

(D01) 30 години екзопланети

[90 точки]

В тази задача се изследват някои аспекти на двата основни метода за откриване на екзопланети: чрез измерване на лъчевата скорост и методът на пасажите. Ще разгледаме конкретна система от една планета (P) в кръгова орбита с радиус a около звезда от слънчев тип (S). Ще наричаме тази система "SP система".

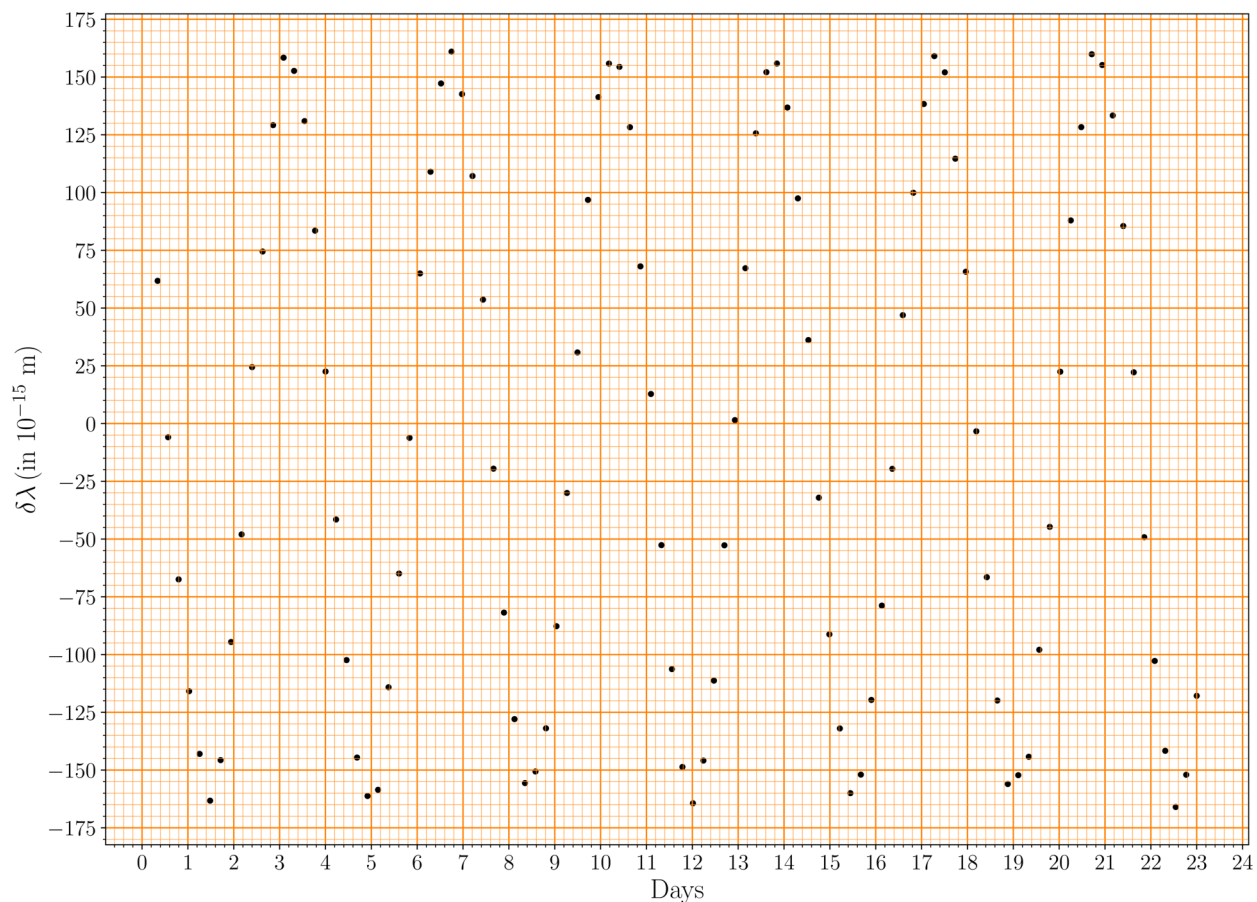
- (D01.1) Видимата звездна величина на звездата S във филтър V е 7.65 ± 0.03 mag, паралаксът ѝ е 20.67 ± 0.05 дъгови милисекунди, а болометричната корекция (BC) е -0.065 mag. Това означава, че болометричната звездна величина съответства на по-голяма яркост.

Оценете масата на звездата, M_s (в единици $M_\odot$), като приемете зависимост маса-светимост $(M-L)$ от вида $L \propto M^4$. Също така оценете грешката на M_s . Може да ви потрябва формулата $d \ln x / dx = 1/x$. **[8]**

Метод на лъчевата скорост

При метода на лъчевата скорост се използва Доплеровото отместване $\delta\lambda \equiv \lambda_{\text{obs}} - \lambda_0$ между наблюдаваната дължина на вълната λ_{obs} и дължината на вълната в покой λ_0 на известна спектрална линия, за откриване на екзопланета и определяне на нейните характеристики.

На фигурата по-долу е показана $\delta\lambda$ за линията Fe I ($\lambda_0 = 543.45 \times 10^{-9}$ m) като функция на времето, наблюдавана за системата SP.



Полуамплитудата на лъчевата скорост K се дефинира като $K \equiv (v_{r, \text{max}} - v_{r, \text{min}})/2$, където $v_{r, \text{max}}$ и $v_{r, \text{min}}$ са съответно минималната и максималната стойност на лъчевата скорост. За кръгова орбита на планета, полуамплитудата K може да бъде записана като:

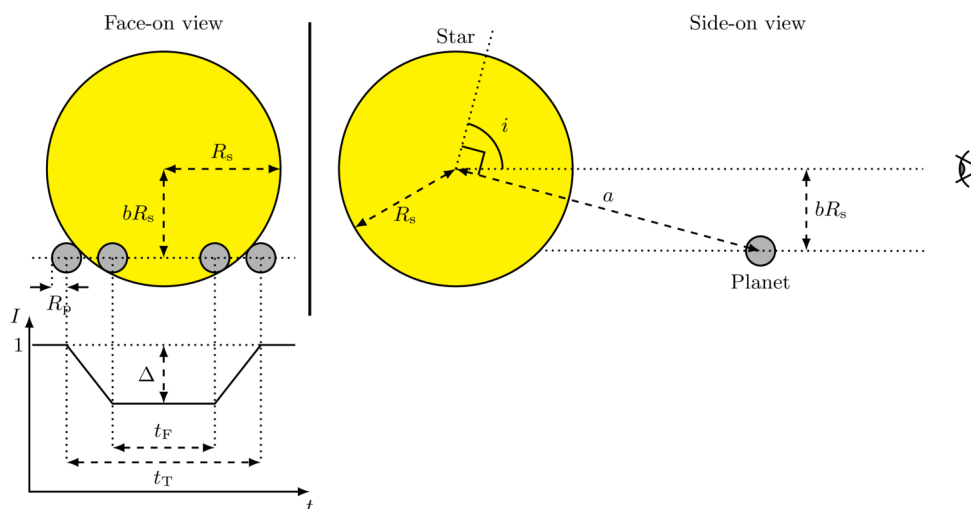
$$K = \left(\frac{2\pi G}{T} \right)^{1/3} \frac{M_p \sin i}{(M_p + M_s)^{2/3}}$$

където T е периодът, i е наклонът на планетната орбита (ъгълът между нормалата към орбиталната равнина на планетата и лъча на зрение към наблюдателя), M_p и M_s са съответно масите на планетата и звездата.

- (D01.2) Използвайте графиката, дадена в листа за крайни отговори, за да отговорите на следните въпроси.
- (D01.2a) Начертайте плавна крива, описваща наблюдаваните данни, показани на [2]
графиката.
- (D01.2b) Изберете подходящи точки от начертаната от вас крива и използвайте [11]
подходящи методи, за да определите T и K заедно със съответните им
грешки. Всички точки от данните, които използвате за изчисляването на T и
 K , трябва да бъдат показани в таблицата в лист за крайни отговори и да
бъдат означени по подходящ начин. Използвайте останалата таблица, за да
посочите междинните си пресмятания, използвайки подходящи означения.
- (D01.2c) Намерете минималната възможна маса на планетата $M_{p, \min}$ (в $M_\odot$) и [5]
съответната грешка, като приемете, че $M_p \ll M_s$.
- (D01.2d) Използвайки стойността на $M_{p, \min}$, изчислена в част (D01.2c), изчислете [4]
минималната стойност на голямата полуос на орбитата на планетата, $a_{\min}$, в au и
нейната грешка.

Метод на пасажите (без потъмняване на лимба)

Схематичната диаграма на пасаж на планета (не е начертана в мащаб) е показана по-долу. Първоначално ще приемем, че звездният диск има равномерен среден интензитет с известен вътрешен шум, дължащ се на самата звезда.



Кривата на блясъка на нормализирания интензитет, I , като функция на времето t е показана в схематичната диаграма на пасажа по-горе. Средният интензитет на звездата извън пасажа се приема за единица. Максималното намаляване на интензивността се задава като Δ в нормализираната светлинна крива. За равномерно ярък звезден диск, радиусът на планетата, R_p , е свързан с Δ съгласно

$$\left(\frac{R_p}{R_s}\right)^2 = \Delta,$$

където R_s е радиусът на звездата.

Общата продължителност на пасажа (когато част или цялата планета покрива звездния диск) се задава с t_T , докато t_F задава продължителността, когато планетата е изцяло пред звездния диск. "Прицелният параметър" b е проектираното разстояние между планетата и центъра на звездния диск в средата на пасажа, в единици от звездния радиус, R_s .

За почти ориентирана на ребро орбита звезда-планета, прицелният параметър се задава с формулата

$$b = \left[\frac{(1 - \sqrt{\Delta})^2 - (t_F/t_T)^2(1 + \sqrt{\Delta})^2}{1 - (t_F/t_T)^2} \right]^{1/2}$$

- (D01.3) За системата SP е известно за радиуса на звездата, че е равен на $R_s = 1.20R_\odot$, и пасажът на планетата действително е наблюдаем. Използвайки минималния орбитален радиус, $a_{\min}$, изчислен в част (D01.2d), намерете минималната възможна стойност, $i_{\min}$, на ъгъла на наклона. [3]

Ако приемем, че звездният диск е с равномерна яркост, кривата на блясъка при пасаж би изглеждала както е показано по-долу.



- (D01.4) Използвайки дадената крива на блясъка, отговорете на следните въпроси. За ваша справка горната крива на блясъка е дадена и в листа за крайни отговори.
- (D01.4a) Оценете стойностите на t_T и t_F в дни, като отбележите подходящите измерени стойности на графиката. [3]
- (D01.4b) Оценете средната стойност на Δ , отбелязвайки измерванията си по графиката, и с това намерете R_p в единици $R_\odot$. [2]
- (D01.4c) Определете стойността на i в градуси, като приемете, че орбиталният радиус е равен на $a_{\min}$. [2]

Въвеждане на потъмняването в края

Досега приемахме, че звездният диск е равномерно ярък. В действителност наблюдаваната яркост на диска не е равномерна поради "потъмняването в края" — оптичен ефект, при който централната част на звездния диск изглежда по-ярка от ръба или "края".

Ефектът на потъмняване в края може да бъде измерен чрез относителния интензитет $J(\theta) \equiv \frac{I(\theta)}{I(0)}$, където θ е ъгълът между нормалата към звездната повърхност в дадена точка и линията, свързваща наблюдателя с тази точка, $I(\theta)$ е наблюдаваният интензитет на звездния диск в тази точка ($I(0)$ е интензитетът в центъра на звездния диск). За отдалечен наблюдател θ варира от $\theta = 0$ (център на диска) до $\theta \approx 90^\circ$ (ръб на диска).

- (D01.5) В таблицата по-долу са дадени измерените $J(\theta)$ при определена дължина на вълната за Слънцето. Ще приемем, че същият профил на потъмняване в края важи за звездата S.

θ	$J(\theta)$	θ	$J(\theta)$	θ	$J(\theta)$	θ	$J(\theta)$
0°	1.000	20°	0.971	40°	0.883	70°	0.595
10°	0.994	25°	0.950	50°	0.794	80°	0.475
15°	0.984	30°	0.943	60°	0.724	90°	0.312

Профилът на потъмняване в края може да бъде моделиран чрез квадратичната формула:

$$J(\theta) = 1 - a_1(1 - \cos \theta) - a_2(1 - \cos \theta)^2,$$

където a_1 и a_2 са две константи.

Ще оценим неизвестните коефициенти a_1 и a_2 от дадените данни, като направим графика с подходящи променливи.

- (D01.5a) Изберете двойка променливи (x_1, y_1) , които са подходящи функции на θ и J , които бихте искали да начертаете по осите x и y , съответно, за да определите a_1 и a_2 . Напишете изразите за x_1 и y_1 . [2]

Ако трябва да дефинирате допълнителни променливи за допълнителни графики, дефинирайте ги като (x_2, y_2) и т.н.

- (D01.5b) Табулирайте стойностите, необходими за вашите графики. [4]
- (D01.5c) Начертайте новодефинираните променливи на дадената милиметрова хартия (отбележете графиката си като "D01.5c"). [7]

(D01.5d) Получете стойностите на a_1 и a_2 от графиката. Не се иска да оценявате грешки. [7]

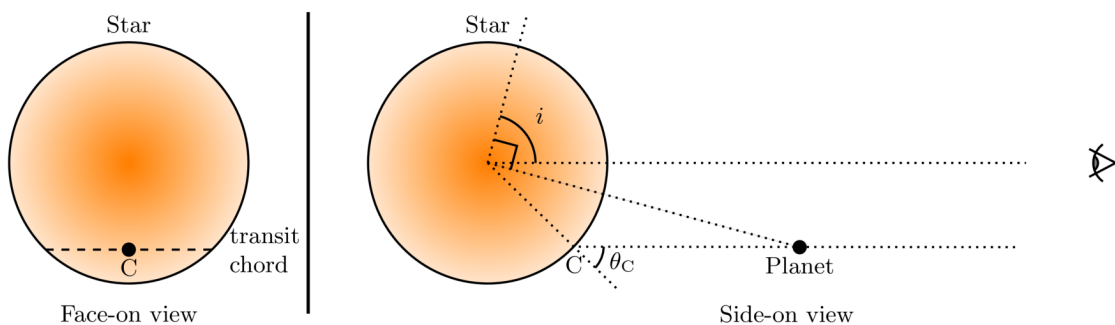
Пасаж при наличие на потъмняване в края на диска

Сега разглеждаме планетарни пасажи пред звезден диск, с потъмняване в края. При наличие на потъмняване в края на диска, което ще моделираме чрез квадратичната формула на $J(\theta)$, дадена по-горе, средният наблюдаван интензитет на целия звезден диск (без пасаж), $\langle I \rangle$, се задава от израза:

$$\langle I \rangle = \left(1 - \frac{a_1}{3} - \frac{a_2}{6} \right) I(0)$$

Освен това, спадът в яркостта, причинен от преминаващата планета, сега зависи не само от относителния размер на планетата и звездата, $\left(\frac{R_p}{R_s} \right)$, но също и от профила на интензитета на звездния диск по хордата на транзита, който от своя страна зависи от ъгъла на наклон, i .

Схематичната диаграма по-долу (не е начертана в мащаб) показва конфигурацията. Отбелязваме, че по-ярката част на звездата е показана в по-тъмен цвят, а планетата е показана като черна точка.



Тук връзката между $\left(\frac{R_p}{R_s} \right)$ и измерената Δ от кривата на блясъка е

$$\Delta = \frac{I(\theta_C)}{\langle I \rangle} \left(\frac{R_p}{R_s} \right)^2,$$

където $I(\theta_C)$ е интензитетът на звездния диск в средната точка на хордата на пасажа (точка С на фигурата по-горе), като θ_C е ъгълът между лъчът на зрение и нормалата към повърхността в тази точка. От горното е очевидно, че за дадена звезда, същата стойност на Δ може да бъде получена от много комбинации на размера на планетата, R_p , и ъгъла на наклон i .

(D01.6) Възможно е еднозначно да се определят както R_p , така и i , като се използват данни от криви на блясъка при две дължини на вълната, да кажем, λ_B (синя) и λ_R (червена). Коефициентите на потъмняване към лимба за тези две дължини на вълната са дадени по-долу:

Дължина на вълната	a_1	a_2
λ_B	0.82	0.05
λ_R	0.24	0.20

(D01.6a) Изберете правилното твърдение измежду следните, което описва връзката между максималната дълбочина на пасажа Δ за λ_B и ъгъла на наклона (i) на орбитата. [2]

- A. Δ се увеличава с намаляването на i .
- B. Δ намалява с намаляването на i .
- C. Δ не зависи от i .

- (D01.6b) Максималната дълбочина на пасажа (Δ) за "SP системата" е измерена като 0.0182 и 0.0159 съответно за λ_B и λ_R , съответно. [4]

Начертайте схематични криви на блясъка на пасажа за λ_B и λ_R върху дадената мрежа и обозначете кривите съответно с "B" и "R". Приемете, че общата продължителност на пасажа е еднаква за двете дължини на вълната. Кривите не е необходимо да бъдат в мащаб, но трябва правилно да представят формите на кривите на блясъка.

- (D01.7) Ще използваме графичен метод, за да намерим стойностите на R_p и i за SP системата.

- (D01.7a) Напишете подходящ израз, свързващ съответните променливи, които трябва да бъдат начертани на графика. (Подсказка: Може да включите i , b , R_p в съответните променливи.) [6]

- (D01.7b) Таблично представете съответните величини, които трябва да бъдат начертани на графика. [5]

- (D01.7c) Начертайте подходяща графика и я означете като "D01.7c". [7]

- (D01.7d) Оценете стойностите на R_p (в $R_\odot$) и i (в градуси) от графиката. [4]

- (D01.8) Въз основа на получените резултати в тази задача, посочете дали планетата P е "ROCKY" или "GASEOUS", като отбележите ($\checkmark$) съответното квадратче в листа за крайни отговори. [2]

(D02) Предсказване на времената на достигане на коронални изхвърляния маса до Земята [60 точки]

Слънцето понякога изхвърля намагнетизирана плазма и това се нарича коронално изхвърляне на маса (СМЕ), която произхожда от повърхността на Слънцето и се разпространява навън. Точното предсказване на времената им на достигане до Земята е от решаващо значение за разбирането и смекчаването на потенциалните им ефекти върху сателитите, обикалящи около Земята. В тази задача целим да предскажем за колко време пристига СМЕ чрез разработване на емпиричен модел, използвайки данните от такива изхвърляния на маса. В рамките на тази задача разстоянието между повърхността на Слънцето и Земята се приема за $214R_{\odot}$.

Освен това, приемаме, че Слънцето не се върти. Поради електромагнитни, гравитационни и съпротивителни сили, СМЕ имат променливо ускорение по време на тяхното разпространение. В първите две части на тази задача приемаме, че пространството между Слънцето и Земята е вакуум.

СМЕ през вакуум.

- (D02.1) Началната скорост, u , на слънчевата повърхност ($= 1R_{\odot}$), крайната скорост, v , при достигане на Земята, и времето за достигане до Земята, τ , са дадени за 10 СМЕ в следната таблица.

СМЕ	u	v	τ
Име	(km s^{-1})	(km s^{-1})	(h)
СМЕ-A	804	470	74.5
СМЕ-B	247	360	127.5
СМЕ-C	523	396	103.5
СМЕ-D	830	415	71.0
СМЕ-E	665	400	104.5
СМЕ-F	347	350	101.5
СМЕ-G	446	375	99.5
СМЕ-H	155	360	97.0
СМЕ-I	1016	515	67.0
СМЕ-J	683	410	54.0

- (D02.1a) Изчислете средното ускорение, a , за всяко СМЕ в m s^{-2} . [6]

- (D02.1b) Приемаме емпиричен модел за ускорението, a_{model} , на СМЕ, който зависи от началната му скорост u като, $a_{\text{model}} = m \left(\frac{u}{u_0} \right) + \alpha$; където, a_{model} е изразено в m s^{-2} , u е изразено в km s^{-1} и $u_0 = 1.00 \times 10^3 \text{ km s}^{-1}$.

Определете константите m и α и техните грешки, използвайки подходяща графика (отбележете графиката си като "D02.1b"). [12]

- (D02.1c) За всяко СМЕ, таблично представете a_{model} в m s^{-2} . След това изчислете средноквадратичното (rms) отклонение на ускорението, δa_{rms} , между изчисленото ускорение, a , и стойността от модела, a_{model} . [4]

- (D02.2) Разглеждаме две други СМЕ: СМЕ-1 и СМЕ-2, с начални скорости, $u = 1044 \text{ km s}^{-1}$ и 273 km s^{-1} , съответно.

- (D02.2a) Използвайки емпиричния модел, получен в (D02.1b), изчислете прогнозираните времена на достигане до Земята, $\tau_{1, \text{m}}$ и $\tau_{2, \text{m}}$ (в часове), съответно за СМЕ-1 и СМЕ-2. [4]

- (D02.2b) Наблюдаваните времена на пристигане на Земята на CME-1 и CME-2 са [2]
съответно 46.0ч и 74.5ч. Емпиричният модел се счита за ВАЛИДЕН за конкретен CME, ако прогнозираното време на пристигане се различава най-много с 20% от наблюдаваното време на пристигане; в противен случай той е НЕВАЛИДЕН. Посочете валидността на модела за всеки CME, като отбележите (✓) съответното квадратче в листа за крайни отговори.

CME при наличие на слънчев вятър

В действителност пространството между Слънцето и Земята е изпълнено със слънчев вятър, който упражнява сила на съпротивление върху всяко CME. Тази сила на съпротивление може или да забави, или да ускори съответното CME, в зависимост от скоростта му спрямо тази на слънчевия вятър. За да отчетем влиянието на слънчевия вятър, ще използваме модел "само със съпротивление" за разстояния $R(t) \geq R_0$, където R_0 е разстоянието, отвъд което силата на съпротивление става доминиращата сила, влияеща върху движението на CME.

Разстоянието от повърхността на Слънцето, пресметнато по модела, отчитащ само силата на съпротивление, $R_D(t)$, и скоростта, $V_D(t)$, на CME в този модел се задават от

$$R_D(t) = \frac{S}{\gamma} \ln [1 + S\gamma(V_0 - V_s)(t - t_0)] + V_s(t - t_0) + R_0$$

$$V_D(t) = \frac{V_0 - V_s}{1 + S\gamma(V_0 - V_s)(t - t_0)} + V_s$$

където, $\gamma = 2 \times 10^{-8} \text{ km}^{-1}$, V_s е постоянната скорост на слънчевия вятър, R_0 и V_0 са съответно разстоянието и скоростта в момента t_0 , а S показва знака на израза. $S = 1$ ако $V_0 > V_s$; $S = -1$ ако $V_0 \leq V_s$.

- (D02.3) В таблиците по-долу са показани наблюдаваното разстояние от повърхността на Слънцето, $R(t)$ (измерено в $R_\odot$), като функция на времето, t (в часове), за два CME: CME-3 и CME-4. Последната колка от данните във всяка таблица (съответно D5 и P8) съответства на времето на пристигане на съответното CME на Земята. В тази част от задачата приемете, че $V_s = 330 \text{ km s}^{-1}$.

CME-3		
Точка данни	t (в h)	$R(t)$ (в $R_\odot$)
D1	0.200	6.36
D2	0.480	7.99
D3	1.22	11.99
D4	1.49	13.51
D5	58.05	214

CME-4		
Точка данни	t (в h)	$R(t)$ (в $R_\odot$)
P1	1.00	4.00
P2	3.00	6.00
P3	4.00	9.00
P4	5.00	11.0
P5	21.0	43.0
P6	50.0	100
P7	85.0	170
P8	111	214

Ще оценим дали моделът "само със съпротивление" задоволително предсказва времената на пристигане на тези CME. За да използваме този модел, е необходим подходящ избор на t_0 и съответните R_0 и V_0 .

- (D02.3a) За СМЕ-3, разгледайте следните два случая: [6]
 (C1) t_0 се взема като средната точка на интервала D1 – D2
 (C2) t_0 се взема като средната точка на интервала D3 – D4
 Приемете, че скоростта остава постоянна във всеки конкретен интервал D1–D2 и D3–D4, но може да се различава за двата интервала. Използвайки t_0 , R_0 и V_0 , изчислете разликата между наблюдаваното и предсказаното отместване по лъча на зрение $\delta R_D \equiv R(t) - R_D(t)$ в единици $R_\odot$ в момента $t = 58.05$ ч, за всеки от двата случая.
- (D02.3b) Оценете $R_D(t)$ в точките P5, P6, P7 и P8 между Слънцето и Земята за СМЕ-4 за следните два случая, като приложите процедура, подобна на (D02.3a): [4]
 (C3) t_0 се взема като средната точка на интервала P1 – P2
 (C4) t_0 се взема като средната точка на интервала P3 – P4.
- (D02.3c) Начертайте $R_D(t)$ (в $R_\odot$) като функция на t (в часове) за двата случая, C3 и C4, за СМЕ-4 в точките P5, P6, P7 и P8 (отбележете графиката си като "D02.3c"). На същата графика начертайте плавни криви на $R_D(t)$ за горепосочените два случая. За тази част, вземете диапазона на x оста от 0 до 180 ч. [10]
- (D02.3d) Използвайки графиката, оценете абсолютната разлика $|\delta\tau|$ между действителното време на достигане на СМЕ-4 до Земята и времето на пристигане, предсказано от модела отчитащ само съпротивлението, за всеки от случаите C3 и C4. [4]
- (D02.3e) Посочете дали следното твърдение е ВЯРНО или НЕВЯРНО, като отбележите (✓) съответното поле в листа за крайни отговори (не е необходима писмена обосновка): [1]
 "Силите на съпротивление, упражнявани от слънчевия вятър върху СМЕ, стават доминиращи и започват да влияят на разпространението на СМЕ-3 в по-ранен момент в сравнение с СМЕ-4".
- (D02.4) Разгледайте съпротивлението като доминираща сила, действаща върху 10 СМЕ-та в част D02.1. Приемете, че моделът "само със съпротивление" е приложим от повърхността на Слънцето ($R_0 = 1 R_\odot$) и отвъд, за всички СМЕ-та. [7]
 Оценете и представете в таблица скоростта на слънчевия вятър V_s в km s^{-1} за всяко СМЕ. Освен това, оценете средната скорост на слънчевия вятър $V_{s, \text{avg}}$ за всички десет СМЕs.