

(D01) 30 Anos de Exoplanetas

[90 pontos]

Este problema explora alguns aspectos dos dois principais métodos de detecção de exoplanetas: velocidade radial e trânsito. Ao longo deste problema, consideraremos um sistema particular de um único planeta (P) em uma órbita circular com raio a em torno de uma estrela do tipo solar (S). Chamaremos este sistema de “sistema SP”.

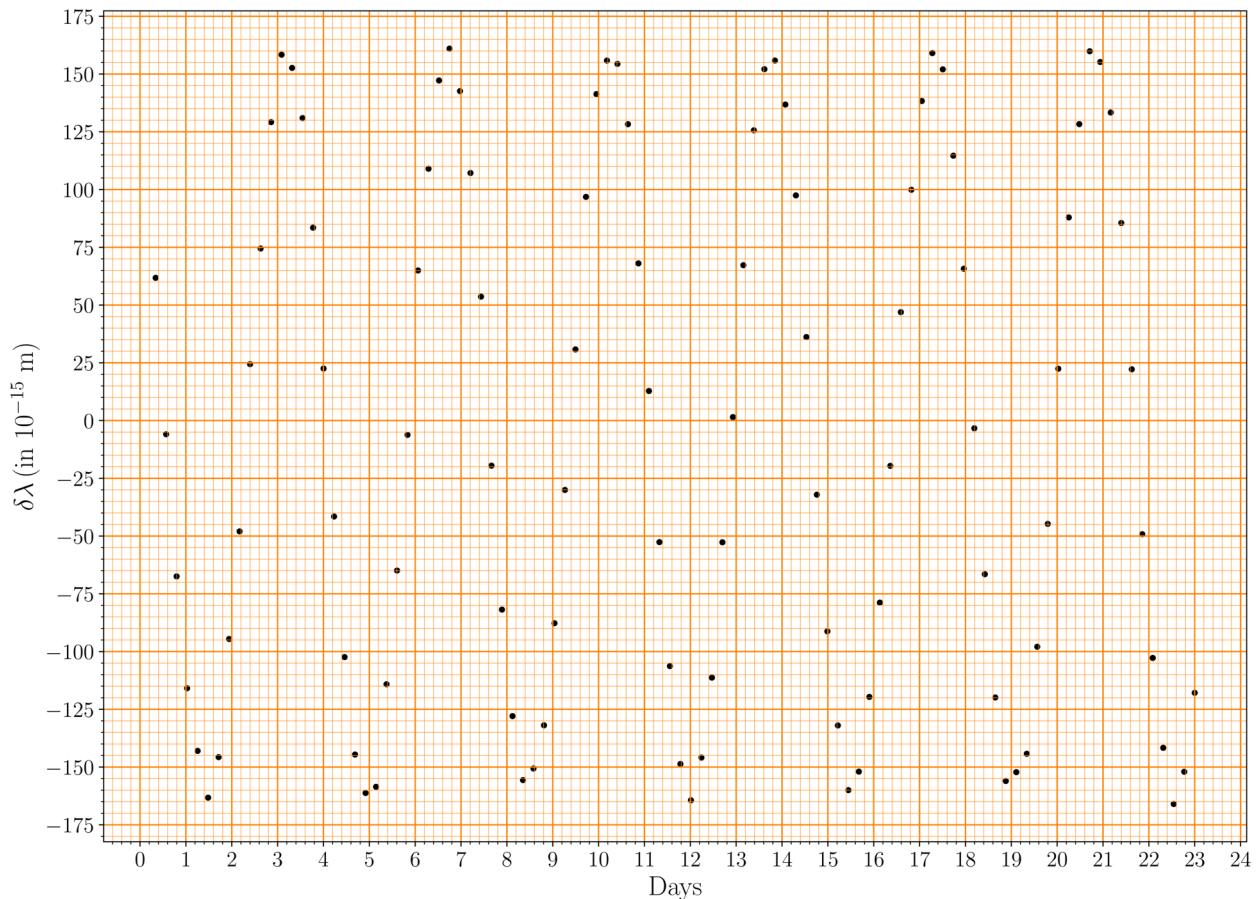
- (D01.1) A magnitude aparente na banda V da estrela S é $7,65 \pm 0,03$ mag, a paralaxe é $20,67 \pm 0,05$ milissegundos de arco e a correção bolométrica (BC) é $-0,0650$ mag. Assim, a estrela possui uma luminosidade bolométrica maior do que sua luminosidade na banda V.

Estime a massa da estrela, M_s (em unidades de $M_\odot$), assumindo uma relação massa-luminosidade ($M-L$) da forma $L \propto M^4$. Também estime a incerteza em M_s . Você pode precisar de $d \ln x / dx = 1/x$. [8]

Método da Velocidade Radial

O método da velocidade radial utiliza o desvio Doppler $\delta\lambda \equiv \lambda_{\text{obs}} - \lambda_0$ entre o comprimento de onda observado λ_{obs} e o comprimento de onda de repouso λ_0 de uma linha espectral conhecida para detectar um exoplaneta e determinar suas características.

A figura abaixo mostra o $\delta\lambda$ para a linha Fe I ($\lambda_0 = 543,45 \times 10^{-9}$ m) em função do tempo, conforme observado para o sistema SP.



A semi-amplitude da velocidade radial K é definida como $K \equiv (v_{r, \text{max}} - v_{r, \text{min}})/2$ onde $v_{r, \text{max}}$ e $v_{r, \text{min}}$ são as velocidades radiais máxima e mínima, respectivamente. Para uma órbita planetária circular, a semi-amplitude K pode ser escrita como:

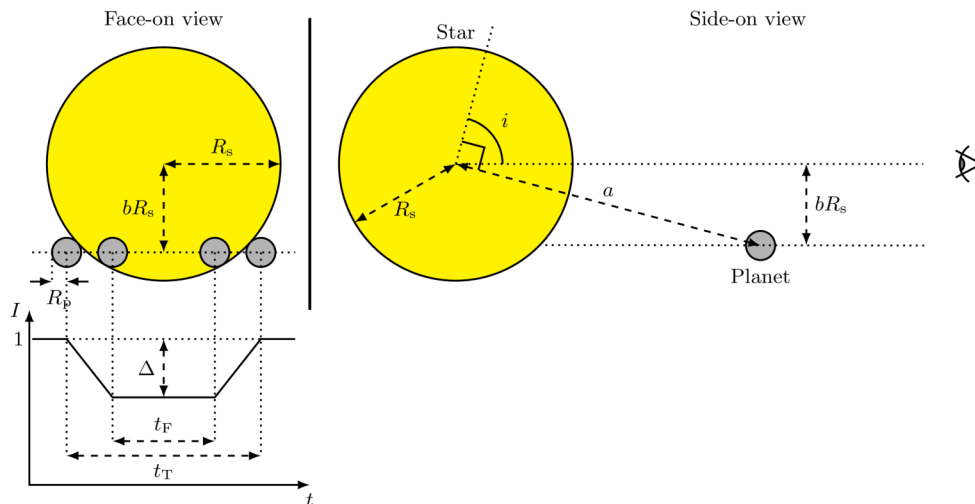
$$K = \left(\frac{2\pi G}{T} \right)^{1/3} \frac{M_p \sin i}{(M_p + M_s)^{2/3}}$$

onde T é o período, i é a inclinação da órbita planetária (ângulo entre a normal ao plano orbital do planeta e a linha de visão do observador), M_p e M_s são as massas do planeta e da estrela, respectivamente.

- (D01.2) Na Folha de Respostas Resumidas, use a cópia do gráfico fornecido (rotacionada em 90 deg) para responder o que se pede.
- (D01.2a) Desenhe uma curva suave associada aos dados observados, mostrados no gráfico. [2]
- (D01.2b) Use métodos adequados para determinar T e K , junto com suas incertezas. Para isso, selecione pontos adequados da curva e certifique-se de que todos os pontos utilizados sejam mostrados na tabela na Folha de Respostas Resumidas. Use o restante da tabela para mostrar seus cálculos intermediários, conforme necessário, com cabeçalhos apropriados. [11]
- (D01.2c) Encontre a massa mínima do planeta $M_{p, \min}$ (em $M_\odot$), e sua incerteza correspondente, assumindo $M_p \ll M_s$. [5]
- (D01.2d) Usando o valor de $M_{p, \min}$ estimado na parte (D01.2c), calcule o valor mínimo do semi-eixo maior da órbita do planeta, $a_{\min}$, em ua, bem como a sua incerteza. [4]

Método de trânsito (sem escurecimento de bordo)

O diagrama esquemático de um trânsito planetário (não desenhado em escala) é mostrado abaixo. Inicialmente, assumiremos que o disco estelar possui uma intensidade média uniforme com algum ruído intrínseco devido à própria estrela.



A curva de luz da intensidade normalizada, I , como uma função do tempo t é mostrada no diagrama esquemático do trânsito acima. A intensidade é normalizada pela intensidade média da estrela quando está fora do trânsito, considerada como unidade. A diminuição máxima na intensidade é dada por Δ na curva de luz normalizada. Para um disco estelar uniformemente brilhante, o raio do planeta, R_p , está relacionado a Δ como

$$\left(\frac{R_p}{R_s}\right)^2 = \Delta,$$

onde R_s é o raio da estrela.

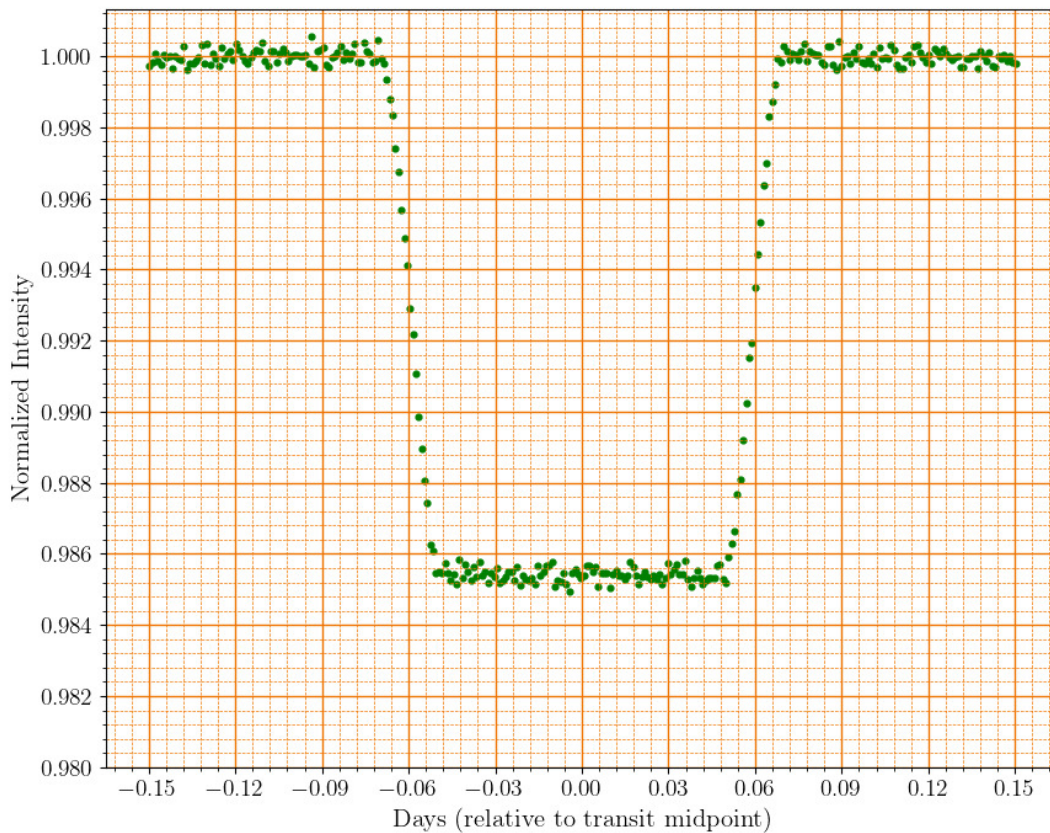
A duração total do trânsito (quando parte ou todo o planeta cobre o disco estelar) é dada por t_T . Já t_F é a duração de quando o planeta está completamente em frente ao disco estelar. O “parâmetro de impacto” b é a distância projetada entre o planeta no ponto médio do trânsito e o centro do disco estelar, em unidades do raio estelar, R_s .

Para uma órbita estrela-planeta quase de perfil (*nearly edge-on*), o parâmetro de impacto é dado pela fórmula

$$b = \left[\frac{(1 - \sqrt{\Delta})^2 - (t_F/t_T)^2(1 + \sqrt{\Delta})^2}{1 - (t_F/t_T)^2} \right]^{1/2}$$

- (D01.3) Para o sistema SP, sabe-se que o raio estelar é $R_s = 1,20R_\odot$, e o trânsito do planeta é de fato visível. Usando o raio orbital mínimo, $a_{\min}$, estimado na parte (D01.2d), encontre o valor mínimo, $i_{\min}$, do ângulo de inclinação. [3]

Assumindo um disco estelar de brilho uniforme, a curva de luz do trânsito se pareceria com a mostrada abaixo.



- (D01.4) Usando a curva de luz fornecida, responda às seguintes perguntas. Para sua referência, a curva de luz acima também é fornecida na Folha de Respostas Resumidas.

(D01.4a) Estime os valores de t_T e t_F em dias, marcando as leituras apropriadas no gráfico. [3]

(D01.4b) Estime o valor médio de Δ , marcando as leituras apropriadas no gráfico e, assim, encontre R_p em unidades de $R_\odot$. [2]

(D01.4c) Determine o valor de i em graus, assumindo que o raio orbital seja $a_{\min}$. [2]

Introdução ao escurecimento de bordo

Até agora, assumimos que o disco estelar é uniformemente brilhante. Na realidade, o brilho observado do disco estelar não é uniforme devido ao “escurecimento de bordo” — um efeito óptico onde a parte central do disco estelar parece mais brilhante do que a borda, ou o “limbo”.

O efeito de escurecimento de bordo pode ser medido pela intensidade relativa $J(\theta) \equiv \frac{I(\theta)}{I(0)}$, onde θ é o ângulo entre a normal à superfície estelar em um ponto e a linha que une o observador a esse ponto, $I(\theta)$ é a intensidade

observada do disco estelar nesse ponto ($I(0)$ sendo a intensidade no centro do disco estelar). Para um observador distante, θ varia de $\theta = 0$ (centro do disco) a $\theta \approx 90^\circ$ (borda do disco).

- (D01.5) A tabela abaixo fornece $J(\theta)$ medido em um determinado comprimento de onda para o Sol. Assumiremos que o mesmo perfil de escurecimento de bordo se aplica à estrela S.

θ	$J(\theta)$	θ	$J(\theta)$	θ	$J(\theta)$	θ	$J(\theta)$
0°	1.000	20°	0.971	40°	0.883	70°	0.595
10°	0.994	25°	0.950	50°	0.794	80°	0.475
15°	0.984	30°	0.943	60°	0.724	90°	0.312

O perfil de escurecimento de bordo pode ser modelado por uma fórmula quadrática:

$$J(\theta) = 1 - a_1(1 - \cos \theta) - a_2(1 - \cos \theta)^2,$$

onde a_1 e a_2 são duas constantes.

Estimaremos os coeficientes desconhecidos a_1 e a_2 a partir dos dados fornecidos, fazendo um gráfico com variáveis adequadas.

- (D01.5a) Escolha um par de variáveis (x_1, y_1) que sejam funções adequadas de θ e J , e que serão plotadas ao longo dos eixos x e y , respectivamente, a fim de se determinar a_1 e a_2 . Escreva as expressões para x_1 e y_1 . [2]

Se for definir variáveis adicionais para outros gráficos, defina-as como (x_2, y_2) , etc.

- (D01.5b) Faça uma tabela com os valores que serão plotados. [4]

- (D01.5c) No papel milimetrado fornecido, plote as novas variáveis definidas (marque seu gráfico como "D01.5c"). [7]

- (D01.5d) Obtenha a_1 e a_2 a partir do gráfico. Incertezas nos valores não são necessárias. [7]

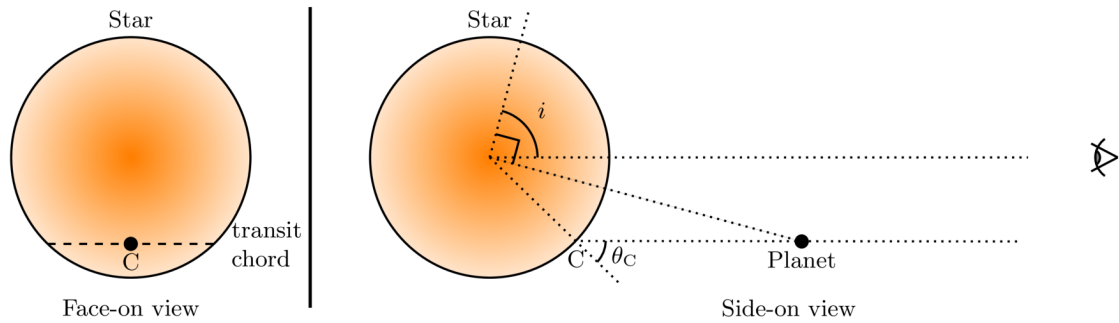
Trânsito na presença de escurecimento de bordo

Agora, consideraremos trânsitos planetários através de um disco estelar com escurecimento de bordo. Modelaremos o escurecimento de bordo pela fórmula quadrática de $J(\theta)$ fornecida. Na presença desse escurecimento, a intensidade média observada de todo o disco estelar (sem qualquer trânsito), $\langle I \rangle$, é dada por:

$$\langle I \rangle = \left(1 - \frac{a_1}{3} - \frac{a_2}{6}\right) I(0)$$

Além disso, a queda na luz causada pelo planeta em trânsito, dessa vez, depende não apenas do tamanho relativo do planeta e da estrela, $\left(\frac{R_p}{R_s}\right)$, mas também do perfil de intensidade do disco estelar ao longo da corda de trânsito, que, por sua vez, depende do ângulo de inclinação, i .

O diagrama esquemático abaixo (não desenhado em escala) mostra a configuração. Note que a parte mais brilhante da estrela é mostrada em um tom mais escuro, enquanto o planeta é mostrado como um ponto preto.



Aqui a relação entre $\left(\frac{R_p}{R_s}\right)$ e o Δ medido da curva de luz é

$$\Delta = \frac{I(\theta_C)}{\langle I \rangle} \left(\frac{R_p}{R_s} \right)^2,$$

onde $I(\theta_C)$ é a intensidade do disco estelar no ponto médio da corda de trânsito (ponto C na figura acima), θ_C sendo o ângulo entre a linha de visão e a normal à superfície nesse ponto. A partir do exposto, é óbvio que, para uma dada estrela, o mesmo valor de Δ pode ser produzido por muitas combinações do tamanho do planeta, R_p , e do ângulo de inclinação i .

(D01.6) É possível determinar de forma única tanto R_p quanto i usando dados de curvas de luz de trânsito em dois comprimentos de onda, digamos, λ_B (azul) e λ_R (vermelho). Os coeficientes de escurecimento de bordo para esses dois comprimentos de onda são dados abaixo:

Comprimento de Onda	a_1	a_2
λ_B	0,820,05	
λ_R	0,240,20	

(D01.6a) Escolha, entre as seguintes, a afirmação que descreve corretamente a relação entre a profundidade máxima do trânsito (Δ) para λ_B e o ângulo de inclinação (i) da órbita, e marque-a (✓) na Folha de Respostas Resumidas. [2]

- A. Δ aumenta com a diminuição de i .
- B. Δ decresce com a diminuição de i .
- C. Δ é independente de i .

(D01.6b) A profundidade máxima do trânsito (Δ) para o "sistema SP" foi medida como sendo 0,0182 e 0,0159 para λ_B e λ_R , respectivamente. [4]

Desenhe as curvas de luz de trânsito esquemáticas para ambos λ_B e λ_R na grade fornecida e rotule-as como "B" e "R", respectivamente. Assuma que a duração total do trânsito é a mesma para ambos os comprimentos de onda. As curvas não precisam estar em escala, mas devem representar corretamente as formas das curvas de luz.

(D01.7) Utilizaremos um método gráfico para encontrar os valores de R_p e i para o sistema SP, usando as medições de Δ em λ_B e λ_R .

(D01.7a) Determine uma expressão que relacione as variáveis relevantes do sistema. (Dica: Você pode considerar R_p como uma variável relevante, além de i ou b .) [6]

(D01.7b) Faça uma tabela com os valores a serem plotados. [5]

(D01.7c) Desenhe um gráfico adequado e marque-o como "D01.7c". [7]

-
- (D01.7d) Estime os valores de R_p (em $R_\odot$) e i (em graus), a partir do gráfico. [4]
- (D01.8) Com base nos resultados obtidos neste problema, indique se o planeta P é “ROCHOSO” ou [2]
“GASOSO” marcando (✓) no espaço apropriado na Folha de Respostas Resumidas.

(D02) Previsão dos tempos de chegada de ejeções de massa coronal na Terra
[60 pontos]

O Sol ocasionalmente libera plasma magnetizado, processo denominado ejeção de massa coronal (CMEs), e que se origina da superfície do Sol, propagando-se para fora. A previsão precisa de seus tempos de chegada à Terra é crucial para entender e mitigar seus potenciais efeitos sobre os satélites que orbitam o planeta. Neste problema, buscamos prever os tempos de chegada das CMEs desenvolvendo um modelo empírico, usando os dados de 10 CMEs. Ao longo deste problema, a distância entre a superfície do Sol e a Terra é considerada como $214R_{\odot}$.

Assuma que o Sol não está girando. Além disso, tenha em mente que, devido às forças eletromagnéticas, gravitacionais e de arrasto, as CMEs sofrem uma aceleração variável ao longo de sua propagação. Nas duas primeiras partes deste problema, assumimos que a região entre o Sol e a Terra é vácuo.

CMEs através do vácuo.

- (D02.1) A velocidade inicial, u , na superfície solar ($= 1R_{\odot}$), a velocidade final, v , ao alcançar a Terra, e o tempo para chegar à Terra após sair da superfície do Sol (em horas), τ , são fornecidos para 10 CMEs na tabela a seguir.

CME	u	v	τ
Nome	(km s^{-1})	(km s^{-1})	(h)
CME-A	804	470	74,5
CME-B	247	360	127,5
CME-C	523	396	103,5
CME-D	830	415	71,0
CME-E	665	400	104,5
CME-F	347	350	101,5
CME-G	446	375	99,5
CME-H	155	360	97,0
CME-I	1016	515	67,0
CME-J	683	410	54,0

- (D02.1a) Calcule a aceleração média (a), em m s^{-2} , de cada CME. **[3]**

- (D02.1b) Assumimos um modelo empírico para a aceleração (a_{model}) de um CME, que depende de sua velocidade inicial u , dado por $a_{\text{model}} = m \left(\frac{u}{u_0} \right) + \alpha$; onde a_{model} é expressa em m s^{-2} , u é expressa em km s^{-1} e $u_0 = 1,00 \times 10^3 \text{ km s}^{-1}$.

Determine os valores das constantes m e α , bem como suas incertezas associadas, **[15]** usando um gráfico apropriado (marque seu gráfico como “D02.1b”).

- (D02.1c) Para cada CME, calcule a_{model} , em m s^{-2} , e coloque-os em uma tabela. Em seguida, calcule o desvio quadrático médio (rms) das acelerações, δa_{rms} , entre a aceleração calculada, a , e os valores do modelo, a_{model} . **[4]**

- (D02.2) Considere outras duas CMEs: CME-1 e CME-2, com velocidades iniciais, $u = 1044 \text{ km s}^{-1}$ e 273 km s^{-1} , respectivamente.

- (D02.2a) Usando o modelo empírico obtido em (D02.1b), calcule os tempos previstos de chegada na Terra, $\tau_{1, \text{m}}$ e $\tau_{2, \text{m}}$ (em horas), para CME-1 e CME-2, respectivamente. **[4]**

- (D02.2b) Os tempos de chegada observados na Terra de CME-1 e CME-2 são 46,0 h e 74,5 h, respectivamente. O modelo empírico é considerado VÁLIDO para um CME específico se seu tempo de chegada previsto tiver um erro dentro de 20% em relação ao tempo de chegada observado; caso contrário, NÃO É VÁLIDO. Indique a validade do modelo para cada CME marcando (✓) no espaço apropriado na Folha de Respostas Resumidas. [2]

CMEs na presença de vento solar

Na realidade, o espaço entre o Sol e a Terra é permeado pelo vento solar, que exerce uma força de arrasto sobre as CMEs. Esta força de arrasto pode desacelerar ou acelerar uma CME, dependendo da velocidade da CME em relação à do vento solar. Para levar em conta a influência do vento solar, usaremos um modelo de “arrasto puro” para distâncias $R_{\text{obs}}(t) \geq R_0$, onde R_0 é a distância além da qual a força de arrasto se torna a força dominante que afeta o movimento da CME.

A distância a partir da superfície do Sol, conforme determinado pelo modelo de “arrasto puro”, $R_D(t)$, e a velocidade, $V_D(t)$, de uma CME neste modelo são dadas por

$$R_D(t) = \frac{S}{\gamma} \ln [1 + S\gamma(V_0 - V_s)(t - t_0)] + V_s(t - t_0) + R_0$$

$$V_D(t) = \frac{V_0 - V_s}{1 + S\gamma(V_0 - V_s)(t - t_0)} + V_s$$

onde, $\gamma = 2 \times 10^{-8} \text{ km}^{-1}$, V_s é a velocidade constante do vento solar, R_0 e V_0 são a distância e a velocidade, respectivamente, no tempo t_0 , e S é o fator de sinal: $S = 1$ se $V_0 > V_s$; $S = -1$ se $V_0 \leq V_s$.

- (D02.3) As tabelas abaixo mostram a distância radial observada a partir da superfície do Sol, $R_{\text{obs}}(t)$ (medida em $R_\odot$), como uma função do tempo t (em horas), para duas CMEs: CME-3 e CME-4. O último ponto de dados em cada tabela (D5 e P8, respectivamente) corresponde ao tempo de chegada da respectiva CME na Terra. Para esta parte, assuma $V_s = 330 \text{ km s}^{-1}$.

CME-3		
Índice	t (em h)	$R_{\text{obs}}(t)$ (em $R_\odot$)
D1	0,200	6,36
D2	0,480	7,99
D3	1,22	11,99
D4	1,49	13,51
D5	58,05	214

CME-4		
índice	t (em h)	$R_{\text{obs}}(t)$ (em $R_\odot$)
P1	1,00	4,00
P2	3,00	6,00
P3	4,00	9,00
P4	5,00	11,0
P5	21,0	43,0
P6	50,0	100
P7	85,0	170
P8	111	214

Vamos avaliar se o modelo “arrasto puro” prevê satisfatoriamente os tempos de chegada dessas CMEs. Para usar este modelo, é necessário fazer uma escolha apropriada de t_0 , e os correspondentes R_0 e V_0 .

- (D02.3a) Para CME-3, considere os dois casos a seguir: [6]
 (C1) t_0 é tomado como o ponto médio do intervalo D1 – D2
 (C2) t_0 é tomado como o ponto médio do intervalo D3 – D4
 Ao analisar cada intervalo específico, D1–D2 ou D3–D4, assuma que a velocidade permanece aproximadamente constante.

 Usando t_0 , R_0 e V_0 calculados, determine a diferença entre a distância radial observada e a prevista $\delta R_D \equiv R_{\text{obs}}(t) - R_D(t)$ em unidades de $R_\odot$ em $t = 58,05$ h, para cada um dos dois casos.
- (D02.3b) Avalie $R_D(t)$ nos pontos, P5, P6, P7 e P8 entre o Sol e a Terra para CME-4 para os dois casos a seguir, adotando o procedimento semelhante ao (D02.3a): [4]
 (C3) t_0 é tomado como o ponto médio do intervalo P1 – P2
 (C4) t_0 é tomado como o ponto médio do intervalo P3 – P4.
- (D02.3c) Plote $R_D(t)$ (em $R_\odot$) vs t (em horas) para os dois casos, C3 e C4, para CME-4 nos pontos, P5, P6, P7 e P8 (marque seu gráfico como “D02.3c”). No mesmo gráfico, desenhe curvas suaves de $R_D(t)$ para os dois casos mencionados acima. Para esta parte, considere o intervalo do eixo x de 0 a 180 hr. [10]
- (D02.3d) Usando o gráfico, estime a diferença absoluta, $|\delta\tau|$ entre o tempo real de chegada do CME-4 à Terra e seu tempo de chegada previsto pelo modelo apenas de arrasto, para cada um dos casos C3 e C4. [4]
- (D02.3e) Indique se a seguinte afirmação é VERDADEIRA ou FALSA marcando (✓) no espaço apropriado na Folha de Respostas Resumidas (não é necessário justificativa escrita): [1]
 “As forças de arrasto exercidas pelo vento solar em CMEs tornam-se dominantes para CME-3 em um momento anterior em comparação com CME-4”.
- (D02.4) Considere o arrasto como a força dominante atuando nos 10 CMEs na parte D02.1. Assuma que o modelo “arrasto puro” é aplicável a partir da superfície do Sol ($R_0 = 1 R_\odot$) e em toda a sua propagação posterior, para todas as CMEs. Estime e coloque em uma tabela a velocidade do vento solar V_s em km s^{-1} para cada CME. Além disso, estime a velocidade média do vento solar $V_{s, \text{avg}}$ para todas as 10 CMEs. [7]