

(D01) 30 aastat eksoplaneete

[90 punkti]

See ülesanne uurib kahe peamise eksoplaneetide tuvastamise meetodi mõningaid aspekte: radiaalkiirust ja transiiti. Selle ülesande käigus vaatleme konkreetset süsteemi, mis koosneb ühest planeedist (P) ringikujulisel orbiidil raadiusega a ümber päikesetüüpi tähe (S). Me nimetame seda süsteemi "SP-süsteemiks".

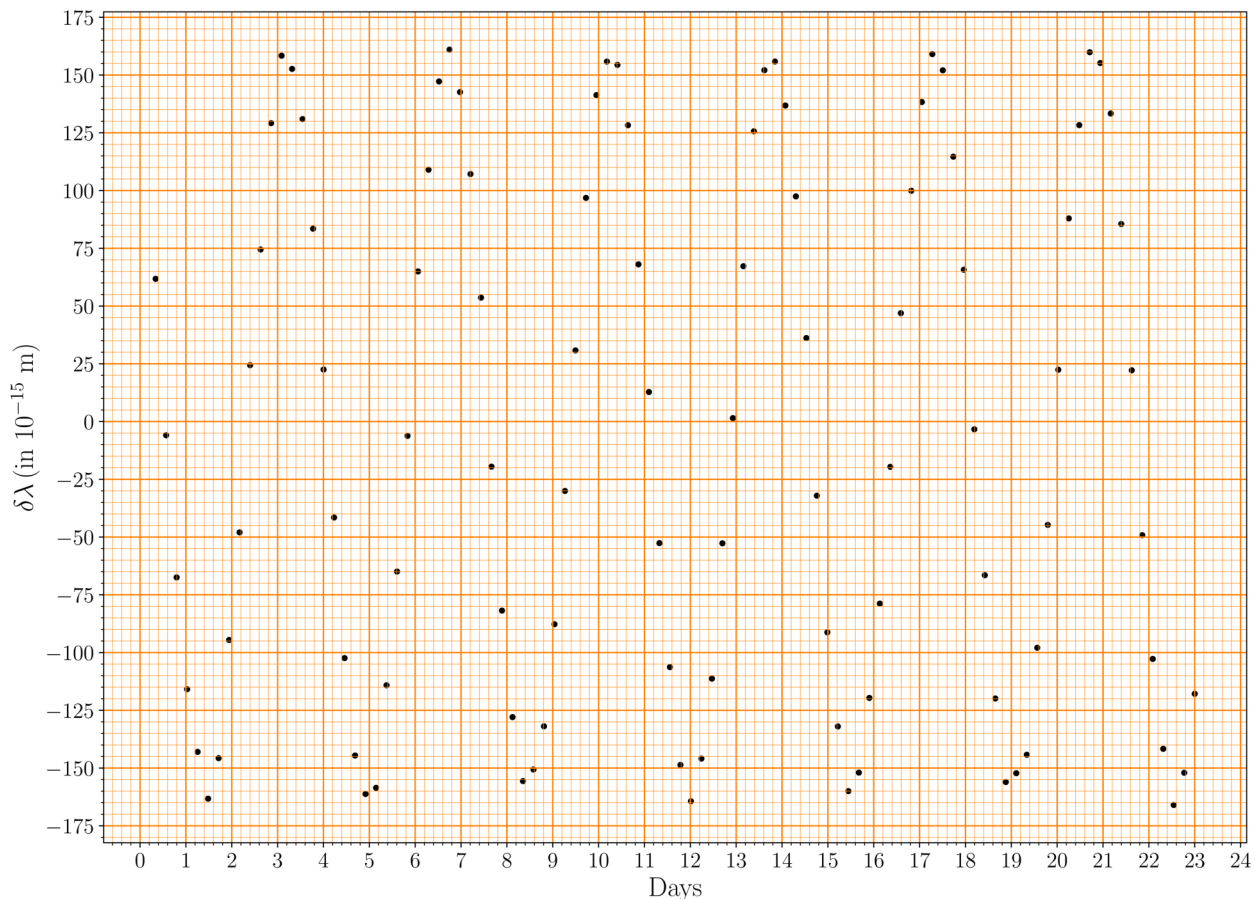
- (D01.1) Tähe S visuaalse spektripiirkonna näiv tähesuurus on $7,65 \pm 0,03$ magnituudi, parallaks on $20,67 \pm 0,05$ millikaaresekundit ja bolomeetiline korrigeering (BC) on $-0,065$ magnituudi. Seega on tähe bolomeetiline tähesuurus heledam.

Andke hinnang tähe massile M_s (ühikutes $M_\odot$), eeldades massi ja heleduse ($M - L$) seost kujul $L \propto M^4$. Hinnake ka määramatust M_s . Teil võib vaja minna seost $d \ln x / dx = 1/x$.

Radiaalkiiruse meetod

Radiaalkiiruse meetod kasutab eksoplaneedi tuvastamiseks ja selle omaduste määramiseks teadaoleva spektraaljoone lainepikkuse λ_0 ja vaadeldava lainepikkuse λ_{obs} vahelist Doppleri nihet $\delta\lambda \equiv \lambda_{\text{obs}} - \lambda_0$.

Allolev joonis näitab SP-süsteemi puhul täheldatud FeI joone ($\lambda_0 = 543.45 \times 10^{-9}$ m) nihke $\delta\lambda$ väärtust aja funktsioonina.



Radiaalkiiruse (pool)amplituud K on defineeritud kui $K \equiv (v_{r, \text{max}} - v_{r, \text{min}})/2$, kus $v_{r, \text{max}}$ ja $v_{r, \text{min}}$ on vastavalt minimaalne ja maksimaalne radiaalkiirus. Ringorbiidi korral saab (pool)amplituudi K avaldada järgmiselt:

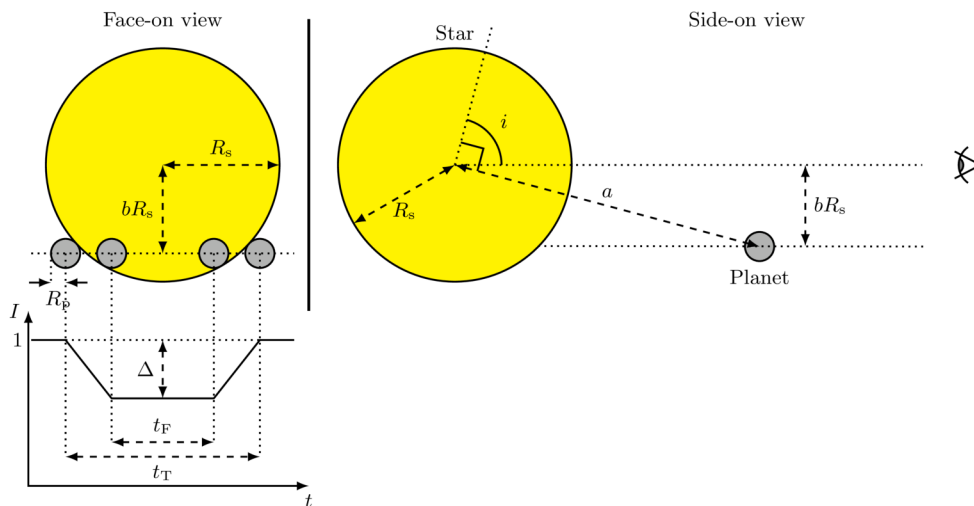
$$K = \left(\frac{2\pi G}{T} \right)^{1/3} \frac{M_p \sin i}{(M_p + M_s)^{2/3}}$$

kus T on periood, i on planeedi orbiidi kalle (nurk planeedi orbiiditasandi normaali/telje ja vaatleja vaatesihi vahel), M_p ja M_s on vastavalt planeedi ja tähe massid.

- (D01.2) Kasuta kokkuvõtval vastustelehel olevat graafikut (mis on seal pööratud 90 deg), et vastata järgmisele küsimusele.
- (D01.2a) Joonesta sile kõver graafikule kasutades, graafikul näidatud vaadeldud andmeid. [2]
- (D01.2b) Valige joonestatud kõveralt sobivad punktid ja kasutage sobivaid meetodeid, et määrata väärtused T ja K koos neile vastavate määramatustega. Kõik T ja K arvutamiseks kasutatud andmepunktid tuleb esitada kokkuvõtliku vastustelehe tabelis. Kasutage ülejäänud tabelit oma vahearvutuste esitamiseks vastavalt vajadusele koos sobivate päistega. [11]
- (D01.2c) Leidke planeedi minimaalne mass $M_{p, \min}$ (ühikus $M_{\odot}$) ja sellele vastav määramatus eeldusel, et $M_p \ll M_s$. [5]
- (D01.2d) Kasutades punktis (D01.2c) hinnatud $M_{p, \min}$ väärtust, arvutage planeedi orbiidi suure pooltelje minimaalne väärtus $a_{\min}$ au-des ja selle määramatus. [4]

Transiidimeetod (ilma ääre tumenemiseta)

Planeedi transiidi skemaatiline diagramm (mitte mõõtkavas) on näidatud allpool. Esialgu eeldame, et tähekettal on ühtlane keskmine intensiivsus koos tähe enda tekitatud müraga.



Normaliseeritud intensiivsuse I valguskõver aja t funktsioonina on näidatud ülaltoodud transiidi skemaatilisel diagrammil. Keskmine tähe intensiivsus mitte planeedi transiidi ajal on võetud ühtlaseks. Intensiivsuse maksimaalne vähenemine Δ on antud normaliseeritud valguskõveral. Ühtlaselt heleda täheketta korral on planeedi raadius R_p seotud Δ -ga järgmiselt

$$\left(\frac{R_p}{R_s}\right)^2 = \Delta,$$

kus R_s on tähe raadius.

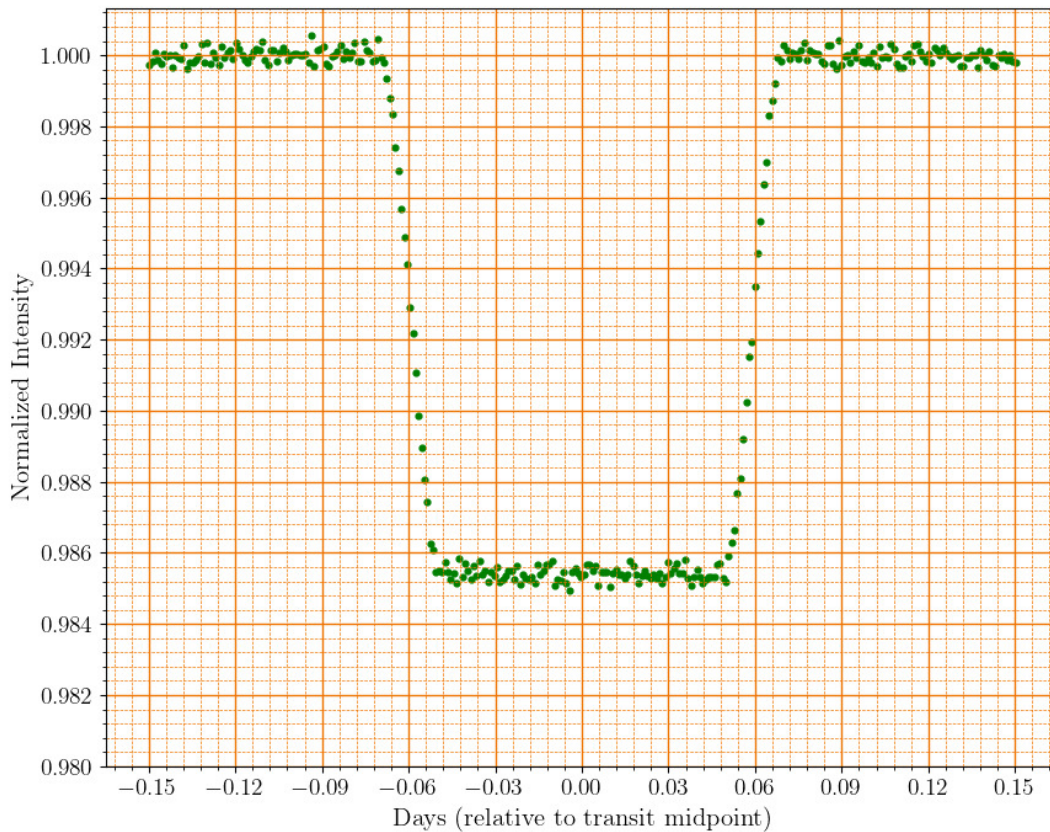
Transiidi kogukestus (kui planeet katab osaliselt või täielikult täheketta) on antud kui t_T , samas kui t_F näitab kestust, mil planeet on täielikult täheketta ees. „Põrkeparameeter“ b on planeedi ja täheketta keskpunkti vaheline projekteeritud kaugus transiidi keskpunktis, tähe raadiuse ühikutes R_s .

Tähe ja planeedi süsteemi puhul, mis on peaaegu serviti meie poole on põrkeparameeter antud valemiga

$$b = \left[\frac{(1 - \sqrt{\Delta})^2 - (t_F/t_T)^2(1 + \sqrt{\Delta})^2}{1 - (t_F/t_T)^2} \right]^{1/2}$$

- (D01.3) Antud SP-süsteemi puhul on teada tähe raadius $R_s = 1.20R_\odot$ ja planeedi transiit on tõepoolest nähtav. Kasutades osas (D01.2d) leitud minimaalset orbiidi raadiust $a_{\min}$ leidke kaldenurga minimaalne väärtus $i_{\min}$. [3]

Allpool on näidatud, millne näeks välja transiidi valguskõver, kui me eeldaks ühtlase heledusega täheketast.



- (D01.4) Kasutades antud valguskõverat, vastake järgmistele küsimustele. See valguskõver on toodud ka kokkuvõtvas vastustelehel.

(D01.4a) Hinnake t_T ja t_F väärtusi päevades, märkides graafikule vastavalt vajalikud mõõtmised. [3]

(D01.4b) Hinnake Δ keskmist väärtust, märkides graafikule vastavalt vajalikud mõõtmised, ja leidke selle kaudu ka R_p ühikutes $R_\odot$. [2]

(D01.4c) Määrake i väärtus kraadides, eeldades, et orbiidi raadius on $a_{\min}$. [2]

Ääre tumenemise tutvustus

Siiani oleme eeldanud, et täheketas on ühtlaselt hele. Tegelikult pole täheketta vaadeldav heledus ühtlane "ääre tumenemise" tõttu – optiline efekt, mille puhul täheketta keskosa paistab servast ehk "äärest" heledam.

Äärte tumenemise efekti saab mõõta suhtelise intensiivsuse abil $J(\theta) \equiv \frac{I(\theta)}{I(0)}$, kus θ on nurk tähe pinna normaali ja vaatleja selle punktiga ühendava joone vahel ning $I(\theta)$ on täheketta vaadeldav intensiivsus selles punktis ($I(0)$ on intensiivsus täheketta keskmes). Kauge vaatleja jaoks varieerub θ vahemikus $\theta = 0$ (ketta keskpunkt) kuni $\theta \approx 90^\circ$ (ketta serv). (Vaata relevantset joonist).

(D01.5) Allolev tabel annab Päikese jaoks teatud lainepikkusel mõõdetud väärtuse $J(\theta)$. Eeldame, et sama ääre tumenemise profiil kehtib ka tähe S kohta.

θ	$J(\theta)$	θ	$J(\theta)$	θ	$J(\theta)$	θ	$J(\theta)$
0°	1.000	20°	0.971	40°	0.883	70°	0.595
10°	0.994	25°	0.950	50°	0.794	80°	0.475
15°	0.984	30°	0.943	60°	0.724	90°	0.312

Ääre tumenemisprofiili saab modelleerida ruutvalemiga:

$$J(\theta) = 1 - a_1(1 - \cos \theta) - a_2(1 - \cos \theta)^2,$$

kus a_1 ja a_2 on kaks kordajat.

Antud andmete põhjal hindame tundmatuid kordajaid a_1 ja a_2 koostades sobivate muutujatega graafiku.

(D01.5a) Vali muutujate paar (x_1, y_1) , mis sõltuksid muutujatest θ ja J nii, et saaks määrata kordajate a_1 ja a_2 väärtused, joonestades need uued muutujad x - y teljestikule. Kirjuta valitud muutujate x_1 ja y_1 funktsioonid. [2]

Kui teil on vaja teha teisi muutuja vahetusi, siis defineerige need kujul (x_2, y_2) jne.

(D01.5b) Arvutage ja pange graafiku jaoks vajalikud väärtused tabelisse. [4]

(D01.5c) Joonestage äsja defineeritud ja arvutatud muutujad teile antud graafikpaberile (märgi oma graafik kui "D01.5c"). [7]

(D01.5d) Lugege graafikult a_1 ja a_2 väärtused. Väärtuste määramatust pole vaja leida. [7]

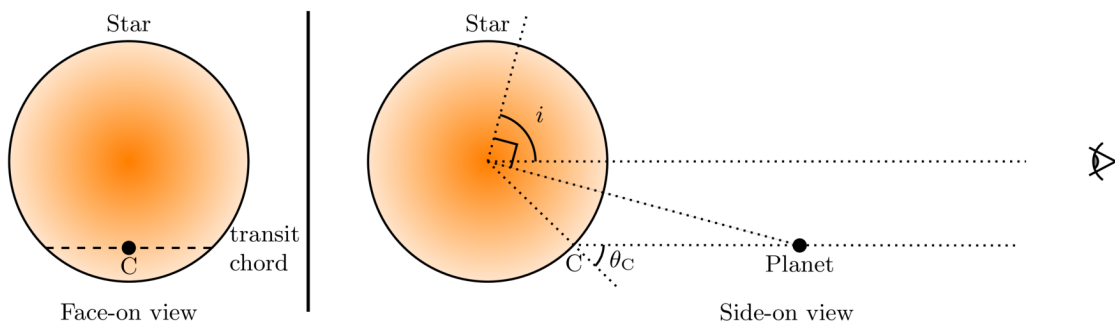
Transiit ääre tumenemise korral

Nüüd vaatleme planeedi transiiti üle tähe millel on ääre tumenemine. Ääre tumenemise korral, mida modelleerime ülaltoodud ruutvalemiga $J(\theta)$, on kogu täheketta keskmine vaadeldav intensiivsus (ilma transiidita), $\langle I \rangle$, antud järgmiselt:

$$\langle I \rangle = \left(1 - \frac{a_1}{3} - \frac{a_2}{6}\right) I(0)$$

Lisaks sõltub transiitplaneedi põhjustatud valguse langus nüüd mitte ainult planeedi ja tähe suhtelisest suurusest, $\left(\frac{R_p}{R_s}\right)$, vaid ka täheketta intensiivsusprofiilist piki transiidi teekonda, mis omakorda sõltub kaldenurgast, i .

Allolev skemaatiline diagramm (mitte mõõtkavas) näitab konfiguratsiooni. Pane tähele, et tähe heledam osa on kujutatud tumedama varjundina, planeet aga musta täpina.



Seos $\left(\frac{R_p}{R_s}\right)$ ja valguskõveralt mõõdetud Δ vahel on

$$\Delta = \frac{I(\theta_C)}{\langle I \rangle} \left(\frac{R_p}{R_s} \right)^2,$$

kus $I(\theta_C)$ on täheketta intensiivsus transiidi teekonna keskpunktis (punkt C ülaltoodud joonisel), θ_C on nurk vaatevälja ja pinnanormaali vahel selles punktis. Eelnevalt on ilmne, et antud tähe puhul saab sama Δ väärtuse saada paljude erinevate kombinatsioonide planeedi suuruse R_p ja kaldenurga i kaudu.

- (D01.6) Väärtusi R_p ja i on võimalik üheselt määrata, kasutades kahe lainepikkuse, näiteks λ_B (sinine) ja λ_R (punane), transiitvalguskõverate andmeid. Nende kahe lainepikkuse äärte tumenemiskoeftsiendid on esitatud allpool:

Lainepikkus	a_1	a_2
λ_B	0,82	0,05
λ_R	0,24	0,20

- (D01.6a) Vali järgmiste väidete hulgast õige väide, mis kirjeldab seost transiidi maksimaalse sügavuse Δ (mis vastab λ_B -le) ja orbiidi kaldenurga i vahel ning märgi see kokkuvõttas vastustelehel linnukesega (✓). [2]

- A. Δ suureneb kui i väheneb.
 B. Δ väheneb kui i väheneb.
 C. Seos Δ ja i muutumise vahel puudub.

- (D01.6b) "SP-süsteemi" transiidi maksimaalseks sügavuseks (Δ) mõõdeti 0.0182 ja 0.0159 [4]
 vastavalt lainepikustele λ_B ja λ_R .

Joonestage transiidi valgusintensiivsuse skemaatilised kõverad valguslainepikkuste λ_B ja λ_R kohta vastustelehel olevale vastavale ruudustikule ja tähistage kõverad vastavalt tähtedega „B“ ja „R“. Eeldage, et mõlema lainepikkuse puhul on transiidi kogukestus on sama. Kõverad ei pea olema skaalas, kuid valguskõverate kuju peab olema õigesti esitatud.

- (D01.7) SP-süsteemi väärtuste R_p ja i leidmiseks kasutame graafilist meetodit, kasutades Δ mõõtmisi λ_B ja λ_R puhul.

- (D01.7a) Kirjutage sobiv avaldis ühendamiseks olulisi muutujaid, mida graafikule kanda. (Vihje: asjakohaste muutujate hulgas võib olla i või b , ja R_p lisaks teistele muutujatele.) [6]

- (D01.7b) Arvutage ja esitage sobivad suurused tabelis, mis tuleb graafikule kanda. [5]

- (D01.7c) Joonesta sobiv graafik ja märki see kui "D01.7c". [7]

- (D01.7d) Hinnake graafiku abil väärtusi R_p (ühikutes $R_\odot$) ja i (kraadides). [4]

- (D01.8) Selle ülesande tulemuste põhjal märki kokkuvõtlikus vastustelehel sobiv kast linnukesega (✓), kas planeet P on „ROCKY“ (kivine) või „GASEOUS“ (gaasiline). [2]

(D02) Krooni massi pursete Maale saabumise aegade ennustamine

[60 punkti]

Päike eraldab aeg-ajalt magnetiseeritud plasmat, mida nimetatakse krooni massi purseteks (CME-deks), mis pärinevad Päikese pinnalt ja levivad väljapoole. Nende Maale saabumisaegade täpne ennustamine on ülioluline, et mõista ja leevendada nende võimalikku mõju Maa ümber tiirlevatele satelliitidele. Selle ülesande raames püüame ennustada CME-de saabumisaegu, töötades välja empiirilise mudeli, kasutades 10-ne CME andmeid. Selle ülesande käigus võetakse Päikese pinna ja Maa vaheliseks kauguseks $214R_{\odot}$.

Lisaks eeldame, et Päike ei pöörle. Elektromagnetiliste, gravitatsiooniliste ja takistusjõudude tõttu kogevad CME-d oma leviku ajal muutuvat kiirendust. Selle ülesande kahes esimeses osas eeldame, et Päikese ja Maa vaheline piirkond on vaakum.

CME-d vaakumi kaudu.

(D02.1) Järgmises tabelis on esitatud 10 CME algkiirus u Päikese pinnalt ($= 1R_{\odot}$), lõppkiirus v Maale jõudmisel ja Maale jõudmise aeg pärast Päikese pinnalt lahkumist (tundides), τ .

CME	u	v	τ
Nimi	(km/s)	(km/s)	(t)
CME-A	804	470	74,5
CME-B	247	360	127,5
CME-C	523	396	103,5
CME-D	830	415	71,0
CME-E	665	400	104,5
CME-F	347	350	101,5
CME-G	446	375	99,5
CME-H	155	360	97,0
CME-I	1016	515	67,0
CME-J	683	410	54,0

(D02.1a) Arvutage iga CME keskmine kiirendus a ühikutes m/s^{-2} . **[3]**

(D02.1b) Eeldame CME kiirenduse jaoks empiirilist mudelit a_{model} , mis sõltub algkiirusest u järgmiselt: $a_{\text{model}} = m \left(\frac{u}{u_0} \right) + \alpha$, kus a_{model} on ühikutes m s^{-2} , u on ühikutes km s^{-1} ja $u_0 = 1.00 \times 10^3 \text{ km s}^{-1}$.

Tehke graafik (pange nimeks „D02.1b“) ning määrake selle abil konstandid m ja α **[15]**
ning nendega seotud määramatused.

(D02.1c) Kirjutage tabelisse iga CME jaoks a_{model} ühikutes m s^{-2} . Seejärel leidke kiirenduste ruutkeskmine hälve δa_{rms} arvutatud kiirenduse a ja mudeli väärtuste a_{model} vahel. **[4]**

(D02.2) Vaatleme kahte teist CME-d: CME-1 ja CME-2, mille algkiirused on vastavalt $u = 1044 \text{ km s}^{-1}$ ja 273 km s^{-1} .

(D02.2a) Kasutades punktis (D02.1b) saadud empiirilist mudelit, arvutage CME-1 ja CME-2 ennustatud saabumisajad Maale, $\tau_{1, m}$ ja $\tau_{2, m}$ (tundides). **[4]**

- (D02.2b) CME-1 ja CME-2 Maale saabumise ajad on vastavalt 46.0 tundi ja 74.5 tundi. [2]
Empiirilist mudelit peetakse konkreetse CME puhul KEHTIVAKS, kui selle ennustatud saabumisaeg jääb 20% piiresse vaadeldud saabumisaegast; vastasel juhul see EI OLE KEHTIV. Märkige mudeli kehtivus mõlema CME puhul, märkides kokkuvõtlikul vastustelehel vastavasse kasti (✓).

CME-d päikesetuule juuresolekul

Tegelikkuses on Päikese ja Maa vaheline ruum läbi imbunud päikesetuulest, mis avaldab CME-dele takistusjõudu. See takistusjõud võib CME-d kas aeglustada või kiirendada, olenevalt CME kiirusest päikesetuule kiiruse suhtes. Päikesetuule mõju arvessevõtmiseks kasutame kauguste $R_{\text{obs}}(t) \geq R_0$ jaoks „ainult takistuse“ mudelit, kus R_0 on kaugus, millest alates saab takistusjõust CME liikumist mõjutav domineeriv jõud.

Antud mudelis on CME kaugus Päikese pinnast $R_D(t)$ ja CME kiirus $V_D(t)$ antud kujul

$$R_D(t) = \frac{S}{\gamma} \ln [1 + S\gamma(V_0 - V_s)(t - t_0)] + V_s(t - t_0) + R_0,$$

$$V_D(t) = \frac{V_0 - V_s}{1 + S\gamma(V_0 - V_s)(t - t_0)} + V_s$$

, kus $\gamma = 2 \times 10^{-8} \text{ km}^{-1}$, V_s on päikesetuule konstantne kiirus, R_0 ja V_0 on vastavalt vahemaa ja kiirus ajahetkel t_0 ning S on määrgitegur. $S = 1$ kui $V_0 > V_s$; $S = -1$ kui $V_0 \leq V_s$.

- (D02.3) Allolevad tabelid näitavad kahe CME (CME-3 ja CME-4) puhul Päikese pinnast mõõdetud radiaalset kaugust $R_{\text{obs}}(t)$ (mõõdetuna $R_{\odot}$ kordsetena) aja t funktsioonina (tundides). Mõlema tabeli viimane andmepunkt (vastavalt D5 ja P8) on hetk, mil vastav CME Maale saabus. Selle osa jaoks eeldame, et $V_s = 330 \text{ km s}^{-1}$.

CME-3			CME-4		
Andmepunkt	t (tundides)	$R_{\text{obs}}(t)$ ($R_{\odot}$ kordsena)	Andmepunkt	t (tundides)	$R_{\text{obs}}(t)$ ($R_{\odot}$ kordsena)
D1	0.200	6.36	P1	1.00	4.00
D2	0.480	7.99	P2	3.00	6.00
D3	1.22	11.99	P3	4.00	9.00
D4	1.49	13.51	P4	5.00	11.0
D5	58.05	214	P5	21.0	43.0
			P6	50.0	100
			P7	85.0	170
			P8	111	214

Soovime hinnata, kas „ainult takistuse“ mudel ennustab rahuldava täpsusega nende CME-de saabumisaegu. Selle mudeli kasutamiseks tuleb valida sobiv t_0 ning vastavad R_0 ja V_0 .

- (D02.3a) Analüüsime CME-3 puhul järgmist kahte juhtumit: [6]
(C1) t_0 on võetud intervalli D1 – D2 keskpunktiks
(C2) t_0 on võetud intervalli D3 – D4 keskpunktiks
Eeldame, et kiirus jääb igas konkreetsetes intervallis D1–D2 ja D3–D4 konstantseks, kuid võib kahe intervalli vahel erineda.

Kasutades t_0 , R_0 ja V_0 , arvutage vaadeldud ja ennustatud radiaalkauguse erinevus $\delta R_D \equiv R_{\text{obs}}(t) - R_D(t)$ ajahetkel $t = 58,05 \text{ h}$, esitades vastuse $R_{\odot}$ kordsetena. Tehke seda mõlema juhtumi jaoks.

- (D02.3b) Arvutage CME-4 $R_D(t)$ väärtus punktides P5, P6, P7 ja P8 Päikese ja Maa vahel kahel järgmisel juhul, kasutades sarnast protseduuri ülesandele (D02.3a): **[4]**
- (C3) t_0 on võetud intervalli P1 – P2 keskpunktiks
(C4) t_0 on võetud intervalli P3 – P4 keskpunktiks.
- (D02.3c) Kandke graafikule $R_D(t)$ (ühikus $R_\odot$) vs t (tundides) andmepunktid juhtude C3 ja C4 jaoks, kasutades selleks CME-4 P5, P6, P7 ja P8 andmepunkte (pange graafikule nimeks „D02.3c“). Joonistage samale graafikule $R_D(t)$ sujuvad kõverad ülalmainitud kahel juhul. Selle osa jaoks võtke x telje vahemikuks 0 kuni 180 tundi. **[10]**
- (D02.3d) Kasutades graafikut, hinnake CME-4 tegeliku Maale saabumisaja ja ainult takistusel põhineva mudeli abil ennustatud saabumisaja absoluutset erinevust $|\delta\tau|$ juhtude C3 kui ka C4 korral. **[4]**
- (D02.3e) Märki kokkuvõtlikul vastuste lehel sobivasse kasti linnukesega (✓), kas järgmine väide on TÕENE või VÄÄR (kirjalikku põhjendust pole vaja):
„Päikesetuule poolt CME-dele avaldatavad takistusjõud muutuvad CME-3 puhul domineerivaks varem, kui CME-4 puhul.“ **[1]**
- (D02.4) Vaatleme olukorda, kus takistus on domineeriv jõud, mis mõjub D02.1 osas 10-le CME-le. Eeldame, et „ainult takistuse“ mudel on rakendatav Päikese pinnalt ($R_0 = 1 R_\odot$) kaugele väljaspoole kõigi CME-de puhul. Leidke ja kandke tabelisse iga CME päikesetuule kiirus V_s ühikutes km s^{-1} . Leidke ka iga 10-ne CME puhul nende keskmine päikesetuule kiirus $V_{s, \text{avg}}$. **[7]**