(D01) 30 Jahre Exoplaneten

[90 Punkte]

In dieser Aufgabe werden einige Aspekte der beiden wichtigsten Methoden zum Nachweis von Exoplaneten untersucht: Radialgeschwindigkeit und Transit. In dieser Aufgabe betrachten wir ein bestimmtes System mit einem einzelnen Planeten (P) auf einer kreisförmigen Umlaufbahn mit dem Radius a um einen sonnenähnlichen Stern (S). Wir werden dieses System als "SP-System" bezeichnen.

(D01.1) Die scheinbare Helligkeit des Sterns S im V-Band beträgt $7,65 \pm 0,03$ mag, die Parallaxe beträgt $20,67 \pm 0,05$ Millibogensekunden und die bolometrische Korrektur (BC) liegt bei $-0,0650$ mag. Die bolometrische Leuchtkraft des Sterns ist also höher als seine V-Band-Leuchtkraft.

Schätze die Masse des Sterns, M_s (in Einheiten von $M_\odot$) unter der Annahme einer Masse-Leuchtkraft-Beziehung ($M-L$) der Form $L \propto M^4$ ab. Schätze auch die Unsicherheit von M_s ab. Möglicherweise benötigst Du $d \ln x / dx = 1/x$. **[8]**

Radialgeschwindigkeitsmethode

Bei der Radialgeschwindigkeitsmethode wird die Dopplerverschiebung $\delta\lambda \equiv \lambda_{\text{obs}} - \lambda_0$ zwischen der beobachteten Wellenlänge λ_{obs} und der Ruhewellenlänge λ_0 einer bekannten Spektrallinie verwendet, um einen Exoplaneten zu erkennen und seine Eigenschaften zu bestimmen.

Die folgende Abbildung zeigt $\delta\lambda$ für die Fe I-Linie ($\lambda_0 = 543.45 \times 10^{-9}$ m) als Funktion der Zeit, wie sie für das SP-System beobachtet wurde.

Die Halbamplitude der Radialgeschwindigkeit K ist definiert als $K \equiv (v_{r, \text{max}} - v_{r, \text{min}})/2$, wobei $v_{r, \text{max}}$ und $v_{r, \text{min}}$ die maximalen bzw. minimalen Radialgeschwindigkeiten sind. Für eine kreisförmige Planetenbahn kann die Halbamplitude K geschrieben werden als:

$$K = \left(\frac{2\pi G}{T} \right)^{1/3} \frac{M_p \sin i}{(M_p + M_s)^{2/3}}$$

wobei T die Periode, i die Neigung der Planetenbahn (Winkel zwischen der Normalen zur Bahnebene des Planeten und der Sichtlinie des Beobachters), M_p und M_s die Massen des Planeten bzw. des Sterns sind.

- (D01.2) Beantworte die folgenden Fragen anhand des obigen Diagramms auf dem zusammenfassenden Antwortbogen (Diagramm ist dort gedreht um 90 deg).
- (D01.2a) Zeichne eine glatte Kurve, die mit den im Diagramm dargestellten Beobachtungsdaten [2] verbunden ist.
- (D01.2b) Wähle geeignete Punkte auf der von Dir gezeichneten Kurve aus und verwende [11] geeignete Methoden, um T und K zusammen mit ihren jeweiligen Unsicherheiten zu bestimmen. Alle Datenpunkte, die für die Berechnung von T und K verwendet wurden, müssen in der Tabelle auf dem zusammenfassenden Antwortbogen angegeben werden. Verwende den Rest der Tabelle, um Deine Zwischenrechnungen mit entsprechenden Überschriften darzustellen, falls erforderlich.
- (D01.2c) Bestimme die minimale Masse des Planeten $M_{p, \min}$ (in $M_\odot$) und die entsprechende [5] Unsicherheit unter Annahme von $M_p \ll M_s$.
- (D01.2d) Berechne unter Verwendung des in Teil (D01.2c) geschätzten Wertes von $M_{p, \min}$ den [4] Minimalwert der großen Halbachse der Planetenbahn, $a_{\min}$, in au und seine Unsicherheit.

Transit-Methode (ohne Limb Darkening)

Das schematische Diagramm eines Planetentransits (nicht maßstabsgetreu) ist unten dargestellt. Zunächst wird angenommen, dass die stellare Scheibe eine gleichmäßige durchschnittliche Intensität mit einem gewissen Eigenrauschen aufgrund des Sterns selbst aufweist.

Die Lichtkurve der normierten Intensität, I , in Abhängigkeit der Zeit t ist im obigen schematischen Diagramm des Transits dargestellt. Die durchschnittliche stellare Intensität außerhalb des Transits wird als Eins angenommen. Die maximale Abnahme der Intensität ist durch Δ in der normierten Lichtkurve gegeben. Für eine gleichmäßig helle stellare Scheibe lautet die Beziehung zwischen dem Radius des Planeten, R_p , und Δ :

$$\left(\frac{R_p}{R_s}\right)^2 = \Delta,$$

wobei R_s der Radius des Sterns ist.

Die Gesamtdauer des Transits (wenn ein Teil oder der gesamte Planet die Sternscheibe bedeckt) ist durch t_T gegeben, während t_F die Dauer angibt, wenn sich der Planet vollständig vor der Sternscheibe befindet. Der "Stoßparameter" b ist der projizierte Abstand zwischen dem Planeten und dem Zentrum der Sternscheibe in der Mitte des Transits in Einheiten des Sternradius R_s .

Für Stern-Planeten-Bahnen, bei denen es zu so einem Transit kommen kann, ist der Stoßparameter durch die Formel

$$b = \left[\frac{(1 - \sqrt{\Delta})^2 - (t_F/t_T)^2(1 + \sqrt{\Delta})^2}{1 - (t_F/t_T)^2} \right]^{1/2}$$

gegeben .

- (D01.3) Für das SP-System ist der Sternradius bekannt als $R_s = 1.20R_\odot$, und der Transit des Planeten ist tatsächlich sichtbar. Bestimme unter Verwendung des minimalen Bahnradius $a_{\min}$, der in Teil (D01.2d) abgeschätzt wurde, den minimale Wert $i_{\min}$ des Neigungswinkels. [3]

Unter der Annahme einer gleichmäßig hellen Sternscheibe würde die Transitlichtkurve wie unten dargestellt aussehen.

- (D01.4) Beantworte anhand der angegebenen Lichtkurve die folgenden Fragen. Die obige Lichtkurve ist als Referenz auch auf dem Antwortbogen angegeben.

- (D01.4a) Schätze die Werte von t_T und t_F in Tagen ab, indem Du geeignete Werte aus dem Diagramm abliest and markierst. [3]

- (D01.4b) Schätze den Mittelwert von Δ ab, indem Du geeignete Werte aus dem Diagramm abliest und markierst, und ermittle so R_p in Einheiten von $R_\odot$. [2]

- (D01.4c) Bestimme den Wert von i in Grad unter der Annahme, dass der Bahnradius $a_{\min}$ ist. [2]

Einführung von Limb Darkening

Bislang haben wir angenommen, dass die stellare Scheibe gleichmäßig hell ist. In Wirklichkeit ist die beobachtete Helligkeit der stellaren Scheibe aufgrund der "Randverdunkelung" nicht einheitlich - ein optischer Effekt, bei dem der zentrale Teil der stellaren Scheibe heller erscheint als der Rand.

Der Effekt der Randverdunkelung kann durch die relative Intensität $J(\theta) \equiv \frac{I(\theta)}{I(0)}$ gemessen werden, wobei θ der Winkel zwischen der Normalen auf die Sternoberfläche an einem Punkt und der Linie ist, die den Beobachter mit diesem Punkt verbindet, $I(\theta)$ die beobachtete Intensität der stellaren Scheibe an diesem Punkt ist ($I(0)$ ist die Intensität im Zentrum der stellaren Scheibe). Für einen entfernten Beobachter variiert θ von $\theta = 0$ (Zentrum der Scheibe) bis $\theta \approx 90^\circ$ (Rand der Scheibe).

(D01.5) Die nachstehende Tabelle enthält die gemessenen $J(\theta)$ bei einer bestimmten Wellenlänge für die Sonne. Wir nehmen an, dass das gleiche Profil der Randverdunkelung für den Stern S gilt.

θ	$J(\theta)$	θ	$J(\theta)$	θ	$J(\theta)$	θ	$J(\theta)$
0°	1.000	20°	0.971	40°	0.883	70°	0.595
10°	0.994	25°	0.950	50°	0.794	80°	0.475
15°	0.984	30°	0.943	60°	0.724	90°	0.312

Das Profil der Randabdunklung kann durch eine quadratische Formel modelliert werden:

$$J(\theta) = 1 - a_1(1 - \cos \theta) - a_2(1 - \cos \theta)^2,$$

wobei a_1 und a_2 zwei Konstanten sind.

Wir werden die unbekanntenen Koeffizienten a_1 und a_2 aus den gegebenen Daten abschätzen, indem wir ein Diagramm mit geeigneten Variablen erstellen.

(D01.5a) Wähle ein Paar von Variablen (x_1, y_1) , die geeignete Funktionen von θ und J sind, die Du entlang der Achsen x und y auftragen willst, um a_1 und a_2 zu bestimmen. Schreibe die Ausdrücke für x_1 und y_1 auf. [2]

Wenn Du zusätzliche Variablen für weitere Diagramme definieren musst, definiere sie als (x_2, y_2) , usw.

(D01.5b) Gib die für Deine Diagramme erforderlichen Werte in Tabellenform an. [4]

(D01.5c) Zeichne die neu definierten Variablen auf dem vorgegebenen Millimeterpapier auf (beschrifte Dein Diagramm als "D01.5c"). [7]

(D01.5d) Ermittle a_1 und a_2 aus dem Diagramm. Unsicherheiten für die Werte sind nicht erforderlich. [7]

Transit in Anwesenheit einer Randverdunkelung

Wir betrachten nun Planetentransite durch eine Sternscheibe mit verdunkeltem Rand. Bei Vorhandensein einer Randverdunkelung, die wir durch die oben angegebene quadratische Formel für $J(\theta)$ modellieren werden, ist die durchschnittliche beobachtete Intensität der gesamten Sternscheibe (ohne Transit), $\langle I \rangle$, gegeben durch:

$$\langle I \rangle = \left(1 - \frac{a_1}{3} - \frac{a_2}{6} \right) I(0)$$

Darüber hinaus hängt die durch den vorüberziehenden Planeten verursachte Lichtdelle nicht nur von der relativen Größe des Planeten und des Sterns ab $\left(\frac{R_p}{R_s} \right)$, sondern auch vom Intensitätsprofil der stellaren Scheibe entlang der Transitsehne, was wiederum vom Neigungswinkel i abhängt.

Das folgende schematische Diagramm (nicht maßstabsgetreu) zeigt die Konfiguration. Man beachte, dass der hellere Teil des Sterns in einem dunkleren Farbton dargestellt ist, während der Planet als schwarzer Punkt dargestellt ist.

Hier ist die Beziehung zwischen $\left(\frac{R_p}{R_s}\right)$ und dem gemessenen Δ aus der Lichtkurve gegeben durch

$$\Delta = \frac{I(\theta_C)}{\langle I \rangle} \left(\frac{R_p}{R_s}\right)^2,$$

wobei $I(\theta_C)$ die Intensität der Sternscheibe im Mittelpunkt der Transitsehne (Punkt C in der obigen Abbildung) ist und θ_C der Winkel zwischen der Sichtlinie und der Normalen zur Oberfläche in diesem Punkt. Daraus wird ersichtlich, dass für einen bestimmten Stern der gleiche Wert von Δ durch viele Kombinationen der Planetengröße R_p und des Neigungswinkels i erreicht werden kann.

(D01.6) Es ist möglich, sowohl R_p als auch i eindeutig zu bestimmen, indem man Daten von Transitlichtkurven bei zwei Wellenlängen verwendet, sagen wir λ_B (blau) und λ_R (rot). Die Verdunkelungskoeffizienten für diese beiden Wellenlängen sind unten angegeben:

Wellenlänge	a_1	a_2
λ_B	0.82	0.05
λ_R	0.24	0.20

(D01.6a) Wähle aus den folgenden Aussagen die richtige aus, die den Zusammenhang zwischen der maximalen Tiefe des Transits Δ für λ_B und dem Neigungswinkel (i) der Umlaufbahn beschreibt, und hake sie (✓) auf dem zusammenfassenden Antwortbogen ab. [2]

- A. Δ nimmt mit abnehmendem i zu.
- B. Δ nimmt mit abnehmendem i ab.
- C. Δ ist unabhängig von i .

(D01.6b) Die maximale Tiefe des Transits (Δ) für das "SP-System" wurde mit 0.0182 und 0.0159 für λ_B bzw. λ_R gemessen. [4]

Zeichne schematische Transitlichtkurven sowohl für λ_B als auch für λ_R auf dem gegebenen Gitter und beschrifte die Kurven mit "B" bzw. "R". Nimm an, dass die Gesamttransitdauer für beide Wellenlängen gleich ist. Die Kurven müssen nicht maßstabsgetreu sein, sollten aber die Form der Lichtkurven korrekt wiedergeben.

(D01.7) Wir werden eine grafische Methode verwenden, um die Werte von R_p und i für das SP-System anhand der Messungen von Δ bei λ_B und λ_R zu ermitteln.

(D01.7a) Schreibe einen geeigneten Ausdruck auf, der die relevanten Variablen, die gezeichnet werden sollen, verbindet. (Tipp: Du kannst i oder b , und R_p , zu den relevanten Variablen zählen.) [6]

(D01.7b) Tabelliere die entsprechenden Größen, die aufgetragen werden sollen. [5]

-
- (D01.7c) Zeichne ein geeignetes Diagramm und beschrifte es als "D01.7c". [7]
- (D01.7d) Schätze die Werte von R_p (in $R_\odot$) und i (in Grad) anhand des Graphen ab. [4]
- (D01.8) Gib auf Grundlage der Ergebnisse dieser Aufgabe an, ob es sich bei dem Planeten P um einen Gesteinsplanet ("ROCKY") oder um einen Gasplanet ("GASEOUS") handelt, indem Du das entsprechende Kästchen auf dem Antwortbogen (✓) abhakst. [2]

(D02) Vorhersage der Ankunftszeiten von koronalen Massenauswürfen auf der Erde

[60 Punkte]

Die Sonne setzt gelegentlich magnetisiertes Plasma frei, was als koronale Massenauswürfe (CMEs) bezeichnet wird, die von der Sonnenoberfläche ausgehen und sich nach außen ausbreiten. Die genaue Vorhersage ihrer Ankunftszeiten auf der Erde ist entscheidend für das Verständnis und die Abmilderung ihrer potenziellen Auswirkungen auf Satelliten, die die Erde umkreisen. In dieser Aufgabe geht es darum, die Ankunftszeiten von CMEs durch die Entwicklung eines empirischen Modells vorherzusagen, wobei die Daten von 10 CMEs verwendet werden. In dieser Aufgabe wird der Abstand zwischen der Sonnenoberfläche und der Erde als $214R_{\odot}$ angenommen.

Außerdem wird angenommen, dass die Sonne nicht rotiert. Aufgrund von elektromagnetischen, Gravitations- und Reibungskräften erfahren CMEs während ihrer Ausbreitung eine variable Beschleunigung. In den ersten beiden Teilen dieses Problems nehmen wir an, dass die Region zwischen der Sonne und der Erde ein Vakuum ist.

CMEs durch Vakuum.

(D02.1) Die Anfangsgeschwindigkeit u auf der Sonnenoberfläche ($= 1R_{\odot}$), die Endgeschwindigkeit v beim Erreichen der Erde und die Zeit bis zum Eintreffen auf der Erde nach Verlassen der Sonnenoberfläche (in Stunden), τ , sind in der folgenden Tabelle für 10 CMEs angegeben.

CME	u	v	τ
Name	(km s^{-1})	(km s^{-1})	(h)
CME-A	804	470	74.5
CME-B	247	360	127.5
CME-C	523	396	103.5
CME-D	830	415	71.0
CME-E	665	400	104.5
CME-F	347	350	101.5
CME-G	446	375	99.5
CME-H	155	360	97.0
CME-I	1016	515	67.0
CME-J	683	410	54.0

(D02.1a) Berechne die mittlere Beschleunigung, a , für jeden CME in m s^{-2} . **[3]**

(D02.1b) Wir gehen von einem empirischen Modell für die Beschleunigung, a_{model} , eines CME aus, die von seiner Anfangsgeschwindigkeit u gemäß $a_{\text{model}} = m \left(\frac{u}{u_0} \right) + \alpha$; abhängt, wobei a_{model} in m s^{-2} ausgedrückt wird, u in km s^{-1} und $u_0 = 1.00 \times 10^3 \text{ km s}^{-1}$.

Bestimme die Konstanten m und α und ihre zugehörigen Unsicherheiten anhand eines geeigneten Diagramms (beschrifte Dein Diagramm mit "D02.1b"). **[15]**

(D02.1c) Gib für jeden CME a_{model} in m s^{-2} in einer Tabelle an. Berechne daraus das quadratische Mittel der Beschleunigungen, δa_{rms} , zwischen der berechneten Beschleunigung, a , und den Modellwerten, a_{model} . **[4]**

(D02.2) Wir betrachten zwei weitere CMEs: CME-1 und CME-2, mit Anfangsgeschwindigkeiten von $u = 1044 \text{ km s}^{-1}$ bzw. 273 km s^{-1} .

- (D02.2a) Berechne unter Verwendung des in (D02.1b) erhaltenen empirischen Modells die vorhergesagten Ankunftszeiten auf der Erde, $\tau_{1,m}$ und $\tau_{2,m}$ (in Stunden), für CME-1 bzw. CME-2. [4]
- (D02.2b) Die beobachteten Ankunftszeiten von CME-1 und CME-2 auf der Erde betragen 46,0 h bzw. 74,5 h. Das empirische Modell wird als VALID für einen bestimmten CME angesehen, wenn seine vorhergesagte Ankunftszeit innerhalb von 20% der beobachteten Ankunftszeit liegt; andernfalls ist es NOT VALID. Gib die Gültigkeit des Modells für jeden CME an, indem Du das entsprechende Kästchen auf dem zusammenfassenden Antwortbogen abhakst (✓). [2]

CMEs in Gegenwart des Sonnenwindes

In der Realität ist der Raum zwischen der Sonne und der Erde vom Sonnenwind durchdrungen, der eine Reibungskraft auf CMEs ausübt. Diese Reibungskraft kann einen CME entweder abbremesen oder beschleunigen, je nach der Geschwindigkeit des CME im Verhältnis zum Sonnenwind. Um den Einfluss des Sonnenwindes zu berücksichtigen, verwenden wir ein "Nur-Reibung"-Modell für die Entfernungen $R_{\text{obs}}(t) \geq R_0$, wobei R_0 die Entfernung ist, jenseits derer die Widerstandskraft zur dominierenden Kraft wird, die die Bewegung des CME beeinflusst.

Der Abstand von der Sonnenoberfläche, wie er sich aus dem "Nur-Reibung"-Modell ergibt, $R_D(t)$, und die Geschwindigkeit, $V_D(t)$, eines CME in diesem Modell sind gegeben durch

$$R_D(t) = \frac{S}{\gamma} \ln [1 + S\gamma(V_0 - V_s)(t - t_0)] + V_s(t - t_0) + R_0$$

$$V_D(t) = \frac{V_0 - V_s}{1 + S\gamma(V_0 - V_s)(t - t_0)} + V_s$$

wobei $\gamma = 2 \times 10^{-8} \text{ km}^{-1}$, V_s die konstante Geschwindigkeit des Sonnenwindes, R_0 und V_0 die Entfernung bzw. Geschwindigkeit zum Zeitpunkt t_0 und S der Vorzeichenfaktor sind. $S = 1$ wenn $V_0 > V_s$; $S = -1$ wenn $V_0 \leq V_s$.

- (D02.3) Die folgenden Tabellen zeigen den beobachteten radialen Abstand von der Sonnenoberfläche, $R_{\text{obs}}(t)$ (gemessen in $R_\odot$) als Funktion der Zeit, t (in Stunden), für zwei CMEs: CME-3 und CME-4. Der letzte Datenpunkt in jeder Tabelle (D5 bzw. P8) entspricht der Ankunftszeit des jeweiligen CME auf der Erde. Für diesen Teil wird $V_s = 330 \text{ km s}^{-1}$ angenommen.

CME-3		
Datenpunkt	t (in h)	$R_{\text{obs}}(t)$ (in $R_\odot$)
D1	0.200	6.36
D2	0.480	7.99
D3	1.22	11.99
D4	1.49	13.51
D5	58.05	214

CME-4		
Datenpunkt	t (in h)	$R_{\text{obs}}(t)$ (in $R_\odot$)
P1	1.00	4.00
P2	3.00	6.00
P3	4.00	9.00
P4	5.00	11.0
P5	21.0	43.0
P6	50.0	100
P7	85.0	170
P8	111	214

Wir werden prüfen, ob das "Nur-Reibung"-Modell die Ankunftszeiten dieser CMEs zufriedenstellend vorhersagt. Um dieses Modell zu verwenden, müssen t_0 und die entsprechenden Werte R_0 und V_0 geeignet gewählt werden.

- (D02.3a) Nimm für CME-3 die folgenden zwei Fälle an: [6]
 (C1) t_0 wird als Mittelpunkt des Intervalls D1 - D2 gewählt
 (C2) t_0 wird als Mittelpunkt des Intervalls D3 - D4 gewählt
 Nimm an, dass die Geschwindigkeit in jedem spezifischen Intervall D1-D2 und D3-D4 konstant bleibt, aber zwischen den beiden Intervallen variieren kann.

Berechne unter Verwendung von t_0 , R_0 und V_0 die Differenz zwischen dem beobachteten und dem vorhergesagten radialen Abstand $\delta R_D \equiv R_{\text{obs}}(t) - R_D(t)$ in Einheiten von $R_\odot$ bei $t = 58,05$ h, für jeden der beiden Fälle.

- (D02.3b) Berechne $R_D(t)$ an den Punkten P5, P6, P7 und P8 zwischen der Sonne und der Erde für CME-4 für die folgenden zwei Fälle, wobei Du ähnlich wie bei (D02.3a) vorgehst: [4]

- (C3) t_0 wird als Mittelpunkt des Intervalls P1 - P2 gewählt
 (C4) t_0 wird als Mittelpunkt des Intervalls P3 - P4 gewählt.

- (D02.3c) [10]

Stellen $R_D(t)$ (in $R_\odot$) über t (in Stunden) für die beiden Fälle C3 und C4 für CME-4 an den Punkten P5, P6, P7 und P8 grafisch dar (beschrifte Dein Diagramm mit "D02.3c"). Zeichne in dasselbe Diagramm glatte Kurven für $R_D(t)$ für die beiden oben genannten Fälle. Nutze in diesen Teil den Bereich von 0 bis 180 h für die x -Achse.

- (D02.3d) Schätze anhand des Diagramms die absolute Differenz $|\delta\tau|$ zwischen der tatsächlichen Ankunftszeit von CME-4 auf der Erde und der vom "Nur-Reibung"-Modell vorhergesagten Ankunftszeit für jeden der Fälle C3 und C4. [4]

- (D02.3e) Gib an, ob die folgende Aussage WAHR oder FALSCH ist, indem Du das entsprechende Kästchen auf dem zusammenfassenden Antwortbogen (✓) abhakst (eine schriftliche Begründung ist nicht erforderlich): [1]
 "Die vom Sonnenwind auf CMEs ausgeübten Reibungskräfte werden für CME-3 zu einem früheren Zeitpunkt dominant als für CME-4".

- (D02.4) Betrachte Reibung als die dominierende Kraft, die auf die 10 CMEs in Teil D02.1 wirkt. Nimm an, dass das "Nur-Reibung"-Modell von der Sonnenoberfläche ($R_0 = 1 R_\odot$) und darüber hinaus für alle CMEs anwendbar ist. [7]

Ermittle und tabelliere die Sonnenwindgeschwindigkeit V_s in km s^{-1} für jeden CME. Schätze außerdem die durchschnittliche Sonnenwindgeschwindigkeit $V_{s, \text{avg}}$ für alle 10 CMEs ab.