

(D01) 30 Años de Exoplanetas

[90 puntos]

Este problema explora algunos aspectos de los dos métodos principales de detección de exoplanetas: velocidad radial y tránsito. A lo largo de este problema consideraremos un sistema particular de un solo planeta (P) en una órbita circular con radio a alrededor de una estrella tipo solar (S). Nos referiremos a este sistema como el “sistema SP”.

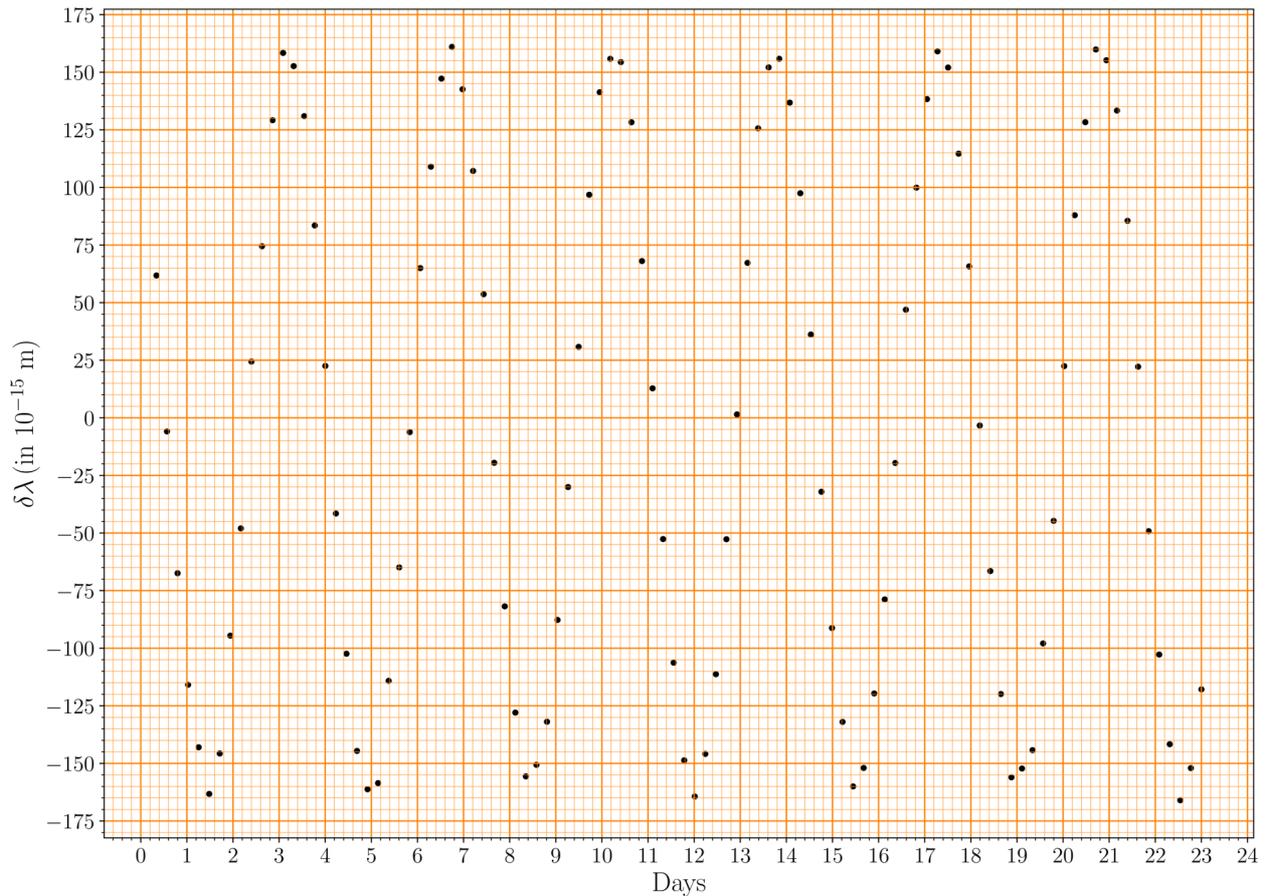
(D01.1) La magnitud aparente en la banda V de la estrella S es 7.65 ± 0.03 mag, el paralaje es 20.67 ± 0.05 milisegundos de arco y la corrección bolométrica (BC) es -0.0650 mag. Por lo tanto, la estrella tiene una magnitud bolométrica más brillante.

Estime la masa de la estrella, M_s (en unidades de M_\odot), asumiendo una relación masa- [8]
luminosidad ($M-L$) de la forma $L \propto M^4$. También estime la incertidumbre en M_s . Puede necesitar $d \ln x / dx = 1/x$.

Método de Velocidad Radial

El método de velocidad radial utiliza el desplazamiento Doppler $\delta\lambda \equiv \lambda_{\text{obs}} - \lambda_0$ entre la longitud de onda observada λ_{obs} y la longitud de onda en reposo λ_0 de una línea espectral conocida para detectar un exoplaneta y determinar sus características.

La figura a continuación muestra el $\delta\lambda$ para la línea Fe I ($\lambda_0 = 543.45 \times 10^{-9}$ m) como una función del tiempo observado para el sistema SP.



La semi-amplitud de la velocidad radial K se define como $K \equiv (v_{r, \text{max}} - v_{r, \text{min}})/2$ donde $v_{r, \text{max}}$ y $v_{r, \text{min}}$ son las velocidades radiales máxima y mínima, respectivamente. Para una órbita planetaria circular, la semi-amplitud K se puede escribir como:

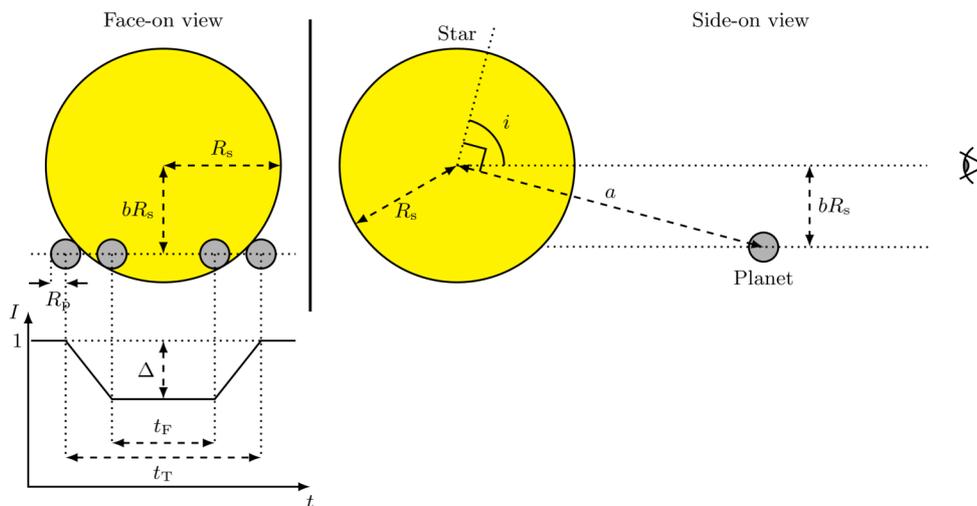
$$K = \left(\frac{2\pi G}{T} \right)^{1/3} \frac{M_p \sin i}{(M_p + M_s)^{2/3}}$$

donde T es el período, i es la inclinación de la órbita planetaria (ángulo entre la normal al plano orbital del planeta y la línea de visión del observador), M_p y M_s son las masas del planeta y de la estrella, respectivamente.

- (D01.2) Utilice el gráfico anterior dado en las Hojas de Respuestas Resumidas (rotado por 90 deg) para responder lo siguiente.
- (D01.2a) Dibuje una curva suave asociada con los datos observados mostrados en el gráfico. [2]
- (D01.2b) Seleccione puntos apropiados en su curva dibujada y utilice métodos adecuados para determinar T y K junto con las incertidumbres respectivas. Todos los puntos de datos utilizados para el cálculo de T y K deben mostrarse en la tabla en las Hojas de Respuestas Resumidas. Use el resto de la tabla para mostrar sus cálculos intermedios, según sea necesario, con encabezados apropiados. [11]
- (D01.2c) Encuentre la masa mínima del planeta $M_{p, \min}$ (en M_\odot), y su incertidumbre [5] correspondiente asumiendo $M_p \ll M_s$.
- (D01.2d) Usando el valor de $M_{p, \min}$ estimado en la parte (D01.2c), calcule el valor mínimo del semieje mayor de la órbita del planeta, a_{\min} , en AU y su incertidumbre. [4]

Método de tránsito (sin oscurecimiento del borde)

El diagrama esquemático de un tránsito planetario (no dibujado a escala) se muestra a continuación. Inicialmente, asumiremos que el disco estelar tiene una intensidad promedio uniforme con algo de ruido intrínseco debido a la propia estrella.



La curva de luz de la intensidad normalizada, I , como función del tiempo t se muestra en el diagrama esquemático del tránsito arriba. La intensidad estelar promedio fuera del tránsito se toma como unidad. La disminución máxima en la intensidad está dada por Δ en la curva de luz normalizada. Para un disco estelar uniformemente brillante, el radio del planeta, R_p , está relacionado con Δ como

$$\left(\frac{R_p}{R_s}\right)^2 = \Delta,$$

donde R_s es el radio de la estrella.

La duración total del tránsito (cuando parte o todo el planeta cubre el disco estelar) está dada por t_T , mientras que t_F da la duración cuando el planeta está completamente frente al disco estelar. El “parámetro de impacto” b es la distancia proyectada entre el planeta y el centro del disco estelar en el punto medio del tránsito, en unidades del radio estelar, R_s .

Para una órbita estrella-planeta casi face-on, el parámetro de impacto está dado por la fórmula

$$b = \left[\frac{(1 - \sqrt{\Delta})^2 - (t_F/t_T)^2(1 + \sqrt{\Delta})^2}{1 - (t_F/t_T)^2} \right]^{1/2}$$

- (D01.3) Para el sistema SP, se sabe que el radio estelar es $R_s = 1.20R_\odot$, y el tránsito del planeta es realmente visible. Usando el radio orbital mínimo, a_{\min} , estimado en la parte (D01.2d), encuentre el valor mínimo, i_{\min} , del ángulo de inclinación. [3]

Asumiendo un disco estelar de brillo uniforme, la curva de luz del tránsito se vería como se muestra a continuación.



- (D01.4) Utilizando la curva de luz dada, responda las siguientes preguntas. Para su referencia, la curva de luz anterior también se proporciona en las Hojas de Respuestas Resumidas.

(D01.4a) Estime los valores de t_T y t_F en días marcando las lecturas (readings) apropiadas en el gráfico. [3]

(D01.4b) Estime el valor promedio de Δ marcando las lecturas apropiadas en el gráfico, y por lo tanto encuentre R_p en unidades de R_\odot . [2]

(D01.4c) Determine el valor de i en grados asumiendo que el radio orbital es a_{\min} . [2]

Introducción al oscurecimiento del borde

Hasta ahora hemos asumido que el disco estelar es uniformemente brillante. En realidad, el brillo observado del disco estelar no es uniforme debido al “oscurecimiento del borde” — un efecto óptico donde la parte central del disco estelar parece más brillante que el borde, o el “limbo”.

El efecto de oscurecimiento del borde se puede medir mediante la intensidad relativa $J(\theta) \equiv \frac{I(\theta)}{I(0)}$, donde θ es el ángulo entre la normal a la superficie estelar en un punto y la línea que une al observador con ese punto, $I(\theta)$ es la intensidad observada del disco estelar en ese punto ($I(0)$ siendo la intensidad en el centro del disco estelar). Para un observador distante, θ varía de $\theta = 0$ (centro del disco) a $\theta \approx 90^\circ$ (borde del disco).

(D01.5) La tabla a continuación muestra $J(\theta)$ medido a una cierta longitud de onda para el Sol. Asumiremos que el mismo perfil de oscurecimiento del borde se aplica a la estrella S.

θ	$J(\theta)$	θ	$J(\theta)$	θ	$J(\theta)$	θ	$J(\theta)$
0°	1.000	20°	0.971	40°	0.883	70°	0.595
10°	0.994	25°	0.950	50°	0.794	80°	0.475
15°	0.984	30°	0.943	60°	0.724	90°	0.312

El perfil de oscurecimiento del borde se puede modelar mediante una fórmula cuadrática:

$$J(\theta) = 1 - a_1(1 - \cos \theta) - a_2(1 - \cos \theta)^2,$$

donde a_1 y a_2 son dos constantes.

Estimaremos los coeficientes desconocidos a_1 y a_2 a partir de los datos proporcionados haciendo un gráfico con variables adecuadas.

(D01.5a) Elija un par de variables (x_1, y_1) que sean funciones adecuadas de θ y J , que desee graficar a lo largo de los ejes x y y , respectivamente, para determinar a_1 y a_2 . Escriba las expresiones para x_1 y y_1 . [2]

Si necesita definir variables adicionales para gráficos adicionales, defínalas como (x_2, y_2) , etc.

(D01.5b) Tabule los valores necesarios para sus gráficos. [4]

(D01.5c) Grafique las variables recién definidas en el papel milimetrado proporcionado (marque su gráfico como "D01.5c"). [7]

(D01.5d) Obtenga a_1 y a_2 del gráfico. No se necesitan incertidumbres en los valores. [7]

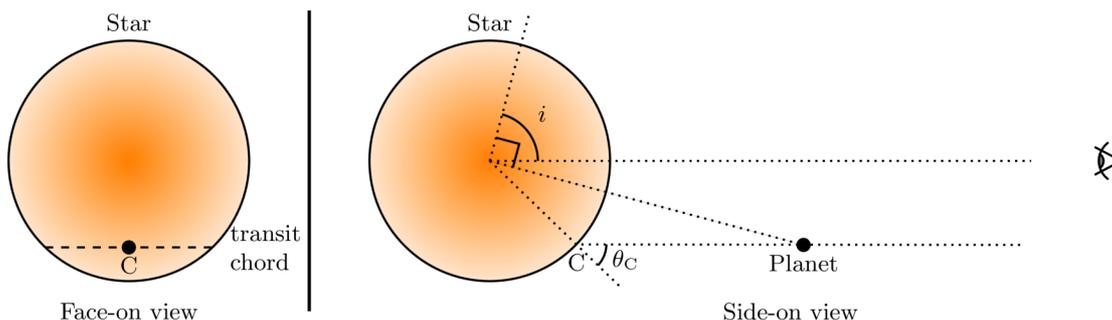
Tránsito en presencia de oscurecimiento del borde.

Ahora, consideramos los tránsitos planetarios a través de un disco estelar oscurecido en el borde. En presencia de oscurecimiento del borde, que modelaremos mediante la fórmula cuadrática de $J(\theta)$ dada anteriormente, la intensidad promedio observada de todo el disco estelar (sin ningún tránsito), $\langle I \rangle$, se da por:

$$\langle I \rangle = \left(1 - \frac{a_1}{3} - \frac{a_2}{6} \right) I(0)$$

Además, la caída en la luz causada por el planeta en tránsito ahora depende no solo del tamaño relativo del planeta y la estrella, $\left(\frac{R_p}{R_s} \right)$, sino también del perfil de intensidad del disco estelar a lo largo de la cuerda de tránsito, que a su vez depende del ángulo de inclinación, i .

El diagrama esquemático a continuación (no dibujado a escala) muestra la configuración. Tenga en cuenta que la parte más brillante de la estrella se muestra en un tono más oscuro, mientras que el planeta se muestra como un punto negro.



Aquí la relación entre $\left(\frac{R_p}{R_s}\right)$ y el Δ medido de la curva de luz es

$$\Delta = \frac{I(\theta_C)}{\langle I \rangle} \left(\frac{R_p}{R_s}\right)^2,$$

donde $I(\theta_C)$ es la intensidad del disco estelar en el punto medio de la cuerda de tránsito (punto C en la figura anterior), siendo θ_C el ángulo entre la línea de visión y la normal a la superficie en ese punto. De lo anterior, es obvio que para una estrella dada, el mismo valor de Δ puede ser producido por muchas combinaciones del tamaño del planeta, R_p , y el ángulo de inclinación i .

(D01.6) Es posible determinar de manera única tanto R_p como i utilizando datos de curvas de luz de tránsito en dos longitudes de onda, digamos, λ_B (azul) y λ_R (rojo). Los coeficientes de oscurecimiento del borde para estas dos longitudes de onda se dan a continuación:

Longitud de onda	a_1	a_2
λ_B	0.82	0.05
λ_R	0.24	0.20

(D01.6a) Elija la afirmación correcta entre las siguientes que describe la relación entre la máxima profundidad del tránsito Δ para λ_B y el ángulo de inclinación (i) de la órbita. [2]

- A. Δ aumenta al disminuir i .
- B. Δ decrece al disminuir i .
- C. Δ es independiente de i .

(D01.6b) La profundidad máxima del tránsito (Δ) para el "sistema SP" se midió en 0.0182 y 0.0159 para λ_B y λ_R , respectivamente. [4]

Dibuje curvas de luz de tránsito esquemáticas para ambas λ_B y λ_R en la cuadrícula dada y etiquete las curvas como "B" y "R", respectivamente. Suponga que la duración total del tránsito es la misma para ambas longitudes de onda. Las curvas no necesitan estar a escala, pero deben representar correctamente las formas de las curvas de luz.

(D01.7) Utilizaremos un método gráfico para encontrar los valores de R_p e i para el sistema SP usando las mediciones de Δ en λ_B y λ_R .

(D01.7a) Escriba una expresión adecuada que conecte las variables relevantes que se van a graficar. (Pista: Puede considerar i o b , y R_p , entre las variables relevantes.) [6]

(D01.7b) Tabule las cantidades apropiadas que se van a graficar. [5]

(D01.7c) Dibuje un gráfico adecuado y márkelo como "D01.7c". [7]

(D01.7d) Estime los valores de R_p (en R_\odot) e i (en grados) a partir del gráfico. [4]

(D01.8) Basado en los resultados obtenidos en este problema, indique si el planeta P es "ROCOSO" o "GASEOSO" marcando (\checkmark) la casilla correspondiente en la Hoja de Respuestas Resumidas. [2]

(D02) Predicción de los tiempos de llegada de las eyecciones de masa coronal a la Tierra

[60 puntos]

El Sol libera ocasionalmente plasma magnetizado, denominado eyecciones de masa coronal (Coronal Mass Ejections, CMEs), que se originan en la superficie del Sol y se propagan hacia afuera. La predicción precisa de su tiempo de llegada a la Tierra es crucial para comprender y mitigar sus posibles efectos en los satélites que orbitan la Tierra. En este problema, nuestro objetivo es predecir el tiempo de llegada de las CMEs mediante el desarrollo de un modelo empírico, utilizando los datos de 10 CMEs. En este problema, la distancia entre la superficie del Sol y la Tierra se considera $214R_{\odot}$.

Además, asuma que el Sol no está rotando. Debido a las fuerzas electromagnéticas, gravitacionales y fuerzas de arrastre (drag forces), las CMEs experimentan una aceleración variable a lo largo de su propagación. En las dos primeras partes de este problema, asumimos que la región entre el Sol y la Tierra está vacía.

CMEs a través del vacío.

(D02.1) La velocidad inicial, u , en la superficie solar ($= 1R_{\odot}$), la velocidad final, v , al llegar a la Tierra, y el tiempo para llegar a la Tierra después de salir de la superficie del Sol (en horas), τ , están dadas para 10 CMEs en la siguiente tabla.

CME	u	v	τ
Nombre	(km s^{-1})	(km s^{-1})	(h)
CME-A	804	470	74.5
CME-B	247	360	127.5
CME-C	523	396	103.5
CME-D	830	415	71.0
CME-E	665	400	104.5
CME-F	347	350	101.5
CME-G	446	375	99.5
CME-H	155	360	97.0
CME-I	1016	515	67.0
CME-J	683	410	54.0

(D02.1a) Calcule la aceleración promedio, a , para cada CME en m s^{-2} . **[3]**

(D02.1b) Asumimos un modelo empírico para la aceleración, a_{model} , de un CME, que depende de su velocidad inicial u como, $a_{\text{model}} = m \left(\frac{u}{u_0} \right) + \alpha$; donde, a_{model} se expresa en m s^{-2} , u se expresa en km s^{-1} y $u_0 = 1.00 \times 10^3 \text{ km s}^{-1}$.

Determine las constantes m y α y sus incertidumbres asociadas utilizando un gráfico apropiado (marque su gráfico como “D02.1b”). **[15]**

(D02.1c) Para cada CME, tabule a_{model} en m s^{-2} . Luego calcule la desviación cuadrática media (root mean square, rms) de las aceleraciones, δa_{rms} , entre la aceleración calculada, a , y los valores del modelo, a_{model} . **[4]**

(D02.2) Consideremos dos CMEs adicionales: CME-1 y CME-2, con velocidades iniciales, $u = 1044 \text{ km s}^{-1}$ y 273 km s^{-1} , respectivamente.

(D02.2a) Usando el modelo empírico obtenido en (D02.1b), calcule los tiempos de llegada previstos a la Tierra, $\tau_{1, m}$ y $\tau_{2, m}$ (en horas), para CME-1 y CME-2, respectivamente. **[4]**

(D02.2b)

[2]

Los tiempos de llegada observados a la Tierra de CME-1 y CME-2 son 46.0 h y 74.5 h respectivamente. El modelo empírico se considera VÁLIDO (VALID) para un CME particular, si su tiempo de llegada previsto está dentro del 20% de su tiempo de llegada observado; de lo contrario, NO ES VÁLIDO (NOT VALID). Indique la validez del modelo para cada CME marcando (✓) la casilla correspondiente en la Hoja de Respuestas Resumidas.

CMEs en presencia del viento solar

En realidad, el espacio entre el Sol y la Tierra está impregnado con viento solar, que ejerce una fuerza de arrastre sobre las CMEs. Esta fuerza de arrastre puede desacelerar o acelerar una CME dependiendo de la velocidad de la CME relativa a la del viento solar. Para tener en cuenta la influencia del viento solar, utilizaremos un modelo de “solo arrastre” (“drag-only”) para distancias $R_{\text{obs}}(t) \geq R_0$, donde R_0 es la distancia más allá de la cual la fuerza de arrastre se convierte en la fuerza dominante que afecta el movimiento de la CME.

La distancia desde la superficie del Sol según lo determinado por el modelo “drag-only”, $R_D(t)$, y la velocidad, $V_D(t)$, de una CME en este modelo está dada por

$$R_D(t) = \frac{S}{\gamma} \ln [1 + S\gamma(V_0 - V_s)(t - t_0)] + V_s(t - t_0) + R_0$$

$$V_D(t) = \frac{V_0 - V_s}{1 + S\gamma(V_0 - V_s)(t - t_0)} + V_s$$

donde, $\gamma = 2 \times 10^{-8} \text{ km}^{-1}$, V_s es la velocidad constante del viento solar, R_0 y V_0 son la distancia y la velocidad, respectivamente, en el tiempo t_0 , y S es el factor de signo. $S = 1$ si $V_0 > V_s$; $S = -1$ si $V_0 \leq V_s$.

(D02.3) Las tablas a continuación muestran la distancia radial observada, $R_{\text{obs}}(t)$ (medido en R_\odot), como una función del tiempo, t (en horas), para dos CMEs: CME-3 y CME-4. El último punto de datos en cada tabla (D5 y P8, respectivamente) corresponde al tiempo de llegada del CME respecto a la Tierra. Para esta parte, asuma $V_s = 330 \text{ km s}^{-1}$.

CME-3		
Punto de datos	t (en h)	$R_{\text{obs}}(t)$ (en R_\odot)
D1	0.200	6.36
D2	0.480	7.99
D3	1.22	11.99
D4	1.49	13.51
D5	58.05	214

CME-4		
Punto de datos	t (en h)	$R_{\text{obs}}(t)$ (en R_\odot)
P1	1.00	4.00
P2	3.00	6.00
P3	4.00	9.00
P4	5.00	11.0
P5	21.0	43.0
P6	50.0	100
P7	85.0	170
P8	111	214

Evaluaremos si el modelo “drag-only” predice satisfactoriamente los tiempos de llegada de estos CMEs. Para usar este modelo, se necesita una elección apropiada de t_0 , y los correspondientes R_0 y V_0 .

- (D02.3a) Para CME-3, tomemos los dos siguientes casos: [6]
 (C1) t_0 se toma como el punto medio del intervalo D1 – D2
 (C2) t_0 se toma como el punto medio del intervalo D3 – D4
 Asumaa que la velocidad permanece constante en cada intervalo específico D1–D2 y D3–D4, pero puede diferir entre los dos intervalos.
- Utilizando t_0 , R_0 y V_0 , calcule la diferencia entre la distancia radial observada y el previsto $\delta R_D \equiv R_{\text{obs}}(t) - R_D(t)$ en unidades de R_\odot en $t = 58.05$ h, para cada uno de los dos casos.
- (D02.3b) Evalúe $R_D(t)$ en los puntos P5, P6, P7 y P8 entre el Sol y la Tierra para CME-4 para los dos siguientes casos adoptando un procedimiento similar a (D02.3a): [4]
 (C3) t_0 se toma como el punto medio del intervalo P1 – P2
 (C4) t_0 se toma como el punto medio del intervalo P3 – P4.
- (D02.3c) Grafique $R_D(t)$ (en R_\odot) vs t (en horas) para los dos casos, C3 y C4, para CME-4 en los puntos P5, P6, P7 y P8 (marque su gráfica como “D02.3c”). En la misma gráfica, dibuje curvas suaves de $R_D(t)$ para los dos casos mencionados. Para esta parte, tome el rango del eje x de 0 a 180 h. [10]
- (D02.3d) Utilizando la gráfica, estime la diferencia absoluta, $|\delta\tau|$ entre el tiempo de llegada real de CME-4 a la Tierra y su tiempo de llegada previsto por el modelo de sólo arrastre, para cada uno de los casos C3 y C4. [4]
- (D02.3e) Indique si la siguiente afirmación es VERDADERA o FALSA marcando () la casilla correspondiente en la Hoja de Respuestas Resumidas (no se necesita justificación por escrito): [1]
 “Las fuerzas de arrastre ejercidas por el viento solar sobre los CME se vuelven dominantes para CME-3 en un momento anterior en comparación con CME-4”.
- (D02.4) Considere la resistencia como la fuerza dominante que actúa sobre 10 CMEs en la parte D02.1. Asuma que el modelo de “drag-only” es aplicable desde la superficie del Sol ($R_0 = 1 R_\odot$) y más allá, para todos los CMEs. [7]
 Estime y tabule la velocidad del viento solar V_s en km s^{-1} para cada CME. Además, estime la velocidad promedio del viento solar $V_{s, \text{avg}}$ para los 10 CMEs.