

(D01) 30 ans d'exoplanètes

[90 points]

Ce problème explore certains aspects des deux principales méthodes de détection des exoplanètes : la vitesse radiale et le transit. On considère un système particulier constitué d'une seule planète (P) sur une orbite circulaire de rayon a autour d'une étoile de type solaire (S). On appelle ce système « système SP ».

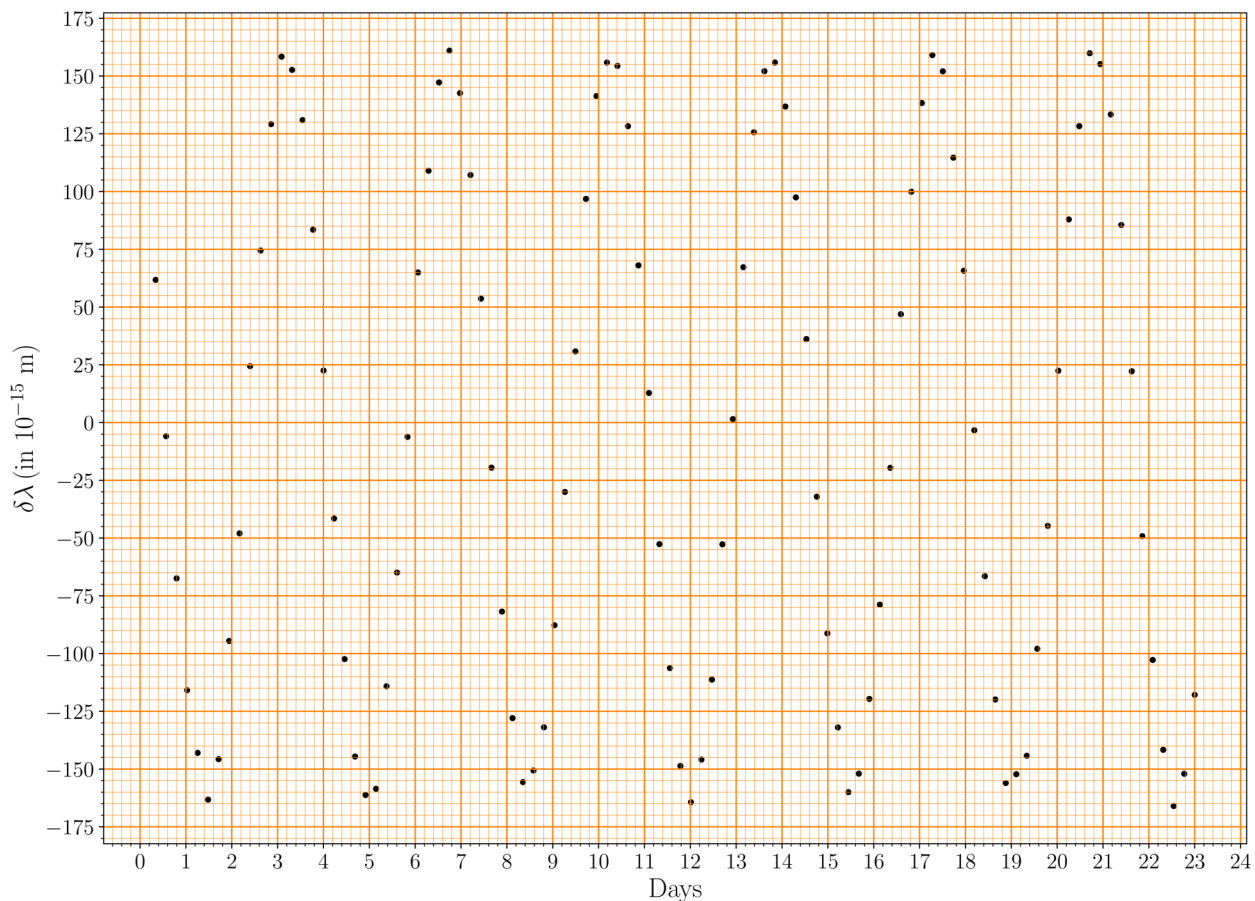
- (D01.1) La magnitude apparente dans la bande V de l'étoile S est de $7,65 \pm 0,03$ mag, la parallaxe est de $20,67 \pm 0,05$ milliarcsecondes et la correction bolométrique (BC) est de $-0,0650$ mag. Ainsi, l'étoile a donc une luminosité bolométrique plus grande que sa luminosité dans la bande V.

Estimer la masse de l'étoile, M_s (en fonction de $M_\odot$), en supposant une relation masse - [8]
luminosité ($M - L$) de la forme $L \propto M^4$. Estimer également l'incertitude de M_s . On pourra utiliser $d \ln x / dx = 1/x$.

Méthode de la vitesse radiale

La méthode de vitesse radiale utilise le décalage Doppler $\delta\lambda \equiv \lambda_{\text{obs}} - \lambda_0$ entre la longueur d'onde observée λ_{obs} et la longueur d'onde de repos λ_0 d'une raie spectrale connue pour détecter une exoplanète et déterminer ses caractéristiques.

La figure ci-dessous montre le $\delta\lambda$ pour la ligne Fe I ($\lambda_0 = 543,45 \times 10^{-9}$ m) en fonction du temps tel qu'observé pour le système SP.



La demi-amplitude crête à crête de la vitesse radiale K est définie comme $K \equiv (v_{r,\text{max}} - v_{r,\text{min}})/2$ où $v_{r,\text{max}}$ et $v_{r,\text{min}}$ sont respectivement les vitesses radiales minimale et maximale. Pour une orbite planétaire circulaire, la demi-amplitude K peut s'écrire comme suit :

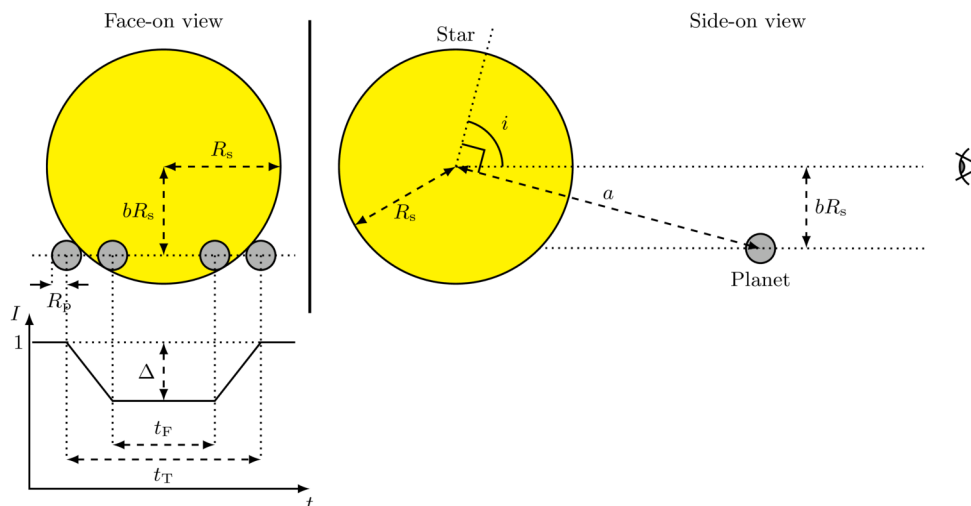
$$K = \left(\frac{2\pi G}{T} \right)^{1/3} \frac{M_p \sin i}{(M_p + M_s)^{2/3}}$$

où T est la période, i est l'inclinaison de l'orbite planétaire (angle entre la normale au plan orbital de la planète et la ligne de visée de l'observateur), M_p et M_s sont respectivement les masses de la planète et de l'étoile.

- (D01.2) Utiliser le graphique fourni dans la feuille récapitulative des réponses (tourné de 90 deg) pour répondre aux questions suivantes.
- (D01.2a) Tracer une courbe lissée associée aux données observées présentées dans le [2] graphique.
- (D01.2b) Sélectionner les points appropriés sur la courbe et utiliser des méthodes adaptées [11] pour déterminer T et K ainsi que leurs incertitudes respectives. Tous les points de données utilisés pour le calcul de T et K doivent être indiqués dans le tableau de la feuille récapitulative des réponses, avec les en-têtes appropriés.
- (D01.2c) Trouver la masse minimale de la planète $M_{p,\min}$ (dans $M_\odot$), et son incertitude [5] correspondante en supposant $M_p \ll M_s$.
- (D01.2d) En utilisant la valeur de $M_{p,\min}$ estimée dans la partie (D01.2c), calculer la valeur [4] minimale du demi-grand axe de l'orbite de la planète, $a_{\min}$, en ua et son incertitude.

Méthode de transit (sans assombrissement du limbe)

Le schéma d'un transit planétaire (non à l'échelle) est présenté ci-dessous. Dans un premier temps, on supposera que le disque stellaire présente une intensité moyenne uniforme, avec un bruit intrinsèque dû à l'étoile elle-même.



La courbe de lumière de l'intensité normalisée, I , en fonction du temps t est représentée dans le schéma du transit ci-dessus. L'intensité stellaire moyenne hors du transit est prise égale à l'unité. La diminution maximale de l'intensité est donnée par Δ dans la courbe de lumière normalisée. Pour un disque stellaire uniformément brillant, le rayon de la planète, R_p , est lié à Δ par

$$\left(\frac{R_p}{R_s}\right)^2 = \Delta,$$

où R_s est le rayon de l'étoile.

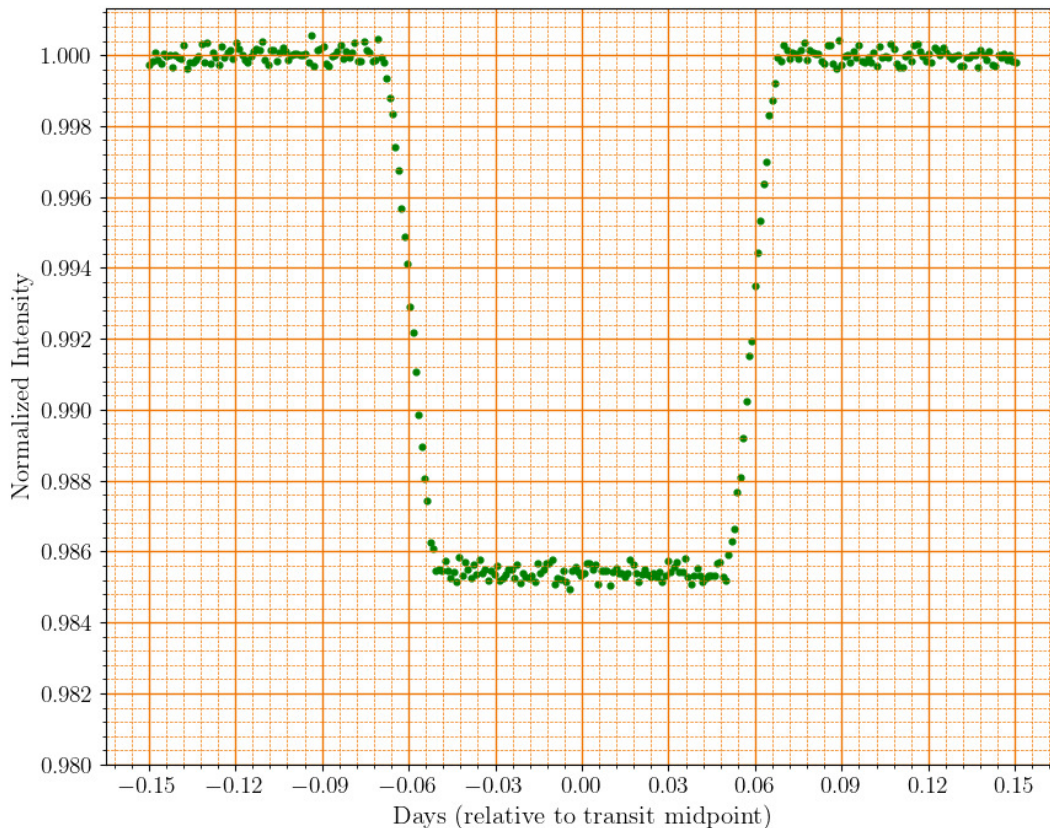
La durée totale du transit (lorsque la planète recouvre partiellement ou totalement le disque stellaire) est donnée par t_T , tandis que t_F donne la durée pendant laquelle la planète est entièrement devant le disque stellaire. Le « paramètre d'impact » b est la distance projetée entre la planète et le centre du disque stellaire au milieu du transit, en unités de rayon stellaire, R_s .

Pour une orbite étoile-planète vue presque par la tranche, le paramètre d'impact est donné par la formule

$$b = \left[\frac{(1 - \sqrt{\Delta})^2 - (t_F/t_T)^2(1 + \sqrt{\Delta})^2}{1 - (t_F/t_T)^2} \right]^{1/2}.$$

- (D01.3) Pour le système SP, le rayon stellaire est connu pour être $R_s = 1,20R_\odot$, et le transit de la planète est effectivement visible. En utilisant le rayon orbital minimal, $a_{\min}$, estimer dans la partie (D01.2d), trouver la valeur minimale, $i_{\min}$, de l'angle d'inclinaison. [3]

En supposant un disque stellaire de luminosité uniforme, la courbe de lumière de transit ressemble à celle représentée ci-dessous.



- (D01.4) A l'aide de la courbe de lumière donnée, répondre aux questions suivantes. Pour information, la courbe de lumière ci-dessus est également fournie dans la feuille récapitulative des réponses.

(D01.4a) Estimer les valeurs de t_T et t_F en jours en faisant apparaître les constructions graphiques. [3]

(D01.4b) Estimer la valeur moyenne de Δ en faisant apparaître les constructions graphiques et trouver ainsi R_p en unités de $R_\odot$. [2]

(D01.4c) Déterminer la valeur de i en degrés en supposant que le rayon orbital est $a_{\min}$. [2]

Présentation de l'assombrissement du limbe

Jusqu'à présent, on a supposé que le disque stellaire était uniformément brillant. En réalité, la luminosité observée du disque stellaire n'est pas uniforme en raison de l'« assombrissement du limbe » – un effet optique où la partie centrale du disque stellaire apparaît plus brillante que le bord, ou « limbe ».

L'effet d'assombrissement du limbe peut être mesuré par l'intensité relative $J(\theta) \equiv \frac{I(\theta)}{I(0)}$, où θ est l'angle entre la normale à la surface stellaire en un point et la ligne joignant l'observateur à ce point, $I(\theta)$ est l'intensité observée du disque stellaire en ce point ($I(0)$ étant l'intensité au centre du disque stellaire). Pour un observateur distant, θ varie de $\theta = 0$ (centre du disque) à $\theta \approx 90^\circ$ (bord du disque).

(D01.5) Le tableau ci-dessous présente les valeurs $J(\theta)$ mesurées à une certaine longueur d'onde pour le Soleil. On suppose que le même profil d'obscurcissement du limbe est observé pour l'étoile S.

θ	$J(\theta)$	θ	$J(\theta)$	θ	$J(\theta)$	θ	$J(\theta)$
0°	1,000	20°	0,971	40°	0,883	70°	0,595
10°	0,994	25°	0,950	50°	0,794	80°	0,475
15°	0,984	30°	0,943	60°	0,724	90°	0,312

Le profil d'assombrissement du limbe peut être modélisé par une formule quadratique :

$$J(\theta) = 1 - a_1(1 - \cos \theta) - a_2(1 - \cos \theta)^2,$$

où a_1 et a_2 sont deux constantes.

On va estimer les coefficients inconnus a_1 et a_2 à partir des données données en réalisant un tracé avec les variables appropriées.

(D01.5a) Choisir une paire de variables $(x_1; y_1)$ qui sont des fonctions appropriées de θ et J , [2]
pour les placer respectivement le long des axes x et y , afin déterminer a_1 et a_2 . Écrire les expressions pour x_1 et y_1 .

Si des variables supplémentaires sont définies pour des tracés supplémentaires, il faut les nommer comme $(x_2; y_2)$, etc.

(D01.5b) Indiquer dans le tableau les valeurs nécessaires aux tracés. [4]

(D01.5c) Tracer les variables nouvellement définies sur le papier millimétré fourni (nommer le graphique comme « D01.5c »). [7]

(D01.5d) Obtenir a_1 et a_2 à partir du tracé. Les incertitudes sur les valeurs ne sont pas nécessaires. [7]

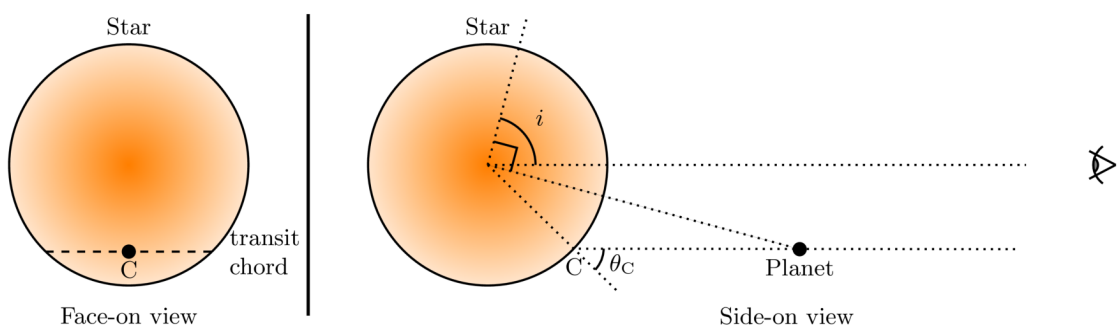
Transit en présence d'un assombrissement du limbe

On considère maintenant les transits planétaires à travers un disque stellaire dont le limbe est obscurci. En présence d'un obscurcissement du limbe, modélisé par la formule quadratique de $J(\theta)$ donnée ci-dessus, l'intensité moyenne observée sur l'ensemble du disque stellaire (sans transit), $\langle I \rangle$, est donnée par :

$$\langle I \rangle = \left(1 - \frac{a_1}{3} - \frac{a_2}{6}\right) I(0).$$

De plus, la baisse de lumière causée par la planète en transit dépend désormais non seulement de la taille relative de la planète et de l'étoile, $\left(\frac{R_p}{R_s}\right)$, mais également du profil d'intensité du disque stellaire le long de la corde de transit, qui à son tour dépend de l'angle d'inclinaison, i .

Le schéma ci-dessous (non à l'échelle) illustre la configuration. Noter que la partie la plus brillante de l'étoile est représentée en teinte plus foncée, tandis que la planète est représentée par un point noir.



Ici, la relation entre $\left(\frac{R_p}{R_s}\right)$ et le Δ mesuré à partir de la courbe de lumière est

$$\Delta = \frac{I(\theta_C)}{\langle I \rangle} \left(\frac{R_p}{R_s} \right)^2,$$

où $I(\theta_C)$ est l'intensité du disque stellaire au milieu de la corde de transit (point C dans la figure ci-dessus), θ_C étant l'angle entre la ligne de visée et la normale à la surface à ce point. D'après ce qui précède, il est évident que pour une étoile donnée, la même valeur de Δ peut être produite par de nombreuses combinaisons de la taille de la planète, R_p et de l'angle d'inclinaison i .

- (D01.6) Il est possible de déterminer de manière unique les valeurs R_p et de i en utilisant les données des courbes de lumière de transit à deux longueurs d'onde, par exemple, λ_B (bleu) et λ_R (rouge). Les coefficients d'assombrissement du limbe pour ces deux longueurs d'onde sont donnés ci-dessous :

Longueur d'onde	a_1	a_2
λ_B	0,82	0,05
λ_R	0,24	0,20

- (D01.6a) Choisir l'affirmation correcte, parmi les suivantes, qui décrit la relation entre la profondeur maximale du transit Δ pour λ_B et l'angle d'inclinaison (i) de l'orbite, et cocher la (✓) dans la feuille récapitulative des réponses. [2]

- A. Δ augmente avec la diminution de i .
 B. Δ diminue avec la diminution de i .
 C. Δ est indépendant de i .

- (D01.6b) La profondeur maximale du transit (Δ) pour le « système SP » a été mesurée à 0,0182 et 0,0159 respectivement pour λ_B et λ_R . [4]

Tracer les courbes schématisques de transit de lumière pour λ_B et λ_R sur la grille donnée et nommer les respectivement par « B » et « R ». On suppose que la durée totale du transit est identique pour les deux longueurs d'onde. Les courbes ne doivent pas nécessairement être à l'échelle, mais doivent représenter correctement les formes des courbes de lumière.

- (D01.7) On utilisera une méthode graphique pour trouver les valeurs de R_p et i pour le système SP en utilisant les mesures de Δ à λ_B et λ_R .

- (D01.7a) Écrire une expression appropriée reliant les variables pertinentes à représenter graphiquement. (Conseil : on peut considérer i ou b , et R_p , parmi les variables pertinentes.) [6]

- (D01.7b) Dresser un tableau des variables appropriées qui doivent être tracées. [5]

- (D01.7c) Tracer un graphique approprié et nommer le « D01.7c ». [7]

- (D01.7d) Estimer les valeurs de R_p (en $R_\odot$) et i (en degrés) à partir du graphique. [4]

- (D01.8) En vous basant sur les résultats obtenus dans ce problème, indiquer si la planète P est « ROCHEUSE » ou « GAZEUSE » en cochant (✓) la case appropriée dans la feuille récapitulative des réponses. [2]

(D02) Prédire les heures d'arrivée des éjections de masse coronale sur Terre
[60 points]

Le Soleil libère occasionnellement du plasma magnétisé, appelé éjections de masse coronale (CME), qui provient de la surface du Soleil et se propage vers l'extérieur. Une prédiction précise de leur heure d'arrivée sur Terre est essentielle pour comprendre et atténuer leurs effets potentiels sur les satellites en orbite terrestre. Dans ce problème, on cherche à prédire l'heure d'arrivée des CME en développant un modèle empirique à partir des données de 10 CME. Dans ce problème, la distance entre la surface du Soleil et la Terre est considérée comme égale à $214R_{\odot}$.

On suppose ensuite que le Soleil ne tourne pas. Sous l'effet des forces électromagnétiques, gravitationnelles et de traînée, les CME subissent une accélération variable tout au long de leur propagation. Dans les deux premières parties de ce problème, on suppose que la région entre le Soleil et la Terre est vide.

CME à travers le vide.

- (D02.1) La vitesse initiale, u , à la surface solaire ($= 1R_{\odot}$), la vitesse finale, v , en atteignant la Terre, et le temps pour arriver sur Terre après avoir quitté la surface du Soleil (en heures), τ , sont donnés pour 10 CME dans le tableau suivant.

CME	u	v	τ
Nom	(km s ⁻¹)	(km s ⁻¹)	(h)
CME-A	804	470	74,5
CME-B	247	360	127,5
CME-C	523	396	103,5
CME-D	830	415	71,0
CME-E	665	400	104,5
CME-F	347	350	101,5
CME-G	446	375	99,5
CME-H	155	360	97,0
CME-I	1016	515	67,0
CME-J	683	410	54,0

- (D02.1a) Calculer l'accélération moyenne, a , pour chaque CME en m s⁻².

[6]

- (D02.1b) On suppose un modèle empirique pour l'accélération, a_{model} , d'une CME, qui dépend de sa vitesse initiale u comme, $a_{\text{model}} = m \left(\frac{u}{u_0} \right) + \alpha$; où, a_{model} est exprimé en m s⁻², u est exprimé en km s⁻¹ et $u_0 = 1,00 \times 10^3$ km s⁻¹.

Déterminer les constantes m et α et leurs incertitudes associées à l'aide d'un graphique approprié (Nommer le graphique « D02.1b »). **[12]**

- (D02.1c) Pour chaque CME, compléter le tableau avec a_{model} en m s⁻². Calculer ensuite la moyenne quadratique (rms) des accélérations, δa_{rms} , entre l'accélération calculée, a , et les valeurs du modèle, a_{model} . **[4]**

- (D02.2) On considère deux autres CME : CME-1 et CME-2, avec des vitesses initiales respectives, $u = 1\,044$ km s⁻¹ et 273 km s⁻¹.

- (D02.2a) En utilisant le modèle empirique obtenu dans (D02.1b), calculer les heures d'arrivée prévues sur Terre, $\tau_{1,m}$ et $\tau_{2,m}$ (en heures) respectivement pour CME-1 et CME-2. **[4]**

- (D02.2b) Les temps d'arrivée observés sur Terre des CME-1 et CME-2 sont respectivement de 46,0 h et 74,5 h. Le modèle empirique est considéré comme VALIDE pour une CME donnée si son temps d'arrivée prévu est inférieur de 20 % à son temps d'arrivée observé ; sinon, il est INVALIDE. Indiquer la validité du modèle pour chaque CME en cochant ✓ la case correspondante dans la feuille récapitulative des réponses. [2]

CME en présence de vent solaire

En réalité, l'espace entre le Soleil et la Terre est traversé par le vent solaire, qui exerce une force de traînée sur les éjections de masse coronale (CME). Cette force de traînée peut ralentir ou accélérer une éjection de masse coronale, selon sa vitesse par rapport à celle du vent solaire. Pour tenir compte de l'influence du vent solaire, on utilisera un modèle « traînée seule » pour les distances $R_{\text{obs}}(t) \geq R_0$, où R_0 est la distance au-delà de laquelle la force de traînée devient la force dominante affectant le mouvement de l'éjection de masse coronale.

La distance à la surface du Soleil, telle que déterminée à partir du modèle « traînée seule », $R_D(t)$, et la vitesse, $V_D(t)$, d'une CME dans ce modèle sont données par

$$R_D(t) = \frac{S}{\gamma} \ln [1 + S\gamma(V_0 - V_s)(t - t_0)] + V_s(t - t_0) + R_0$$

$$V_D(t) = \frac{V_0 - V_s}{1 + S\gamma(V_0 - V_s)(t - t_0)} + V_s$$

où, $\gamma = 2 \times 10^{-8} \text{ km}^{-1}$, V_s est la vitesse constante du vent solaire, R_0 et V_0 sont respectivement la distance et la vitesse à l'instant t_0 , et S est le facteur de signe. $S = 1$ si $V_0 > V_s$; $S = -1$ si $V_0 \leq V_s$.

- (D02.3) Les tableaux ci-dessous montrent la distance radiale observée depuis la surface du Soleil, $R_{\text{obs}}(t)$ (mesuré en $R_\odot$), en fonction du temps, t (en heures), pour deux CME : CME-3 et CME-4. Le dernier point de données de chaque tableau (respectivement D5 et P8) correspond à l'heure d'arrivée de la CME concernée sur Terre. Pour cette partie, on suppose $V_s = 330 \text{ km s}^{-1}$.

CME-3		
Point de données	t (en h)	$R_{\text{obs}}(t)$ (dans $R_\odot$)
D1	0,200	6,36
D2	0,480	7,99
D3	1,22	11,99
D4	1,49	13,51
D5	58,05	214

CME-4		
Point de données	t (en h)	$R_{\text{obs}}(t)$ (dans $R_\odot$)
P1	1,00	4,00
P2	3,00	6,00
P3	4,00	9,00
P4	5,00	11,0
P5	21,0	43,0
P6	50,0	100
P7	85,0	170
P8	111	214

On va évaluer si le modèle « traînée seule » prédit de manière satisfaisante les heures d'arrivée de ces CME. Pour utiliser ce modèle, il est nécessaire de choisir correctement t_0 , ainsi que les valeurs correspondantes R_0 et V_0 .

- (D02.3a) Pour la CME-3, on prend les deux cas suivants : [6]
 (C1) t_0 est pris comme point médian de l'intervalle D1 – D2
 (C2) t_0 est pris comme point médian de l'intervalle D3 – D4
 On suppose que la vitesse reste constante dans chaque intervalle spécifique D1–D2 et D3–D4, mais qu'elle peut différer entre les deux intervalles.
 En utilisant t_0 , R_0 et V_0 , calculer la différence entre la distance radiale observée et la distance radiale prédite $\delta R_D \equiv R_{\text{obs}}(t) - R_D(t)$ en fonction de $R_\odot$ à $t = 58,05$ h, pour chacun des deux cas.
- (D02.3b) Évaluer $R_D(t)$ aux points P5, P6, P7 et P8 entre le Soleil et la Terre pour la CME-4 pour [4]
 les deux cas suivants en adoptant une procédure similaire à (D02.3a) :
 (C3) t_0 est pris comme point médian de l'intervalle P1 – P2
 (C4) t_0 est pris comme point médian de l'intervalle P3 – P4.
- (D02.3c) Tracer $R_D(t)$ (en $R_\odot$) en fonction de t (en heures) pour les deux cas, C3 et C4, pour [10]
 la CME-4 aux points, P5, P6, P7 et P8 (nommer le graphique « D02.3c »). Sur le même graphique, tracer des courbes lissées de $R_D(t)$ pour les deux cas mentionnés ci-dessus. Pour cette partie, prendre l'axe des x compris entre 0 et 180 h.
- (D02.3d) A l'aide du graphique, estimer la différence absolue, $|\delta\tau|$ entre l'heure d'arrivée réelle [4]
 de la CME-4 sur Terre et son heure d'arrivée prédite par le modèle de traînée seule, pour chacun des cas C3 et C4.
- (D02.3e) Indiquer si l'affirmation suivante est VRAIE ou FAUSSE en cochant (✓) la case [1]
 appropriée dans la feuille récapitulative des réponses (aucune justification écrite n'est nécessaire) :
 « Les forces de traînée exercées par le vent solaire sur les CME deviennent dominantes pour la CME-3 à un moment plus précoce par rapport à la CME-4 ».
- (D02.4) On considère la traînée comme la force dominante agissant sur les 10 CME dans la partie D02.1. [7]
 On suppose que le modèle « traînée seule » soit applicable à partir de la surface du Soleil ($R_0 = 1 R_\odot$) et au-delà, pour toutes les CME.
 Estimer et compléter le tableau avec la vitesse du vent solaire V_s en km s^{-1} pour chaque CME.
 Estimer ensuite la vitesse moyenne du vent solaire $V_{s,\text{avg}}$ pour les 10 (CME).