

(D01) 30 godina egzoplaneta

[90 bodova]

Ovaj problem istražuje neke aspekte dviju glavnih metoda detekcije egzoplaneta: metode radijalne brzine i metode tranzita. Kroz ovaj problem razmatrat ćemo određeni sustav od jednog planeta (P) u kružnoj stazi polumjera a oko zvijezde slične Suncu (S). Ovaj sustav ćemo nazivati "SP sustav".

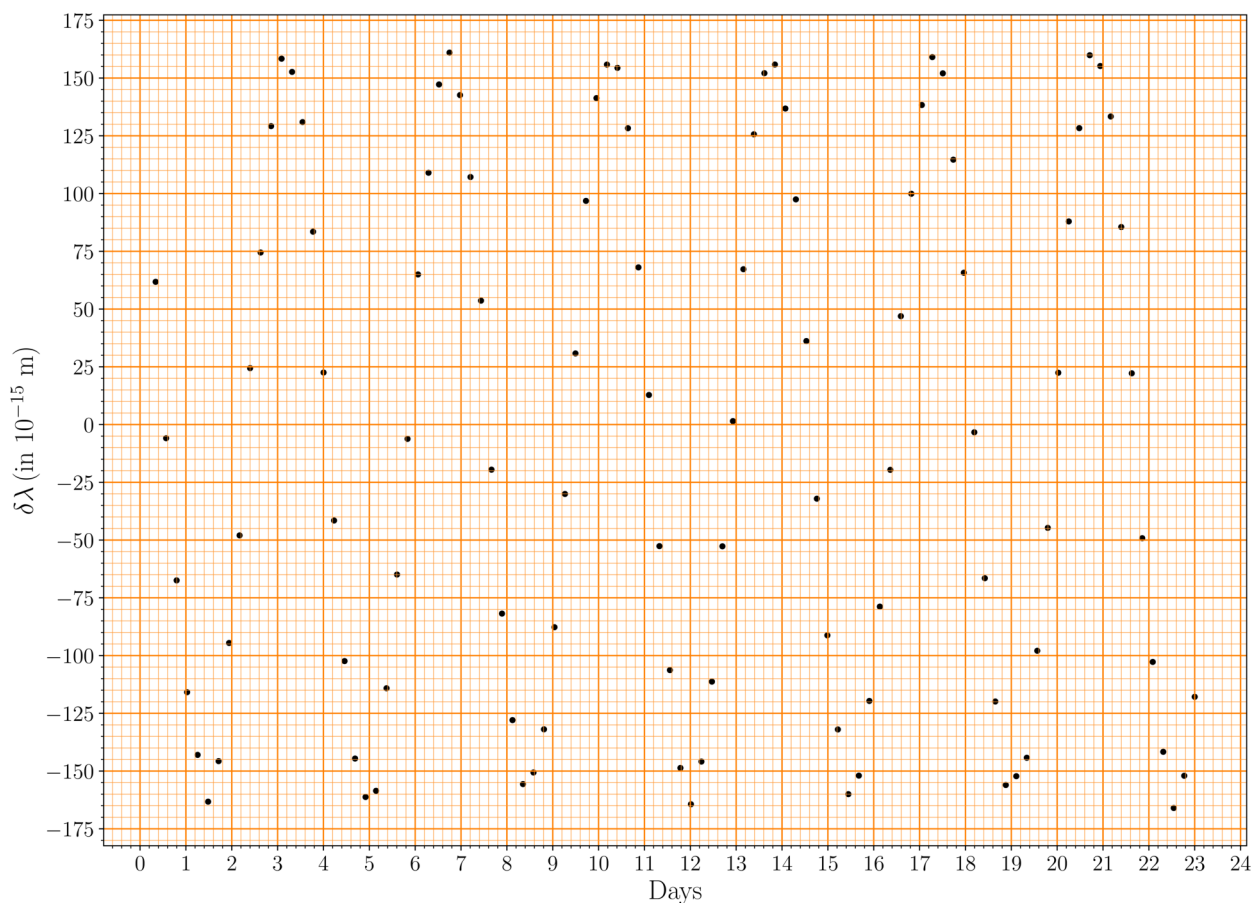
- (D01.1) Prividna zvjezdana veličina zvijezde S u V-pojasu iznosi $7,65 \pm 0,03$ mag, paralaksa je $20,67 \pm 0,05$ milisekundi, a bolometrijska korekcija (BC) je $-0,0650$ mag. Stoga zvijezda ima veći bolometrijski luminozitet od svog luminoziteta u V-pojasu.

Procijenite masu zvijezde, M_s (u jedinicama $M_\odot$), pretpostavljajući odnos mase i luminoziteta ([8]
 $M - L$) oblika $L \propto M^4$. Također procijenite pogrešku u M_s . Možda će vam trebati $d \ln x / dx = 1/x$.

Metoda radijalne brzine

Metoda radijalne brzine koristi Dopplerov pomak $\delta\lambda \equiv \lambda_{\text{obs}} - \lambda_0$ između opažene valne duljine λ_{obs} i laboratorijske valne duljine λ_0 spektralne linije za detekciju egzoplaneta i određivanje njegovih karakteristika.

Donja slika prikazuje $\delta\lambda$ za liniju FeI ($\lambda_0 = 543,45 \times 10^{-9}$ m) kao funkciju vremena, kako je opaženo za SP sustav.



Srednja amplituda radijalne brzine (radial velocity semi-amplitude) K definirana je kao $K \equiv (v_{r, \text{max}} - v_{r, \text{min}})/2$ gdje su $v_{r, \text{max}}$ i $v_{r, \text{min}}$ maksimalna i minimalna radijalna brzina. Za kružnu planetnu stazu, srednja amplituda K može se zapisati kao:

$$K = \left(\frac{2\pi G}{T} \right)^{1/3} \frac{M_p \sin i}{(M_p + M_s)^{2/3}}$$

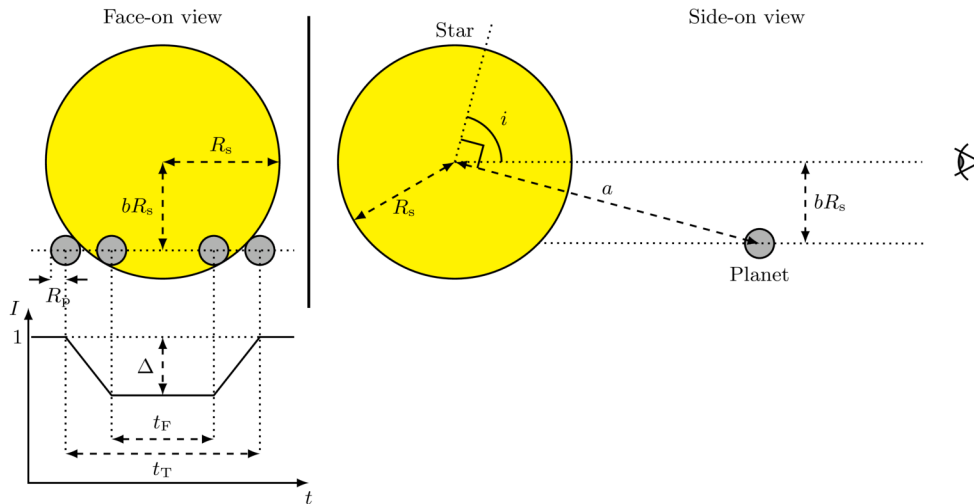
gdje je T period, i je inklinacija planetne staze (kut između okomice na orbitalnu ravninu planeta i doglednice promatrača), M_p i M_s su mase planeta i zvijezde.

(D01.2) Pomoću gornjeg grafa iz Summary Answersheet (rotiranog za 90 deg) odgovorite na sljedeće.

- (D01.2a) Nacrtajte glatku krivulju povezanu s opaženim podacima prikazanim na grafu. [2]
- (D01.2b) Odaberite odgovarajuće točke na nacrtanoj krivulji i upotrijebite prikladne metode za određivanje T i K zajedno s odgovarajućim pogreškama. Svi podaci korišteni za izračun T i K moraju biti prikazane u tablici u listu sažetih odgovora (Summary Answersheet). Ostatak tablice upotrijebite za prikaz međuzračuna, prema potrebi, s odgovarajućim zaglavlјima. [11]
- (D01.2c) Pronađite minimalnu masu planeta $M_{p, \min}$ (u $M_{\odot}$) i odgovarajuću pogrešku uz pretpostavku $M_p \ll M_s$. [5]
- (D01.2d) Koristeći vrijednost $M_{p, \min}$ procijenjenu u dijelu (D01.2c), izračunajte minimalnu vrijednost velike poluosi planetne staze, $a_{\min}$, u AJ i njezinu pogrešku. [4]

Metoda tranzita (bez zatamnjenja ruba)

Shematski dijagram tranzita planeta (nije nacrtan u mjerilu) prikazan je u nastavku. U početku ćemo pretpostaviti da zvjezdani disk ima ujednačen prosječni intenzitet s nekim intrinzičnim šumom zbog same zvijezde.



Krivulja sjaja normaliziranog intenziteta, I , kao funkcija vremena t prikazana je na gornjem shematskom dijagramu tranzita. Prosječni zvjezdani intenzitet izvan tranzita uzet je kao jedinica. Maksimalno smanjenje intenziteta dano je s Δ u normaliziranoj krivulji svjetlosti. Za jednoliko sjajan zvjezdani disk, polumjer planeta, R_p , povezan je s Δ kao

$$\left(\frac{R_p}{R_s}\right)^2 = \Delta,$$

gdje je R_s polumjer zvijezde.

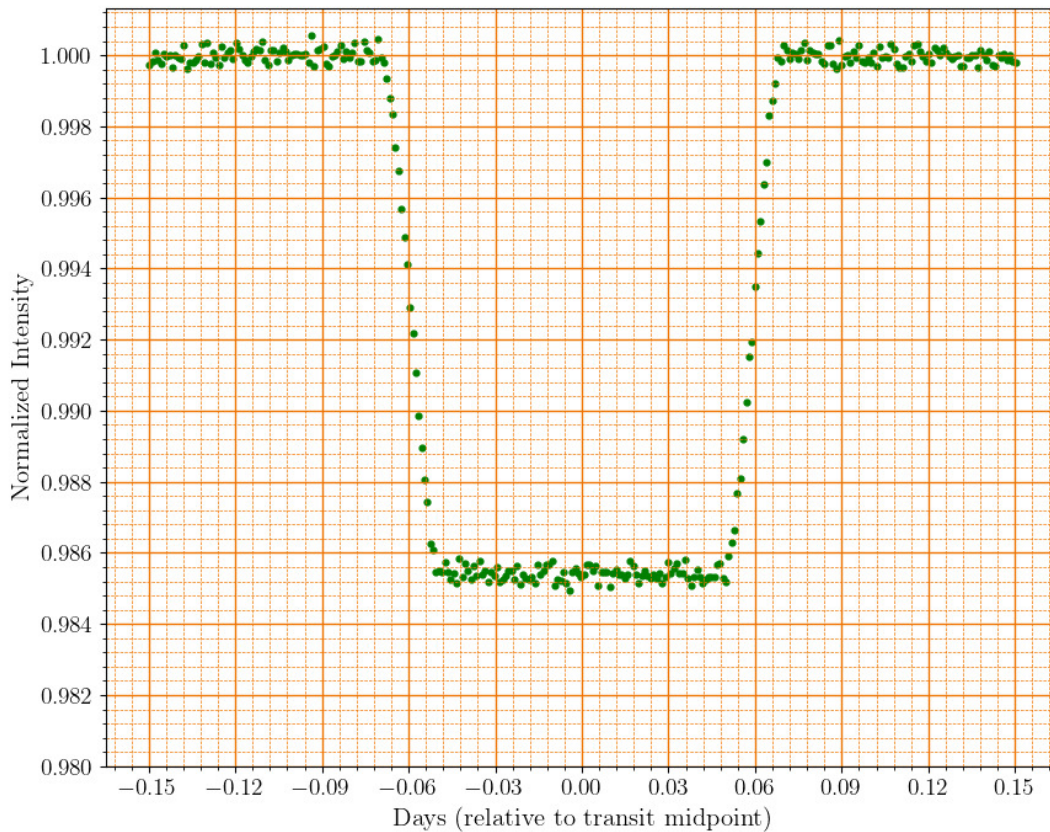
Ukupno trajanje tranzita (kada dio ili cijeli planet prekriva zvjezdani disk) dano je s t_T , dok t_F daje trajanje kada se planet nalazi u potpunosti ispred zvjezdanog diska. „Parametar udara“ b je projicirana udaljenost između planeta i središta zvjezdanog diska u središnjoj točki tranzita, u jedinicama zvjezdanog polumjera, R_s .

Za gotovo bočno gledanu orbitu zvijezde i planeta, parametar udara dan je formulom

$$b = \left[\frac{(1 - \sqrt{\Delta})^2 - (t_F/t_T)^2(1 + \sqrt{\Delta})^2}{1 - (t_F/t_T)^2} \right]^{1/2}$$

- (D01.3) Za SP sustav, poznato je da je polumjer zvijezde $R_s = 1,20R_\odot$, a tranzit planeta je doista vidljiv. [3]
Koristeći minimalni orbitalni polumjer, $a_{\min}$, procijenjen djelomično u (D01.2d), pronađite minimalnu vrijednost, $i_{\min}$, inklinacije.

Pod pretpostavkom zvjezdanog diska jednoličnog sjaja, krivulja sjaja tranzita izgledala bi kao što je prikazano dolje.



- (D01.4) Koristeći zadanu krivulju sjaja odgovorite na sljedeća pitanja. Za vašu informaciju, gornja krivulja svjaja navedena je i u listu sažetih odgovora (Summary Answersheet).

(D01.4a) Procijenite vrijednosti t_T i t_F u danima označavanjem odgovarajućih očitavanja na grafu. [3]

(D01.4b) Procijenite srednju vrijednost Δ označavanjem odgovarajućih očitavanja na grafu i tako pronađite R_p u jedinicama $R_\odot$. [2]

(D01.4c) Odredite vrijednost i u stupnjevima pretpostavljajući da je polumjer staze $a_{\min}$. [2]

Uvođenje zatamnjenja ruba

Do sada smo pretpostavljali da je zvjezdani disk jednoliko sjajan. U stvarnosti, opaženi sjaj zvjezdanog diska nije jednolik zbog "zatamnjenja ruba" - optičkog efekta gdje središnji dio zvjezdanog diska izgleda svjetliji od ruba.

Učinak zatamnjenja ruba može se mjeriti relativnim intenzitetom sjaja $J(\theta) \equiv \frac{I(\theta)}{I(0)}$, gdje je θ kut između okomice na zvjezdanu površinu u nekoj točki i linije doglednice koja spaja promatrača s tom točkom, $I(\theta)$ je opaženi intenzitet sjaja zvjezdanog diska u toj točki ($I(0)$ je intenzitet sjaja u središtu zvjezdanog diska). Za udaljenog promatrača, θ varira od $\theta = 0$ (središte diska) do $\theta \approx 90^\circ$ (rub diska).

(D01.5) Donja tablica prikazuje izmjerene vrijednosti $J(\theta)$ na određenoj valnoj duljini za Sunce. Pretpostaviti ćemo da isti profil zatamnjenja ruba vrijedi i za zvijezdu S.

θ	$J(\theta)$	θ	$J(\theta)$	θ	$J(\theta)$	θ	$J(\theta)$
0°	1.000	20°	0.971	40°	0.883	70°	0.595
10°	0.994	25°	0.950	50°	0.794	80°	0.475
15°	0.984	30°	0.943	60°	0.724	90°	0.312

Profil zatamnjenja ruba može se modelirati kvadratnom jednadžbom:

$$J(\theta) = 1 - a_1(1 - \cos \theta) - a_2(1 - \cos \theta)^2,$$

gdje su a_1 i a_2 dvije konstante.

Nepoznate koeficijente a_1 i a_2 procijeniti ćemo iz zadanih podataka izradom grafa s odgovarajućim varijablama.

(D01.5a) Odaberite par varijabli (x_1, y_1) koje su prikladne funkcije od θ i J , koje želite prikazati duž osi x i y kako biste odredili a_1 i a_2 . Napišite izraze za x_1 i y_1 . [2]

Ako trebate definirati dodatne varijable za dodatne grafove, definirajte ih kao (x_2, y_2) itd.

(D01.5b) Tablično zapišite vrijednosti potrebne za vaše dijagrame. [4]

(D01.5c) Novo definirane varijable ucrtajte na zadani milimetarski papir (označite svoj graf kao "D01.5c"). [7]

(D01.5d) Iz grafa izračunajte a_1 i a_2 . Pogreške vrijednosti nisu potrebne. [7]

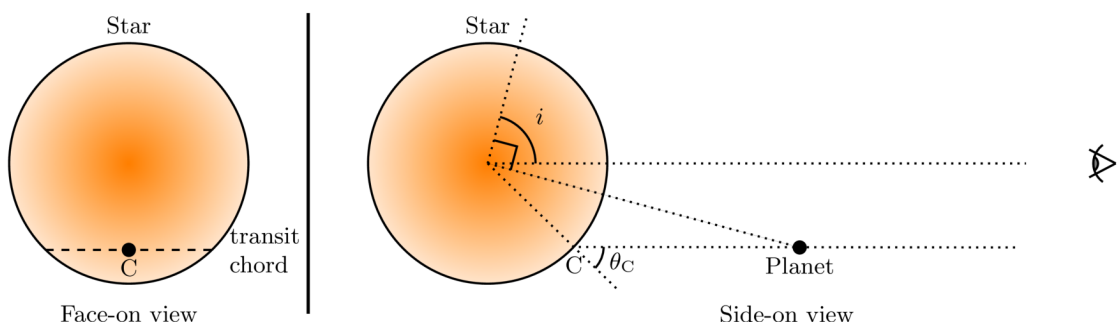
Tranzit u prisutnosti zatamnjenja rubova

Sada razmatramo planetne tranzite preko zvjezdanog diska s tamnim rubom. U prisutnosti zatamnjenja ruba, što ćemo modelirati kvadratnom jednadžbom $J(\theta)$ danom gore, prosječni opaženi intenzitet sjaja cijelog zvjezdanog diska (bez ikakvog tranzita), $\langle I \rangle$, dan je s:

$$\langle I \rangle = \left(1 - \frac{a_1}{3} - \frac{a_2}{6}\right) I(0)$$

Nadalje, pad sjaja uzrokovan tranzitom planeta sada ne ovisi samo o relativnoj veličini planeta i zvijezde, $\left(\frac{R_p}{R_s}\right)$, već i o profilu intenziteta zvjezdanog diska duž tranzitne tetive, koji pak ovisi o kutu nagiba, i .

Shematski dijagram u nastavku (nije nacrtan u mjerilu) prikazuje konfiguraciju. Imajte na umu da je svjetliji dio zvijezde prikazan u tamnijoj nijansi, dok je planet prikazan kao crna točka.



Ovdje je odnos između $\left(\frac{R_p}{R_s}\right)$ i izmjerenog Δ iz krivulje sjaja

$$\Delta = \frac{I(\theta_C)}{\langle I \rangle} \left(\frac{R_p}{R_s} \right)^2,$$

gdje je $I(\theta_C)$ intenzitet sjaja zvjezdanog diska u sredini tranzitne tetive (točka C na gornjoj slici), θ_C kut između linije doglednice i okomice na površinu u toj točki. Iz navedenog je očito da se za danu zvijezdu ista vrijednost Δ može dobiti mnogim kombinacijama veličine planeta, R_p i kuta nagiba i .

- (D01.6) Moguće je jedinstveno odrediti R_p i i korištenjem podataka iz krivulja sjaja tranzita na dvije valne duljine, recimo, λ_B (plava) i λ_R (crvena). Koeficijenti zatamnjenja ruba za ove dvije valne duljine navedeni su u nastavku:

Valna duljina	a_1	a_2
λ_B	0,82	0,05
λ_R	0,24	0,20

- (D01.6a) Odaberite točnu tvrdnju među sljedećima koja opisuje odnos između maksimalnog smanjenja sjaja tijekom tranzita Δ za λ_B i inklinacije (i) orbite i označite je (✓) u listu sažetka odgovora (Summary Answersheet). [2]

- A. Δ raste sa smanjenjem i .
 B. Δ se smanjuje sa smanjenjem i .
 C. Δ je neovisan od i .

- (D01.6b) Maksimalna dubina tranzita (Δ) za "SP sustav" izmjerena je da iznosi 0,0182 i 0,0159 [4]
 za λ_B i λ_R .

Nacrtajte shematske tranzitne krivulje sjaja za λ_B i λ_R na zadanoj mreži i označite krivulje s "B" i "R". Pretpostavimo da je ukupno trajanje tranzita isto za obje valne duljine. Krivulje ne moraju biti u mjerilu, ali trebaju ispravno predstavljati oblike krivulja sjaja.

- (D01.7) Koristit ćemo grafičku metodu za pronalaženje vrijednosti R_p i i za SP sustav koristeći mjerenja Δ pri λ_B i λ_R .

- (D01.7a) Napišite odgovarajući izraz koji povezuje relevantne varijable koje treba prikazati. [6]
 (Savjet: Među relevantnim varijablama možete razmotriti i ili b i R_p .)

- (D01.7b) Tablično prikažite odgovarajuće vrijednosti koje treba prikazati. [5]

- (D01.7c) Nacrtajte odgovarajući graf i označite ga kao "D01.7c". [7]

- (D01.7d) Procijenite vrijednosti R_p (u $R_\odot$) i i (u stupnjevima) iz grafa. [4]

- (D01.8) Na temelju rezultata dobivenih u ovom zadatku, označite je li planet P „STJENOVIT“ ili „PLINOVIT“ označavanjem s (✓) odgovarajuće kućice u listu Summary Answersheet. [2]

(D02) Predviđanje vremena dolaska koronalnog izbačaja tvari na Zemlju
[60 bodova]

Sunce povremeno oslobađa magnetiziranu plazmu, nazvanu koronalni izbačaji tvari (CME), koji potječu s površine Sunca i šire se prema van. Točno predviđanje vremena njihovog dolaska na Zemlju ključno je za razumijevanje i ublažavanje njihovih potencijalnih učinaka na satelite koji kruže oko Zemlje. U ovom problemu cilj nam je predvidjeti vremena dolaska CME-ova razvojem empirijskog modela, koristeći podatke 10 CME-ova. U ovom problemu, udaljenost između površine Sunca i Zemlje uzeta je kao $214R_{\odot}$.

Nadalje, pretpostavimo da se Sunce ne okreće. Zbog elektromagnetskih, gravitacijskih sila i sila "povlačenja" CME-ovi doživljavaju promjenljivo ubrzanje tijekom svog širenja. U prva dva dijela ovog problema pretpostavljamo da je područje između Sunca i Zemlje vakuum.

CME-ovi kroz vakuum.

- (D02.1) Početna brzina u na površini Sunca ($= 1R_{\odot}$), konačna brzina, v pri dolasku na Zemlju i vrijeme dolaska na Zemlju nakon napuštanja površine Sunca (u satima), τ dane su za 10 CME-ova u sljedećoj tablici.

Kontinuirana burza	u	v	τ
Ime	(km/s)	(km/s)	(h)
CME-A	804	470	74,5
CME-B	247	360	127,5
CME-C	523	396	103,5
CME-D	830	415	71,0
CME-E	665	400	104,5
CME-F	347	350	101,5
CME-G	446	375	99,5
CME-H	155	360	97,0
CME-I	1016	515	67,0
CME-J	683	410	54,0

- (D02.1a) Izračunajte prosječno ubrzanje, a , za svaki CME u m s^{-2} .

[3]

- (D02.1b) Pretpostavimo empirijski model za ubrzanje, a_{model} , CME-a, koji ovisi o njegovoj početnoj brzini u kao, $a_{\text{model}} = m \left(\frac{u}{u_0} \right) + \alpha$; gdje je, a_{model} izraženo u m s^{-2} , u je izraženo u km s^{-1} i $u_0 = 1,00 \times 10^3 \text{ km s}^{-1}$.

Odredite konstante m i α te njihove pridružene pogreške koristeći odgovarajući graf (označite svoj graf kao „D02.1b“).

[15]

- (D02.1c) Za svaki CME, tablično prikažite a_{model} u m s^{-2} . Iz toga izračunajte standardnu devijaciju (rms) ubrzanja, δa_{rms} , između izračunatog ubrzanja, a i vrijednosti modela, a_{model} .

[4]

- (D02.2) Razmatramo dva druga CME-a: CME-1 i CME-2, s početnim brzinama, $u = 1044 \text{ km s}^{-1}$ i 273 km s^{-1} .

- (D02.2a) Koristeći empirijski model dobiven u (D02.1b), izračunajte predviđena vremena dolaska na Zemlju, $\tau_{1, m}$ i $\tau_{2, m}$ (u satima), za CME-1 i CME-2.

[4]

- (D02.2b) Opažena vremena dolaska CME-1 i CME-2 na Zemlju su 46,0 sati odnosno 74,5 sati. [2]
Empirijski model smatra se VALJANIM za određeni CME ako je njegovo predviđeno vrijeme dolaska unutar 20% od opaženog vremena dolaska; u suprotnom, NIJE VALJANO. Označite valjanost modela za svaki CME označavanjem (✓) odgovarajuće kućice u listu sažetka odgovora (Summary Answersheet).

CME-ovi u prisutnosti Sunčeva vjetra

U stvarnosti, prostor između Sunca i Zemlje prožet je Sunčevim vjetrom, koji djeluje silom "povlačenja" na CME-ove. Ta sila "povlačenja" može usporiti ili ubrzati CME, ovisno o brzini CME-a u odnosu na brzinu Sunčeva vjetra. Kako bismo objasnili utjecaj Sunčeva vjetra, koristit ćemo model "samo povlačenja" za udaljenosti $R_{\text{obs}}(t) \geq R_0$, gdje je R_0 udaljenost nakon koje sila otpora postaje dominantna sila koja utječe na kretanje CME-a.

Udaljenost od površine Sunca određena iz modela "samo povlačenja", $R_D(t)$, i brzina, $V_D(t)$, CME-a u ovom modelu dana je s

$$R_D(t) = \frac{S}{\gamma} \ln [1 + S\gamma(V_0 - V_s)(t - t_0)] + V_s(t - t_0) + R_0$$

$$V_D(t) = \frac{V_0 - V_s}{1 + S\gamma(V_0 - V_s)(t - t_0)} + V_s$$

gdje je, $\gamma = 2 \times 10^{-8} \text{ km}^{-1}$, V_s je konstantna brzina Sunčeva vjetra, R_0 i V_0 su udaljenost i brzina u trenutku t_0 , a S je faktor predznaka. $S = 1$ ako $V_0 > V_s$; $S = -1$ ako $V_0 \leq V_s$.

- (D02.3) Donje tablice prikazuju opaženu radijalnu udaljenost od površine Sunca, $R_{\text{obs}}(t)$ (mjereno u $R_\odot$), kao funkciju vremena, t (u satima), za dva CME-a: CME-3 i CME-4. Posljednji podaci u svakoj tablici (D5 i P8) odgovaraju vremenu dolaska odgovarajućeg CME-a na Zemlju. Za ovaj dio, pretpostavimo da je $V_s = 330 \text{ km s}^{-1}$.

CME-3		
Podatak	t (u h)	$R_{\text{obs}}(t)$ (u $R_\odot$)
D1	0,200	6.36
D2	0,480	7,99
D3	1.22	11,99
D4	1,49	13.51
D5	58,05	214

CME-4		
Podatak	t (u h)	$R_{\text{obs}}(t)$ (u $R_\odot$)
P1	1,00	4,00
P2	3,00	6,00
P3	4,00	9,00
P4	5,00	11,0
P5	21,0	43,0
P6	50,0	100
P7	85,0	170
P8	111	214

Procijenit ćemo predviđa li model "samo povlačenja" zadovoljavajuća vremena dolaska ovih CME-ova. Za korištenje ovog modela potrebno je napraviti odgovarajući izbor t_0 i odgovarajućih R_0 i V_0 .

- (D02.3a) Za CME-3, uzmite sljedeća dva slučaja: [6]
(C1) t_0 se uzima kao središte intervala D1 – D2
(C2) t_0 se uzima kao središte intervala D3 – D4
Pretpostavimo da brzina ostaje konstantna u svakom specifičnom intervalu D1–D2 i D3–D4, ali se može razlikovati između ta dva intervala.

Koristeći t_0 , R_0 i V_0 , izračunajte razliku između opažene i predviđene radijalne udaljenosti $\delta R_D \equiv R_{\text{obs}}(t) - R_D(t)$ u jedinicama $R_\odot$ pri $t = 58,05 \text{ h}$, za svaki od dva slučaja.

- (D02.3b) Izračunajte $R_D(t)$ u točkama P5, P6, P7 i P8 između Sunca i Zemlje za CME-4 za [4]
sljedeća dva slučaja primjenjujući postupak sličan onome u (D02.3a):
- (C3) t_0 se uzima kao središte intervala P1 – P2
(C4) t_0 se uzima kao središte intervala P3 – P4.
- (D02.3c) Nacrtajte graf $R_D(t)$ (u $R_\odot$) u odnosu na t (u satima) za dva slučaja, C3 i C4, za CME-4 [10]
u točkama P5, P6, P7 i P8 (označite svoj graf kao „D02.3c“). Na istom grafu nacrtajte
glatke krivulje $R_D(t)$ za gore navedena dva slučaja. Za ovaj dio uzmite raspon x osi od
0 do 180 sati.
- (D02.3d) Pomoću grafa procijenite apsolutnu razliku, $|\delta\tau|$ između stvarnog vremena dolaska [4]
CME-4 na Zemlju i vremena dolaska predviđenog modelom "samo povlačenja", za
svaki od slučajeva C3 i C4.
- (D02.3e) Označite je li sljedeća tvrdnja TOČNA ili NETOČNA označavanjem (✓) u [1]
odgovarajuću kućicu u listu sažetih odgovora (Summary Answersheet) (nije potrebno
pismeno obrazloženje):
„Sile povlačenja koje Sunčev vjetar vrši na CME-ove postaju dominantne za CME-3
ranije u usporedbi s CME-4.“
- (D02.4) Razmotrite "povlačenje" kao dominantnu silu koja djeluje na 10 CME-ova u dijelu D02.1. [7]
Pretpostavimo da je model "samo povlačenja" primjenjiv od površine Sunca ($R_0 = 1 R_\odot$) i dalje,
za sve CME-ove.
Procijenite i tablično prikažite brzinu Sunčeva vjetra V_s u km s^{-1} za svaki CME. Nadalje,
procijenite prosječnu brzinu Sunčeva vjetra $V_{s, \text{avg}}$ za svih 10 CME-ova.