki az a átlagos gyorsulást m s^{-2} egységben mindegyik CME esetében! [3]

- (D02.1b) A CME-k gyorsulását egy a_{model} empirikus modellel közelítjük, amely az u kezdeti sebességtől függ a következő módon: $a_{\text{model}} = m \left(\frac{u}{u_0} \right) + \alpha$; ahol a_{model} m s^{-2} -ben van kifejezve, u km s^{-1} -ben és $u_0 = 1.00 \times 10^3 \text{ km s}^{-1}$.

Határozd meg az m és az α konstansokat, illetve az azokhoz tartozó [15]
bizonytalanságokat egy megfelelő grafikon segítségével (a grafikonod jelzése legyen „D02.1b”)!

- (D02.1c) Mindegyik CME esetében foglald táblázatba a m s^{-2} egységben kiszámított a_{model} [4]
-értékeket! Ezt követően határozd meg a számított a gyorsulások és az a_{model} -értékek δa_{rms} átlagos négyzetes eltérését (rms)!

- (D02.2) Vizsgáljunk meg két másik CME-t: CME-1 és CME-2, amelyek kezdeti sebességei rendre $u = 1044 \text{ km s}^{-1}$ és 273 km s^{-1} .

- (D02.2a) A (D02.1b) pontban kapott empirikus modell felhasználásával számítsd ki a Földre [4]
érkezés $\tau_{1, m}$ és $\tau_{2, m}$ várható időpontjait (órában) a CME-1 és a CME-2 esetében!

- (D02.2b) A CME-1 és a CME-2 megfigyelt érkezési ideje a Földre 46,0 óra és 74,5 óra. Az [2]
 empirikus modellt egy adott CME esetében ÉRVÉNYESNEK (VALID) tekintjük, ha a
 várható érkezési idő 20%-on belül van a megfigyelt érkezési időhöz képest; ellenkező
 esetben NEM ÉRVÉNYES (NOT VALID). Értékelj a modell érvényességét mindkét
 CME esetében a megfelelő négyzet bejelölésével (✓) az Összesítő Válaszlapon!

CME-k a napszél jelenlétében

Valójában a Nap és a Föld közötti térséget a napszél tölti ki, amely közegellenállási erőt fejt ki a CME-kre. Ez a közegellenállási erő lassíthatja, de gyorsíthatja is a CME-t, attól függően, hogy a CME sebessége hogyan viszonyul a napszél sebességéhez. A napszél hatásának felméréséhez egy, csak a közegellenállási erőt figyelembe vévő modellt fogunk használni az $R_{\text{obs}}(t) \geq R_0$ távolságokra, ahol R_0 az a távolság, amelyen túl a közegellenállási erő válik a CME mozgását befolyásoló domináns erővé.

Az ezen modell által meghatározott, Nap felszínétől mért $R_D(t)$ távolság és a CME $V_D(t)$ sebessége a következőképpen adható meg:

$$R_D(t) = \frac{S}{\gamma} \ln [1 + S\gamma(V_0 - V_s)(t - t_0)] + V_s(t - t_0) + R_0$$

$$V_D(t) = \frac{V_0 - V_s}{1 + S\gamma(V_0 - V_s)(t - t_0)} + V_s,$$

ahol $\gamma = 2 \times 10^{-8} \text{ km}^{-1}$, V_s a napszél állandónak tekintett sebessége, R_0 és V_0 rendre a távolság és a sebesség a t_0 időpontban, S pedig az előjeltényező: $S = 1$, ha $V_0 > V_s$; $S = -1$, ha $V_0 \leq V_s$.

- (D02.3) Az alábbi táblázatok a Nap felszínétől mért $R_{\text{obs}}(t)$ megfigyelt sugárirányú távolságot mutatják (egysége $R_\odot$) a t idő függvényében (órákban) két CME esetében: CME-3 és CME-4. A táblázatokban az utolsó adatpont (D5, illetve P8) a megfelelő CME Földre érkezési idejének felel meg. Ennél a résznél feltételezzük, hogy $V_s = 330 \text{ km s}^{-1}$.

CME-3		
Adatpont	t (órában)	$R_{\text{obs}}(t) (R_\odot)$
D1	0.200	6.36
D2	0.480	7.99
D3	1.22	11.99
D4	1.49	13.51
D5	58.05	214

CME-4		
Adatpont	t (órában)	$R_{\text{obs}}(t) (R_\odot)$
P1	1.00	4.00
P2	3.00	6.00
P3	4.00	9.00
P4	5.00	11.0
P5	21.0	43.0
P6	50.0	100
P7	85.0	170
P8	111	214

Állapítsd meg, hogy a csak közegellenállási erőt figyelembe vévő modell kielégítően adja-e meg ezeknek a CME-knek az érkezési idejét! A modell használatához megfelelő t_0 , illetve a hozzá tartozó R_0 és V_0 kiválasztása szükséges.

- (D02.3a) A CME-3 esetében tekintsük a következő két esetet: [6]
 (C1) t_0 az intervallum D1 – D2 középpontjaként van megadva,
 (C2) t_0 az intervallum D3 – D4 középpontjaként van megadva.
 Feltételezzük, hogy a sebesség állandó marad a D1–D2 és D3–D4 intervallumokon belül, de különbözhet a két intervallum esetében.
- t_0 -t, R_0 -t és V_0 -t felhasználva mindkét esetben számítsd ki a megfigyelt és az előrejelzett radiális távolság közötti $\delta R_D \equiv R_{\text{obs}}(t) - R_D(t)$ különbséget $R_\odot$ egységekben $t = 58.05$ h esetén!
- (D02.3b) Számítsd ki $R_D(t)$ -t a Nap és a Föld közötti P5, P6, P7 és P8 pontokban a CME-4 [4]
 esetében a következő két esetben, hasonló eljárást alkalmazva, mint (D02.3a)-ban:
- (C3) t_0 az intervallum P1 – P2 középpontjaként van megadva,
 (C4) t_0 az intervallum P3 – P4 középpontjaként van megadva.
- (D02.3c) A CME-4 esetében ábrázold $R_D(t)$ -t ($R_\odot$ egységben) az órákban megadott t idő [10]
 függvényében a P5, P6, P7 és P8 pontokra a C3 és C4 esetben (a grafikon jelölése legyen „D02.3c”)! Ugyanezen grafikonon rajzolj sima $R_D(t)$ görbéket a fent említett két eset ábrázolt pontjaihoz! Ebben a részben az x tengely tartománya 0-tól 180 óráig terjedjen.
- (D02.3d) A grafikon segítségével a C3 és C4 esetben is adj becslést a CME-4 tényleges Földre [4]
 érkezési ideje és azon érkezési idő $|\delta\tau|$ abszolút különbségére, amelyet a csak a közegellenállást figyelembe vevő modell jósolt!
- (D02.3e) Az Összesítő Válaszlapon a ✓ szimbólum megfelelő mezőbe történő elhelyezésével [1]
 jelöld meg az alábbi állítás IGAZ (TRUE) vagy HAMIS (FALSE) voltát (írásos indoklás nem szükséges)!
 „A napszél által a CME-kre kifejtett közegellenállási erők a CME-3 esetében korábbi időpontban válnak dominánsá, mint a CME-4 esetében.”
- (D02.4) Tegyük fel, hogy a D02.1 részben felsorolt 10 CME esetében a közegellenállási erő a domináns. [7]
 Tegyük fel továbbá azt is, hogy a csak a közegellenállási erőt figyelembe vevő modell a Nap felszínétől ($R_0 = 1 R_\odot$) kezdve tetszőleges távolságig alkalmazható minden CME esetében.
 Adj becslést a napszél V_s sebességére km s^{-1} egységben minden CME-re, és foglald táblázatba az értékeket! Adj becslést a napszél $V_{s, \text{avg}}$ átlagos sebességére is mind a 10 CME esetében!.