

(D01) 30 let exoplanet

[90 bodů]

Tato úloha zkoumá některé aspekty dvou hlavních metod detekce exoplanet: radiální rychlost a tranzit. V průběhu této úlohy budeme uvažovat konkrétní systém jedné planety (P) na kruhové dráze o poloměru a obíhající kolem hvězdy slunečního typu (S). Tento systém budeme označovat jako „SP systém“.

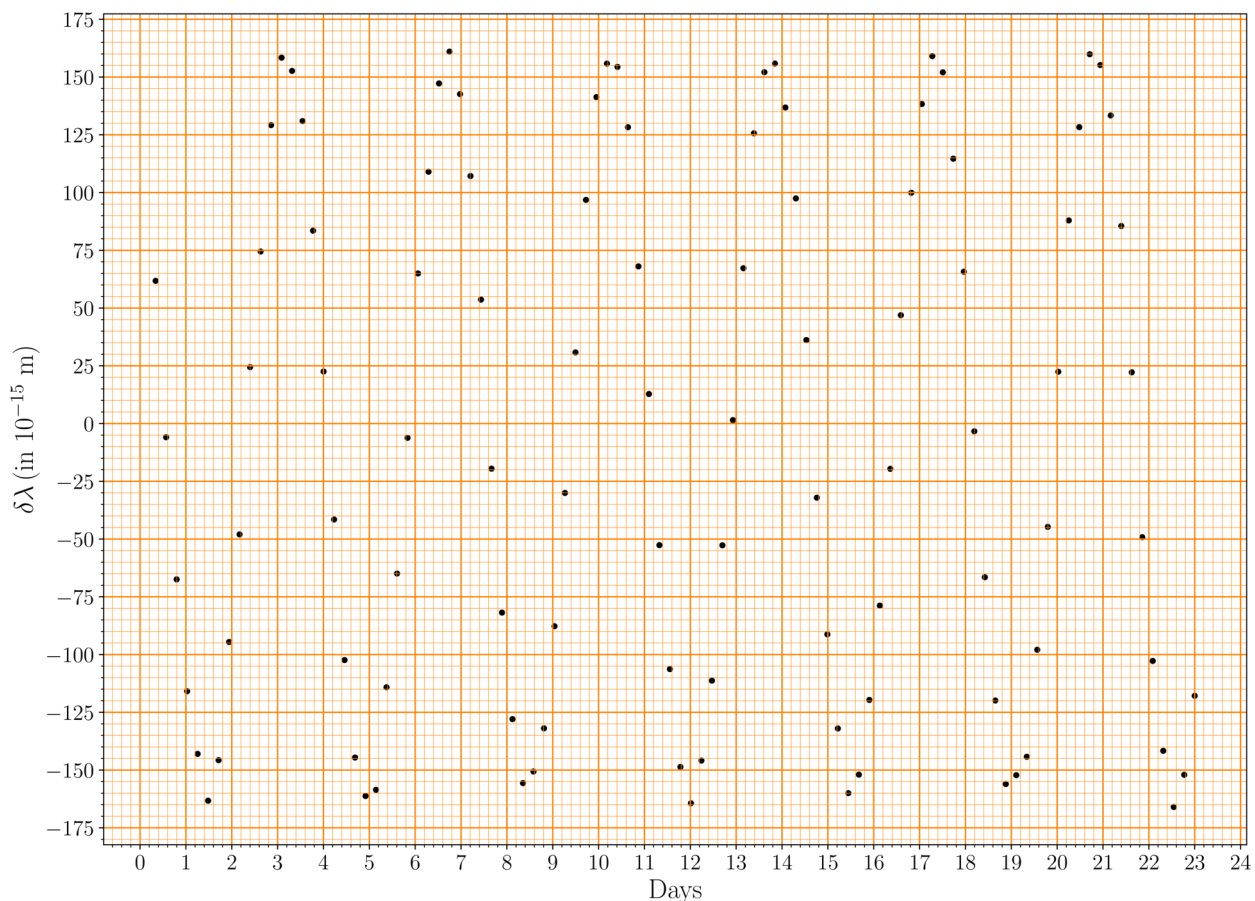
- (D01.1) Vizuální magnituda v pásmu V hvězdy S je $7,65 \pm 0,03$ mag, paralaxa je $20,67 \pm 0,05$ úhlových milivteřin a bolometrická korekce (BC) je $-0,0650$ mag. Hvězda má tedy vyšší bolometrický zářivý výkon než je její zářivý výkon v pásmu V.

Odhadněte hmotnost hvězdy M_s (v jednotkách $M_\odot$), předpokládejte vztah mezi hmotností a [8]
zářivým výkonem ($M-L$) ve tvaru $L \propto M^4$. Odhadněte také nejistotu v M_s . Může se vám hodit $d \ln x / dx = 1/x$.

Metoda radiální rychlosti

Metoda radiální rychlosti využívá Dopplerův posun $\delta\lambda \equiv \lambda_{\text{obs}} - \lambda_0$ mezi pozorovanou vlnovou délkou λ_{obs} a klidovou vlnovou délkou λ_0 známé spektrální čáry k detekci exoplanety a určení jejích vlastností.

Obrázek níže ukazuje $\delta\lambda$ pro čáru Fe I ($\lambda_0 = 543.45 \times 10^{-9}$ m) v závislosti na čase, jak bylo pozorováno pro systém SP.



Polo-amplituda radiální rychlosti K je definována jako $K \equiv (v_{r, \text{max}} - v_{r, \text{min}})/2$, kde $v_{r, \text{max}}$ a $v_{r, \text{min}}$ jsou maximální a minimální radiální rychlosti. Pro kruhovou dráhu planety lze polo-amplitudu K vyjádřit jako:

$$K = \left(\frac{2\pi G}{T} \right)^{1/3} \frac{M_p \sin i}{(M_p + M_s)^{2/3}}$$

, kde T je perioda, i je inklinace dráhy planety (úhel mezi normálou k orbitální rovině planety a zornou linií pozorovatele), M_p a M_s jsou hmotnosti planety a hvězdy.

(D01.2) Použijte výše uvedený graf v Souhrnném odpovědním archu (otočený o 90 deg) k zodpovězení následujících otázek.

(D01.2a) Nakreslete hladkou křivku odpovídající pozorovaným datům zobrazeným v grafu. [2]

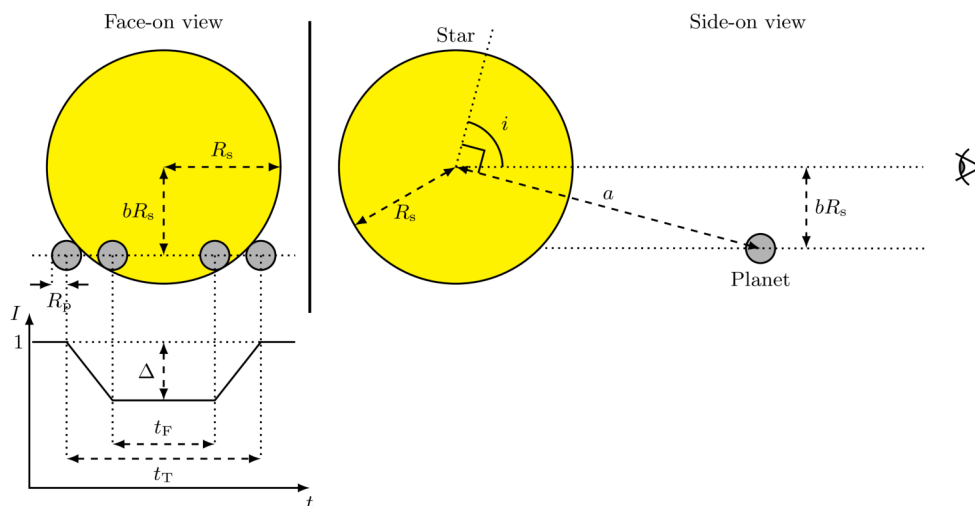
(D01.2b) Zvolte vhodné body na vaší nakreslené křivce a použijte vhodné metody k určení T a K spolu s příslušnými nejistotami. Všechny body použité pro výpočet T a K musí být uvedeny v tabulce v Souhrnném odpovědním archu. Použijte zbytek tabulky k provedení vašich mezivýpočtů podle potřeby s vhodnými hlavičkami. [11]

(D01.2c) Najděte minimální hmotnost planety $M_{p, \min}$ (v $M_{\odot}$) a její odpovídající nejistotu za předpokladu, že $M_p \ll M_s$. [5]

(D01.2d) Použijte hodnotu $M_{p, \min}$ odhadnutou v části (D01.2c) k výpočtu minimální hodnoty velké poloosy oběžné dráhy planety $a_{\min}$ v au a její nejistoty. [4]

Metoda tranzitu (bez okrajového ztemnění)

Schématický diagram tranzitu planety (není nakreslen v měřítku) je zobrazen níže. Nejprve předpokládejme, že hvězdný disk má rovnoměrnou průměrnou intenzitu s jistým vnitřním šumem způsobeným samotnou hvězdou.



Světelná křivka normalizované intenzity I jako funkce času t je zobrazena ve schématickém diagramu tranzitu výše. Průměrná intenzita hvězdy mimo tranzit je považována za jednotkovou. Maximální pokles intenzity na normalizované světelné křivce označme Δ . Pro rovnoměrně svítící disk hvězdy je poloměr planety R_p spojen s Δ jako

$$\left(\frac{R_p}{R_s} \right)^2 = \Delta,$$

kde R_s je poloměr hvězdy.

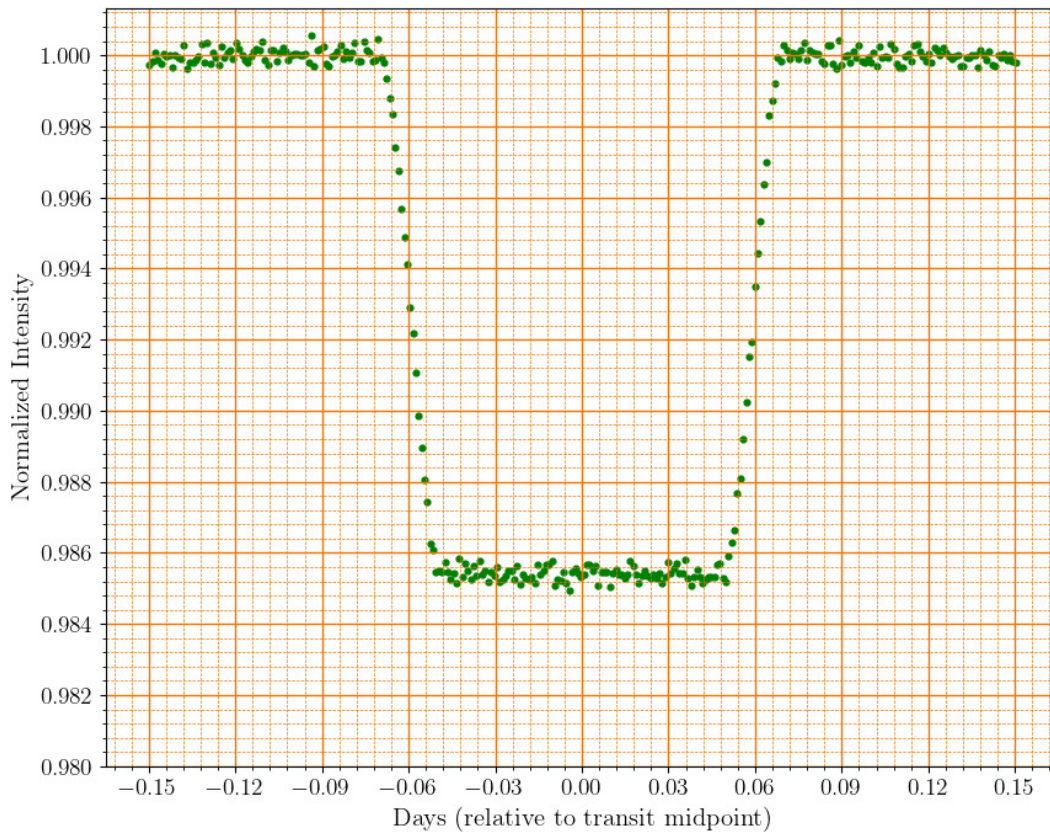
Celková doba trvání tranzitu (když část nebo celá planeta zakrývá hvězdný disk) je dána t_T , zatímco t_F udává dobu, kdy je planeta zcela před hvězdným diskem. „Impaktní parametr“ b je vzdálenost mezi projekcí planety a středem hvězdného disku v polovině tranzitu, v jednotkách poloměru hvězdy R_s .

Pro oběžnou dráhu planety, na kterou se díváme téměř v rovině oběhu, je impaktní parametr dán vztahem

$$b = \left[\frac{(1 - \sqrt{\Delta})^2 - (t_F/t_T)^2(1 + \sqrt{\Delta})^2}{1 - (t_F/t_T)^2} \right]^{1/2}$$

- (D01.3) Pro systém SP je známo, že poloměr hvězdy je $R_s = 1.20R_\odot$ a tranzit planety je skutečně viditelný. [3]
Pomocí minimálního poloměru oběžné dráhy $a_{\min}$, odhadnutého v části (D01.2d), najděte minimální hodnotu $i_{\min}$ úhlu inklinace.

Uvažujeme-li hvězdný disk s rovnoměrnou jasností, světelná křivka tranzitu by měla průběh, jak je ukázáno níže.



- (D01.4) Pomocí dané světelné křivky odpovězte na následující otázky. Mimochodem výše uvedená světelná křivka je také v souhrnném odpovědním archu.

(D01.4a) Odhadněte hodnoty t_T a t_F ve dnech vyznačením odpovídajících hodnot na grafu. [3]

(D01.4b) Odhadněte střední hodnotu Δ vyznačením odpovídajících hodnot na grafu a poté určete R_p v jednotkách $R_\odot$. [2]

(D01.4c) Určete hodnotu i ve stupních za předpokladu, že poloměr oběžné dráhy je $a_{\min}$. [2]

Přidání okrajového ztemnění

Doposud jsme předpokládali, že hvězdný disk je rovnoměrně jasný. Ve skutečnosti pozorovaná jasnost hvězdného disku není rovnoměrná kvůli „okrajovému ztemnění“ — optickému jevu, kdy centrální část hvězdného disku vypadá jasněji než okraj, nebo „limb“.

Efekt okrajového ztemnění lze měřit pomocí relativní intenzity $J(\theta) \equiv \frac{I(\theta)}{I(0)}$, kde θ je úhel mezi normálou k povrchu hvězdy v jistém bodě a přímkou spojující pozorovatele s tímto bodem, $I(\theta)$ je pozorovaná intenzita hvězdného disku v tomto bodě a $I(0)$ je intenzita ve středu hvězdného disku). Pro vzdáleného pozorovatele se θ mění od $\theta = 0$ (střed disku) do $\theta \approx 90^\circ$ (okraj disku).

(D01.5) Tabulka níže uvádí naměřené hodnoty $J(\theta)$ při určité vlnové délce pro Slunce. Budeme předpokládat, že stejný profil okrajového ztemnění platí pro hvězdu S.

θ	$J(\theta)$	θ	$J(\theta)$	θ	$J(\theta)$	θ	$J(\theta)$
0°	1.000	20°	0.971	40°	0.883	70°	0.595
10°	0.994	25°	0.950	50°	0.794	80°	0.475
15°	0.984	30°	0.943	60°	0.724	90°	0.312

Profil okrajového ztemnění lze modelovat kvadratickým vzorcem:

$$J(\theta) = 1 - a_1(1 - \cos \theta) - a_2(1 - \cos \theta)^2,$$

kde a_1 a a_2 jsou dvě konstanty.

Neznámé koeficienty a_1 a a_2 odhadneme z daných dat vytvořením grafu s vhodnými proměnnými.

(D01.5a) Zvolte dvojici proměnných (x_1, y_1) , které jsou vhodnými funkcemi θ a J , které chcete vynést na osy x a y , abyste byli schopni určit a_1 a a_2 . Napište vztahy pro x_1 a y_1 . [2]

Pokud potřebujete definovat další proměnné pro další grafy, definujte je jako (x_2, y_2) , atd.

(D01.5b) Zaznamenejte hodnoty potřebné pro vaše grafy do tabulky. [4]

(D01.5c) Vykreslete nově definované proměnné na milimetrový papír (označte svůj graf jako "D01.5c"). [7]

(D01.5d) Určete a_1 a a_2 pomocí grafu. Nejistoty hodnot nejsou potřeba. [7]

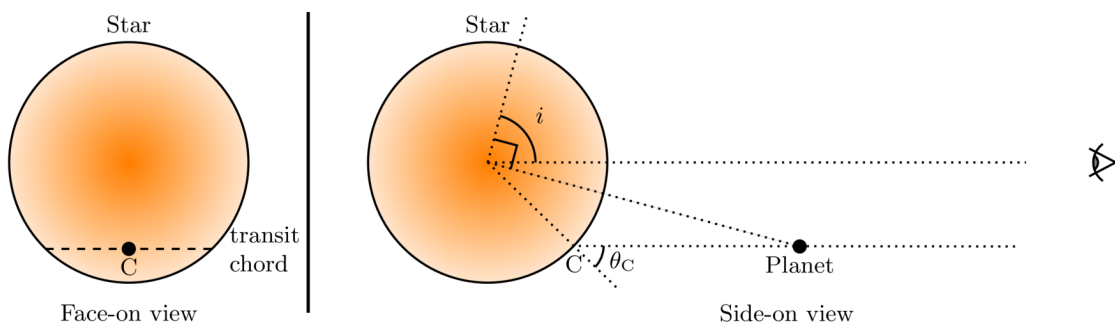
Tranzit se započítáním okrajového ztemnění

Nyní uvažujeme tranzity planety přes hvězdný disk s okrajovým ztemněním. V přítomnosti okrajového ztemnění, které budeme modelovat kvadratickým vzorcem $J(\theta)$ uvedeným výše, je průměrná pozorovaná intenzita $\langle I \rangle$ celého hvězdného disku (bez jakéhokoli tranzitu) dána:

$$\langle I \rangle = \left(1 - \frac{a_1}{3} - \frac{a_2}{6}\right) I(0)$$

Pokles světla způsobený tranzitující planetou nyní závisí nejen na relativní velikosti planety a hvězdy $\left(\frac{R_p}{R_s}\right)$, ale také na profilu intenzity hvězdného disku podél dráhy tranzitu, který zase závisí na úhlu inklinace i .

Schématický diagram níže (není v měřítku) ukazuje danou konfiguraci. Jasnější část hvězdy je zobrazena tmavším odstínem, zatímco planeta je zobrazena jako černá tečka.



Zde je vztah mezi $\left(\frac{R_p}{R_s}\right)$ a naměřenou Δ ze světelné křivky dán jako

$$\Delta = \frac{I(\theta_C)}{\langle I \rangle} \left(\frac{R_p}{R_s} \right)^2,$$

kde $I(\theta_C)$ je intenzita hvězdného disku ve středu dráhy tranzitu (bod C na obrázku výše), θ_C je úhel mezi směrem od pozorovatele a normálou k povrchu v tomto bodě. Z výše uvedeného je zřejmé, že pro danou hvězdu může stejnou hodnotu Δ dát mnoho kombinací velikosti planety R_p , a úhlu inklinace i .

- (D01.6) Je možné jednoznačně určit jak R_p , tak i pomocí dat ze světelných křivek tranzitů na dvou vlnových délkách, řekněme λ_B (modrá) a λ_R (červená). Koeficienty okrajového ztemnění pro tyto dvě vlnové délky jsou uvedeny níže:

Vlnová délka	a_1	a_2
λ_B	0.82	0.05
λ_R	0.24	0.20

- (D01.6a) Vyberte správné tvrzení, které popisuje vztah mezi maximální hloubkou tranzitu Δ pro λ_B a úhlem inklinace (i) orbity a zaškrtněte jej (✓) v souhrnném odpovědním listu. [2]

- A. Δ se zvětšuje s klesajícím i .
 B. Δ se zmenšuje s klesajícím i .
 C. Δ je nezávislá na i .

- (D01.6b) Maximální hloubka tranzitu (Δ) pro "SP systém" byla naměřena jako 0.0182 a 0.0159 pro λ_B a λ_R . [4]

Nakreslete schematické světelné křivky tranzitu jak pro λ_B , tak i λ_R na dané mřížce a označte křivky jako „B“ a „R“. Předpokládejte, že celková doba trvání tranzitu je stejná pro obě vlnové délky. Křivky nemusí být v měřítku, ale měly by správně reprezentovat tvary světelných křivek.

- (D01.7) Použijeme grafickou metodu k nalezení hodnot R_p a i pro systém SP pomocí měření Δ na λ_B a λ_R .

- (D01.7a) Napište vhodný vztah spojující relevantní proměnné, které budou vykresleny. [6]
 (Nápověda: Můžete zvážit i nebo b a R_p , mezi relevantními proměnnými.)

- (D01.7b) Zaznamenejte vhodné hodnoty proměnných, které mají být vykresleny. [5]

- (D01.7c) Nakreslete vhodný graf a označte ho jako "D01.7c". [7]

- (D01.7d) Odhadněte hodnoty R_p (v $R_\odot$) a i (ve stupních) z grafu. [4]

- (D01.8) Na základě výsledků získaných v této úloze rozhodněte, zda je planeta P „ROCKY“ (kamenná) nebo „GASEOUS“ (plynná) zaškrtnutím (✓) do příslušného políčka v Souhrnném odpovědním archu. [2]

(D02) Předpovídání časů přiletu koronálních výronů hmoty na Zemi
[60 bodů]

Slunce občas uvolňuje magnetizované plazma, nazývané koronální výrony hmoty (CME), které pocházejí z povrchu Slunce a šíří se směrem ven. Přesná předpověď jejich časů přiletu na Zemi je klíčová pro pochopení a zmírnění jejich potenciálních účinků na satelity obíhající Zemi. V této úloze se pokusíte předpovědět časy přiletu CME vytvořením empirického modelu, využívajícího data 10 CME. V průběhu této úlohy je vzdálenost mezi povrchem Slunce a Zemí považována za $214R_{\odot}$.

Dále předpokládáme, že Slunce se neotáčí. Kvůli elektromagnetickým, gravitačním a odporovým silám zažívají CME proměnlivé zrychlení během svého šíření. V prvních dvou částech této úlohy předpokládáme, že oblast mezi Sluncem a Zemí je vakuum.

CMEs skrz vakuum.

- (D02.1) Počáteční rychlost u na povrchu Slunce ($= 1R_{\odot}$), konečná rychlost v při dosažení Země a čas přiletu na Zemi po opuštění povrchu Slunce (v hodinách) τ , jsou uvedeny pro 10 CME v následující tabulce.

CME	u	v	τ
Název	(km s^{-1})	(km s^{-1})	(h)
CME-A	804	470	74.5
CME-B	247	360	127.5
CME-C	523	396	103.5
CME-D	830	415	71.0
CME-E	665	400	104.5
CME-F	347	350	101.5
CME-G	446	375	99.5
CME-H	155	360	97.0
CME-I	1016	515	67.0
CME-J	683	410	54.0

- (D02.1a) Vypočítejte průměrné zrychlení a pro každé CME v m s^{-2} . **[3]**

- (D02.1b) Předpokládáme empirický model pro zrychlení a_{model} CME, který závisí na jeho počáteční rychlosti u jako $a_{\text{model}} = m \left(\frac{u}{u_0} \right) + \alpha$; kde a_{model} je vyjádřeno v m s^{-2} , u je vyjádřeno v km s^{-1} a $u_0 = 1.00 \times 10^3 \text{ km s}^{-1}$.

Určete konstanty m a α a jejich související nejistoty pomocí vhodného grafu (označte svůj graf jako „D02.1b“). **[15]**

- (D02.1c) Pro každé CME vytvořte tabulku a_{model} v m s^{-2} . Poté vypočítejte střední kvadratickou odchylku zrychlení δa_{rms} mezi vypočítaným zrychlením a a modelovými hodnotami a_{model} . **[4]**

- (D02.2) Uvažme dvě další CME: CME-1 a CME-2 s počátečními rychlostmi $u = 1044 \text{ km s}^{-1}$ a 273 km s^{-1} .

- (D02.2a) Pomocí empirického modelu získaného v (D02.1b) vypočítejte předpokládané časy přiletu na Zemi $\tau_{1, \text{m}}$ a $\tau_{2, \text{m}}$ (v hodinách) pro CME-1 a CME-2. **[4]**

- (D02.2b) Pozorované časy příletu na Zemi pro CME-1 a CME-2 jsou 46,0 h a 74,5 h. Empirický model je považován za PLATNÝ pro konkrétní CME, pokud je jeho předpokládaný čas příletu v rozmezí 20 % od pozorovaného času příletu; jinak není PLATNÝ. Uveďte platnost modelu pro každé CME zaškrtnutím (✓) příslušného políčka v Souhrnném odpovědním archu. [2]

CMEs v přítomnosti slunečního větru

Ve skutečnosti je prostor mezi Sluncem a Zemí naplněn slunečním větrem, který vyvíjí odporovou sílu na CMEs. Tato odporová síla může CME buď zpomalit, nebo zrychlit, v závislosti na rychlosti CME vzhledem k rychlosti slunečního větru. Abychom zohlednili vliv slunečního větru, použijeme model „pouze s odporem“ pro vzdálenosti $R_{\text{obs}}(t) \geq R_0$, kde R_0 je vzdálenost, za kterou se odporová síla stává dominantní silou ovlivňující pohyb CME.

Vzdálenost od povrchu Slunce, jak je určena z modelu „pouze s odporem“ $R_D(t)$ a rychlost $V_D(t)$ CME v tomto modelu je dána vztahem

$$R_D(t) = \frac{S}{\gamma} \ln [1 + S\gamma(V_0 - V_s)(t - t_0)] + V_s(t - t_0) + R_0$$

$$V_D(t) = \frac{V_0 - V_s}{1 + S\gamma(V_0 - V_s)(t - t_0)} + V_s$$

kde $\gamma = 2 \times 10^{-8} \text{ km}^{-1}$ V_s je konstantní rychlost slunečního větru, R_0 a V_0 jsou vzdálenost a rychlost v čase t_0 , a S je znaménkový faktor. $S = 1$ pokud $V_0 > V_s$; $S = -1$ pokud $V_0 \leq V_s$.

- (D02.3) Tabulky níže ukazují pozorovanou radiální vzdálenost od povrchu Slunce $R_{\text{obs}}(t)$ (měřeno v $R_\odot$) jako funkci času t (v hodinách) pro dvě CME: CME-3 a CME-4. Poslední datový bod v každé tabulce (D5 a P8) odpovídá době příletu příslušné CME na Zemi. Pro tuto část předpokládejte $V_s = 330 \text{ km s}^{-1}$.

CME-3		
Datový bod	t (v h)	$R_{\text{obs}}(t)$ (v $R_\odot$)
D1	0.200	6.36
D2	0.480	7.99
D3	1.22	11.99
D4	1.49	13.51
D5	58.05	214

CME-4		
Datový bod	t (v h)	$R_{\text{obs}}(t)$ (v $R_\odot$)
P1	1.00	4.00
P2	3.00	6.00
P3	4.00	9.00
P4	5.00	11.0
P5	21.0	43.0
P6	50.0	100
P7	85.0	170
P8	111	214

Budeme hodnotit, zda model „pouze odpor“ uspokojivě předpovídá časy příletu těchto CME. Pro použití tohoto modelu je třeba vhodně zvolit t_0 a odpovídající R_0 a V_0 .

- (D02.3a) Pro CME-3 vezměte v úvahu následující dva případy: [6]
 (C1) t_0 je považováno za střed intervalu D1 – D2
 (C2) t_0 je považováno za střed intervalu D3 – D4
 Předpokládejte, že rychlost zůstává konstantní v každém konkrétním intervalu D1–D2 a D3–D4, ale může se lišit mezi těmito dvěma intervaly.

Pomocí t_0 , R_0 a V_0 vypočítejte rozdíl mezi pozorovanou a předpovězenou radiální vzdáleností $\delta R_D \equiv R_{\text{obs}}(t) - R_D(t)$ v jednotkách $R_\odot$ při $t = 58,05 \text{ h}$ pro každý z těchto dvou případů.

- (D02.3b) Spočítejte $R_D(t)$ v bodech P5, P6, P7 a P8 mezi Sluncem a Zemí pro CME-4 pro [4]
následující dva případy, přičemž použijte postup podobný (D02.3a):
- (C3) t_0 je považováno za střed intervalu P1 – P2
(C4) t_0 je považováno za střed intervalu P3 – P4.
- (D02.3c) Vykreslete $R_D(t)$ (v $R_\odot$) vs t (v hodinách) pro dva případy, C3 a C4, pro CME-4 v [10]
bodech P5, P6, P7 a P8 (označte svůj graf jako „D02.3c“). Na stejném grafu nakreslete
hladké křivky $R_D(t)$ pro výše zmíněné dva případy. Pro tuto část použijte rozsah osy x
od 0 do 180 hod.
- (D02.3d) Pomocí grafu odhadněte absolutní rozdíl $|\delta\tau|$ mezi skutečným časem přiletu CME-4 na [4]
Zemi a jeho časem přiletu předpovězeným modelem pouze s odporem pro oba případy
C3 a C4.
- (D02.3e) Uveďte, zda je následující tvrzení PRAVDIVÉ nebo NEPRAVDIVÉ zaškrtnutím (✓) [1]
příslušného políčka v souhrnném odpovědním listu (není potřeba písemné
odůvodnění):
„Síly odporu vyvíjené slunečním větrem na CME se stanou dominantními pro CME-3
dříve ve srovnání s CME-4“.
- (D02.4) Zvažte odpor jako dominantní sílu působící na 10 CME v části D02.1. Předpokládejte, že model [7]
„pouze odpor“ je použitelný od povrchu Slunce ($R_0 = 1 R_\odot$) a dále pro všechny CME.
Odhadněte a sestavte tabulku rychlosti slunečního větru V_s v km s^{-1} pro každé CME. Dále
odhadněte průměrnou rychlost slunečního větru $V_{s, \text{avg}}$ pro všech 10 CME.