

(D01) 30 Años de Exoplanetas

[90 puntos]

Este problema explora algunos aspectos de los dos métodos principales de detección de exoplanetas: velocidad radial y tránsito. A lo largo de este problema consideraremos un sistema particular de un solo planeta (P) en una órbita circular con radio a alrededor de una estrella de tipo solar (S). Nos referiremos a este sistema como el "sistema SP".

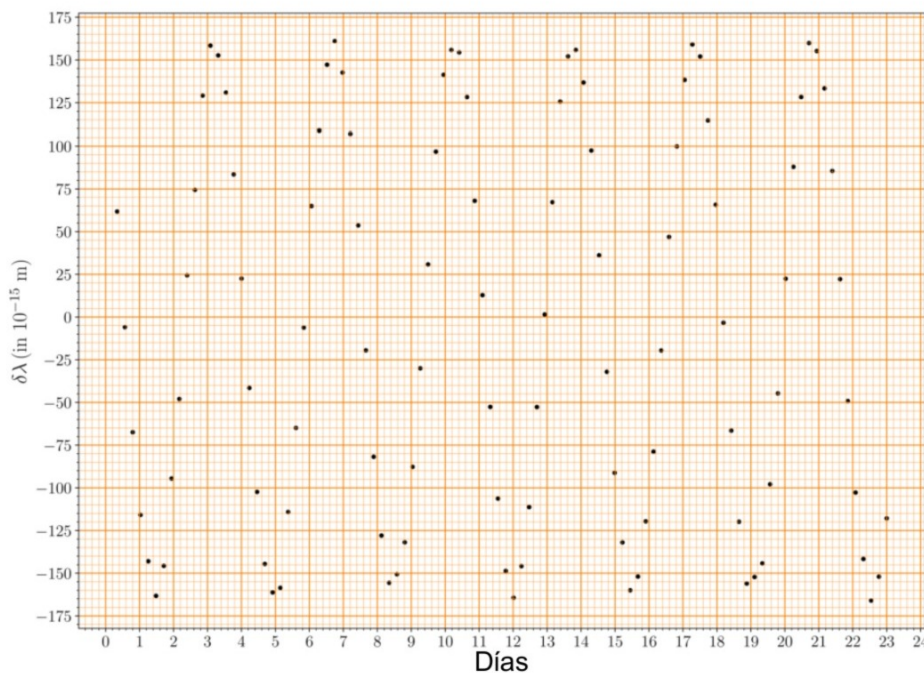
- (D01.1) La magnitud aparente en banda V de la estrella S es 7.65 ± 0.03 mag, la paralaje es 20.67 ± 0.05 milisegundos de arco y la corrección bolométrica (BC) es -0.065 mag. Por lo tanto, la estrella tiene una magnitud bolométrica más brillante.

Estime la masa de la estrella, M_s (en unidades de $M_\odot$), asumiendo una relación masa-luminosidad ($M-L$) de la forma $L \propto M^4$. También estime la incertidumbre en M_s . Puede necesitar $d \ln x / dx = 1/x$. [8]

Método de Velocidad Radial

El método de velocidad radial utiliza el efecto Doppler $\delta\lambda \equiv \lambda_{\text{obs}} - \lambda_0$ entre la longitud de onda observada λ_{obs} y la longitud de onda en reposo λ_0 de una línea espectral conocida para detectar un exoplaneta y determinar sus características.

La figura a continuación muestra el $\delta\lambda$ para la línea Fe I ($\lambda_0 = 543.45 \times 10^{-9}$ m) como función del tiempo según lo observado para el sistema SP.



La semiamplitud de la velocidad radial K se define como $K \equiv (v_{r, \text{max}} - v_{r, \text{min}})/2$ donde $v_{r, \text{max}}$ y $v_{r, \text{min}}$ son las velocidades radiales mínima y máxima, respectivamente. Para una órbita planetaria circular, la semiamplitud K puede escribirse como:

$$K = \left(\frac{2\pi G}{T} \right)^{1/3} \frac{M_p \sin i}{(M_p + M_s)^{2/3}}$$

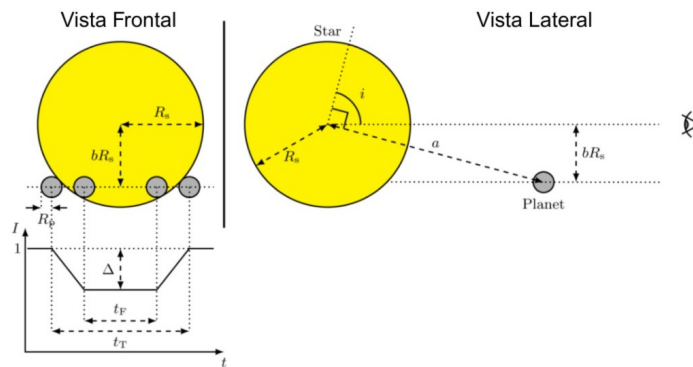
donde T es el período, i es la inclinación de la órbita planetaria (ángulo entre la normal al plano orbital del planeta y la línea de visión del observador), M_p y M_s son las masas del planeta y la estrella, respectivamente.

- (D01.2) Utiliza el gráfico proporcionado en la Hoja de Respuestas Resumida para responder lo siguiente.

- (D01.2a) Dibuja una curva suave asociada con los datos observados mostrados en la gráfica. [2]
- (D01.2b) Selecciona puntos apropiados en tu curva dibujada y utiliza métodos adecuados para determinar T y K junto con sus respectivas incertidumbres. Todos los puntos de datos utilizados para el cálculo de T y K deben mostrarse en la tabla en la Hoja de Respuestas Resumida. Utiliza el resto de la Tabla para mostrar tus cálculos intermedios, según sea necesario, con encabezados apropiados. [11]
- (D01.2c) Encuentra la masa mínima del planeta $M_{p,\min}$ (en $M_\odot$), y su correspondiente incertidumbre asumiendo $M_p \ll M_s$. [5]
- (D01.2d) Utilizando el valor de $M_{p,\min}$ estimado en la parte (D01.2c), calcula el valor mínimo del semieje mayor de la órbita del planeta, $a_{\min}$, en ua y su incertidumbre. [4]

Método de tránsito (sin oscurecimiento del limbo "limb darkening")

El diagrama esquemático de un tránsito planetario (no dibujado a escala) se muestra a continuación. Inicialmente, asumiremos que el disco estelar tiene una intensidad promedio uniforme con algo de ruido intrínseco debido a la estrella misma.



La curva de luz de la intensidad normalizada, I , como función del tiempo t se muestra en el diagrama esquemático del tránsito anterior. La intensidad estelar promedio fuera del tránsito se toma como la unidad. La disminución máxima en la intensidad está dada por Δ en la curva de luz normalizada. Para un disco estelar uniformemente brillante, el radio del planeta, R_p , está relacionado con Δ como

$$\left(\frac{R_p}{R_s}\right)^2 = \Delta,$$

donde R_s es el radio de la estrella.

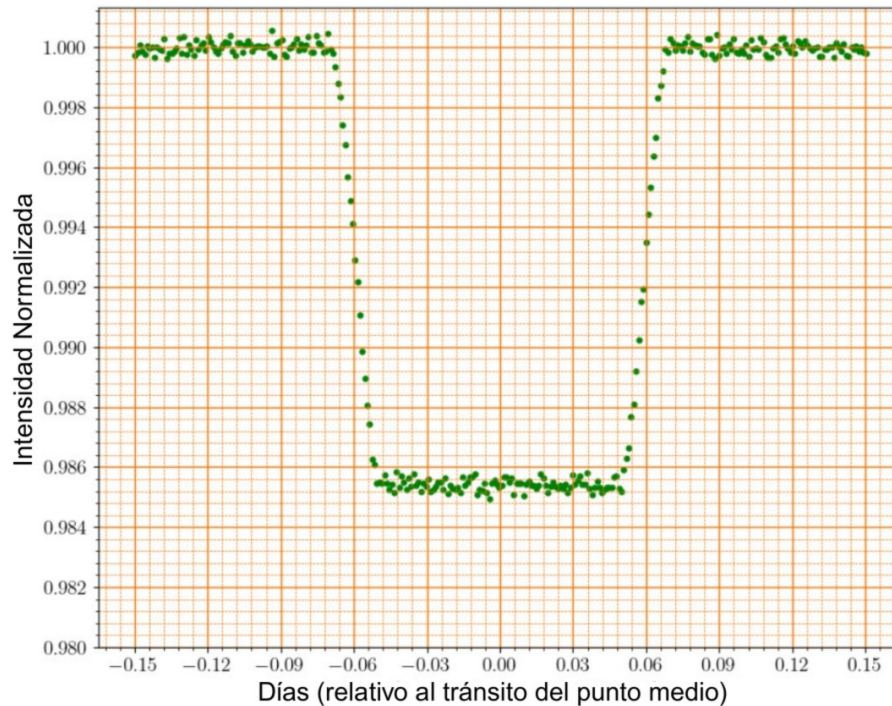
La duración total del tránsito (cuando parte o todo el planeta cubre el disco estelar) está dada por t_T , mientras que t_F proporciona la duración cuando el planeta está completamente frente al disco estelar. El "parámetro de impacto" b es la distancia proyectada entre el planeta y el centro del disco estelar en el punto medio del tránsito, en unidades del radio estelar, R_s .

Para una órbita planeta-estrella casi de canto, el parámetro de impacto está dado por la fórmula

$$b = \left[\frac{(1 - \sqrt{\Delta})^2 - (t_F/t_T)^2(1 + \sqrt{\Delta})^2}{1 - (t_F/t_T)^2} \right]^{1/2}$$

- (D01.3) Para el sistema SP, se sabe que el radio estelar es $R_s = 1.20R_\odot$, y el tránsito del planeta es realmente visible. Usando el radio orbital mínimo, $a_{\min}$, estimado en la parte (D01.2d), encuentra el valor mínimo, $i_{\min}$, del ángulo de inclinación. [3]

Asumiendo un disco estelar de brillo uniforme, la curva de luz del tránsito se vería como se muestra a continuación.



(D01.4) Utilizando la curva de luz proporcionada, responde las siguientes preguntas. Para tu referencia, la curva de luz anterior también se proporciona en la Hoja de Respuestas Resumida.

(D01.4a) Estime los valores de t_T y t_F en días marcando las lecturas apropiadas en el gráfico. [3]

(D01.4b) Estime el valor medio de Δ y por lo tanto encuentre R_p en unidades de $R_\odot$. [2]

(D01.4c) Determine el valor de i en grados asumiendo que el radio orbital es $a_{\min}$. [2]

Introducción al limb darkening (oscurecimiento del limbo)

Hasta ahora hemos asumido que el disco estelar tiene un brillo uniforme. En realidad, el brillo observado del disco estelar no es uniforme debido al "oscurecimiento del limbo" - un efecto óptico donde la parte central del disco estelar aparece más brillante que el borde, o el "limbo".

El efecto de oscurecimiento del limbo puede medirse por la intensidad relativa $J(\theta) \equiv \frac{I(\theta)}{I(0)}$, donde θ es el ángulo entre la normal a la superficie estelar en un punto y la línea que une al observador con ese punto, $I(\theta)$ es la intensidad observada del disco estelar en ese punto ($I(0)$ siendo la intensidad en el centro del disco estelar). Para un observador distante, θ varía desde $\theta = 0$ (centro del disco) hasta $\theta \approx 90^\circ$ (borde del disco).

(D01.5) La tabla a continuación muestra los valores medidos de $J(\theta)$ a cierta longitud de onda para el Sol. Asumiremos que el mismo perfil de oscurecimiento del limbo se aplica para la estrella S.

θ	$J(\theta)$	θ	$J(\theta)$	θ	$J(\theta)$	θ	$J(\theta)$
0°	1.000	20°	0.971	40°	0.883	70°	0.595
10°	0.994	25°	0.950	50°	0.794	80°	0.475
15°	0.984	30°	0.943	60°	0.724	90°	0.312

El perfil de oscurecimiento del limbo puede modelarse mediante una fórmula cuadrática:

$$J(\theta) = 1 - a_1(1 - \cos \theta) - a_2(1 - \cos \theta)^2,$$

donde a_1 y a_2 son dos constantes.

Estimaremos los coeficientes desconocidos a_1 y a_2 a partir de los datos proporcionados mediante la elaboración de un gráfico con variables adecuadas.

- (D01.5a) Elija un par de variables (x_1, y_1) que sean funciones adecuadas de θ y J , que desee representar gráficamente a lo largo de los ejes x e y , respectivamente, para determinar a_1 y a_2 . Escriba las expresiones para x_1 e y_1 . [2]

Si necesita definir variables adicionales para gráficos adicionales, defínalas como (x_2, y_2) , etc.

- (D01.5b) Tabule los valores necesarios para sus gráficos. [4]

- (D01.5c) Grafique las variables recién definidas en el papel cuadrulado dado (marque su gráfico como "D01.5c"). [7]

- (D01.5d) Obtenga a_1 y a_2 del gráfico. No se requieren incertidumbres en los valores. [7]

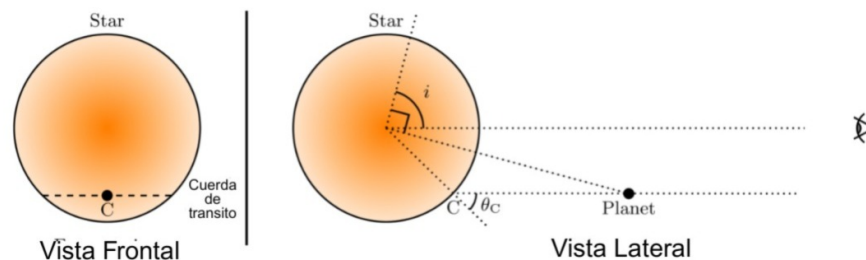
Tránsito en presencia del limb darkening (oscurecimiento del limbo)

Ahora, consideramos tránsitos planetarios a través de un disco estelar con oscurecimiento del limbo. En presencia de oscurecimiento del limbo, que modelaremos mediante la fórmula cuadrática de $J(\theta)$ dada anteriormente, la intensidad promedio observada de todo el disco estelar (sin ningún tránsito), $\langle I \rangle$, viene dada por:

$$\langle I \rangle = \left(1 - \frac{a_1}{3} - \frac{a_2}{6} \right) I(0)$$

Además, la disminución en la luz causada por el planeta en tránsito ahora depende no solo del tamaño relativo del planeta y la estrella, $\left(\frac{R_p}{R_s} \right)$, sino también del perfil de intensidad del disco estelar a lo largo de la cuerda de tránsito, que a su vez, depende del ángulo de inclinación, i .

El diagrama esquemático que se muestra a continuación (no dibujado a escala) representa la configuración. Nótese que la parte más brillante de la estrella aparece en un tono más oscuro, mientras que el planeta se representa como un punto negro



Aquí la relación entre $\left(\frac{R_p}{R_s} \right)$ y el Δ medido de la curva de luz es

$$\Delta = \frac{I(\theta_C)}{\langle I \rangle} \left(\frac{R_p}{R_s} \right)^2,$$

donde $I(\theta_C)$ es la intensidad del disco estelar en el punto medio de la cuerda de tránsito (punto C en la figura anterior), siendo θ_C el ángulo entre la línea de visión y la normal a la superficie en ese punto. De lo anterior es obvio que para una estrella dada, el mismo valor de Δ puede ser producido por muchas combinaciones del tamaño del planeta, R_p , y el ángulo de inclinación i .

- (D01.6) Es posible determinar de manera única tanto R_p como i utilizando datos de curvas de luz de tránsito en dos longitudes de onda, digamos, λ_B (azul) y λ_R (rojo). Los coeficientes de oscurecimiento de borde para estas dos longitudes de onda se presentan a continuación:

Longitud de onda	a_1	a_2
λ_B	0,82	0,05
λ_R	0,24	0,20

(D01.6a) Elija la afirmación correcta entre las siguientes que describe la relación entre la profundidad máxima del tránsito Δ for λ_B and the ángulo de inclinación (i) de la órbita. [2]

- A. Δ aumenta al disminuir i .
- B. Δ de al disminuir i .
- C. Δ es independiente de i .

(D01.6b) La profundidad máxima del tránsito (Δ) para el "sistema SP" se midió en 0,0182 y 0,0159 para λ_B y λ_R , respectively. [4]

Dibuje esquemáticamente las curvas de tránsito de luz para λ_B y λ_R en la cuadrícula dada y etiquételas con "B" y "R", respectivamente. Suponga que la duración total del tránsito es la misma para ambas longitudes de onda. No es necesario que las curvas estén a escala, pero deben representar correctamente las formas de las curvas de luz.

(D01.7) Utilizaremos un método gráfico para encontrar los valores de R_p y i para el sistema SP utilizando las mediciones de Δ en λ_B y λ_R .

(D01.7a) Escribe una expresión apropiada que conecte las variables relevantes que se van a graficar. (Pista: Puedes considerar i , b , R_p entre las variables relevantes.) [6]

(D01.7b) Tabula las cantidades apropiadas que se van a graficar. [5]

(D01.7c) Dibuja un gráfico adecuado y márcalo como "D01.7c". [7]

(D01.7d) Estima los valores de R_p (en $R_\odot$) y i (en grados) a partir del gráfico. [4]

(D01.8) Basándose en los resultados obtenidos en este problema, indique si el planeta P es "ROCOSO" o "GASEOSO" marcando (✓) la casilla correspondiente en la Hoja de Respuestas del Resumen. [2]

(D02) Predicción de los tiempos de llegada de las eyecciones de masa coronal a la Tierra
[60 puntos]

El Sol ocasionalmente libera plasma magnetizado, denominado \textit{eyecciones de masa coronal} (CMEs), que se originan en la superficie solar y se propagan hacia el exterior. La predicción precisa de sus tiempos de llegada a la Tierra es crucial para comprender y mitigar sus posibles efectos en los satélites que orbitan nuestro planeta. En este problema, nuestro objetivo es predecir los tiempos de llegada de las CMEs desarrollando un modelo empírico, utilizando los datos de 10 CMEs. A lo largo de este problema, la distancia entre la superficie del Sol y la Tierra se considera como $214R_{\odot}$.

Además, se asume que el Sol no rota. Debido a las fuerzas electromagnéticas, gravitacionales y de arrastre, las CMEs experimentan una aceleración variable a lo largo de su propagación. En las dos primeras partes de este problema, se supone que la región entre el Sol y la Tierra es un vacío.

CMEs a través del vacío.

- (D02.1) La velocidad inicial, u , en la superficie solar ($= 1R_{\odot}$), la velocidad final, v , al llegar a la Tierra, y el tiempo para llegar a la Tierra después de salir de la superficie del Sol (en horas), τ , se proporcionan para 10 CMEs en la siguiente tabla.

CME	u	v	τ
Nombre	(km s ⁻¹)	(km s ⁻¹)	(h)
CME-A	804	470	74.5
CME-B	247	360	127.5
CME-C	523	396	103.5
CME-D	830	415	71.0
CME-E	665	400	104.5
CME-F	347	350	101.5
CME-G	446	375	99.5
CME-H	155	360	97.0
CME-I	1016	515	67.0
CME-J	683	410	54.0

- (D02.1a) Calcule la aceleración promedio, a , para cada CME en m s⁻². **[3]**

- (D02.1b) Asumimos un modelo empírico para la aceleración, a_{model} , de un CME, que depende de su velocidad inicial u como, $a_{\text{model}} = m \left(\frac{u}{u_0} \right) + \alpha$; donde, a_{model} se expresa en m s⁻², u se expresa en km s⁻¹ y $u_0 = 1.00 \times 10^3$ km s⁻¹.

Determine las constantes m y α y sus incertidumbres asociadas utilizando una gráfica apropiada (marque su gráfica como "D02.1b"). **[15]**

- (D02.1c) Para cada CME, tabule a_{model} en m s⁻². Por lo tanto, calcule la desviación de la raíz cuadrática media (rms) de las aceleraciones, δa_{rms} , entre la aceleración calculada, a , y los valores del modelo, a_{model} . **[4]**

- (D02.2) Consideramos otras dos CMEs: CME-1 y CME-2, con velocidades iniciales, $u = 1044$ km s⁻¹ y 273 km s⁻¹, respectivamente.

- (D02.2a) Utilizando el modelo empírico obtenido en (D02.1b), calcule los tiempos de llegada previstos a la Tierra, $\tau_{1, m}$ y $\tau_{2, m}$ (en horas), para CME-1 y CME-2, respectivamente. **[4]**

- (D02.2b) Los tiempos de llegada observados a la Tierra de CME-1 y CME-2 son 46.0 h y 74.5 h, respectivamente. El modelo empírico se considera VÁLIDO para una CME particular si su tiempo de llegada previsto está dentro del 20% de su tiempo de llegada observado; de lo contrario, NO ES VÁLIDO. Indique la validez del modelo para cada CME marcando (✓) la casilla apropiada en la Hoja de Respuestas Resumen. [2]

CMEs en presencia de viento solar

En realidad, el espacio entre el Sol y la Tierra está impregnado con el viento solar, que ejerce una fuerza de arrastre sobre las CMEs. Esta fuerza de arrastre puede desacelerar o acelerar una CME, dependiendo de la velocidad de la CME en relación con la del viento solar. Para tener en cuenta la influencia del viento solar, utilizaremos un modelo de "solo arrastre" para distancias $R_{\text{obs}}(t) \geq R_0$, donde R_0 es la distancia más allá de la cual la fuerza de arrastre se convierte en la fuerza dominante que afecta el movimiento de la CME.

La distancia desde la superficie del Sol determinada por el modelo de "solo arrastre", $R_D(t)$, y la velocidad, $V_D(t)$, de una CME en este modelo viene dada por

$$R_D(t) = \frac{S}{\gamma} \ln [1 + S\gamma(V_0 - V_s)(t - t_0)] + V_s(t - t_0) + R_0$$

$$V_D(t) = \frac{V_0 - V_s}{1 + S\gamma(V_0 - V_s)(t - t_0)} + V_s$$

donde, $\gamma = 2 \times 10^{-8} \text{ km}^{-1}$, V_s es la velocidad constante del viento solar, R_0 y V_0 son la distancia y la velocidad, respectivamente, en el tiempo t_0 , y S es el factor de signo. $S = 1$ si $V_0 > V_s$; $S = -1$ si $V_0 \leq V_s$.

- (D02.3) Las tablas a continuación muestran la distancia radial observada desde la superficie del Sol, $R_{\text{obs}}(t)$ (medida en $R_\odot$), como función del tiempo, t (en horas), para dos CMEs: CME-3 y CME-4. El último punto de datos en cada tabla (D5 y P8, respectivamente) corresponde al tiempo de llegada del respectivo CME a la Tierra. Para esta parte, asuma $V_s = 330 \text{ km s}^{-1}$.

CME-3		
Punto de datos	t (en h)	$R_{\text{obs}}(t)$ (en $R_\odot$)
D1	0.200	6.36
D2	0.480	7.99
D3	1.22	11.99
D4	1.49	13.51
D5	58.05	214

CME-4		
Punto de datos	t (en h)	$R_{\text{obs}}(t)$ (en $R_\odot$)
P1	1.00	4.00
P2	3.00	6.00
P3	4.00	9.00
P4	5.00	11.0
P5	21.0	43.0
P6	50.0	100
P7	85.0	170
P8	111	214

Evaluaremos si el modelo "solo de arrastre" predice satisfactoriamente los tiempos de llegada de estos CMEs. Para utilizar este modelo, es necesario hacer una elección apropiada de t_0 , y los correspondientes R_0 y V_0 .

- (D02.3a) Para CME-3, considera los siguientes dos casos: [6]
 (C1) t_0 se toma como el punto medio del intervalo D1 – D2
 (C2) t_0 se toma como el punto medio del intervalo D3 – D4
 Supón que la velocidad permanece constante en cada intervalo específico D1–D2 y D3–D4, pero puede diferir entre los dos intervalos.
 Usando t_0 , R_0 , y V_0 , calcula la diferencia entre la distancia radial observada y la predicha $\delta R_D \equiv R_{\text{obs}}(t) - R_D(t)$ en unidades de $R_\odot$ en $t = 58.05$ h, para cada uno de los dos casos.
- (D02.3b) Evalúa $R_D(t)$ en los puntos P5, P6, P7 y P8 entre el Sol y la Tierra para CME-4 para los [4]
 siguientes dos casos adoptando un procedimiento similar a (D02.3a):
 (C3) t_0 se toma como el punto medio del intervalo P1 – P2
 (C4) t_0 se toma como el punto medio del intervalo P3 – P4.
- (D02.3c) Grafica $R_D(t)$ (en $R_\odot$) vs t (en horas) para los dos casos, C3 y C4, para CME-4 en los [10]
 puntos P5, P6, P7 y P8 (marca tu gráfica como "D02.3c"). En la misma gráfica, dibuja curvas suaves de $R_D(t)$ para los dos casos mencionados anteriormente. Para esta parte, toma el rango del eje x de 0 a 180 h.
- (D02.3d) Usando la gráfica, estima la diferencia absoluta, $|\delta\tau|$ entre el tiempo de llegada real de [4]
 CME-4 a la Tierra y su tiempo de llegada predicho por el modelo de solo arrastre, para cada uno de los casos C3 y C4.
- (D02.3e) Indica si la siguiente afirmación es VERDADERA o FALSA marcando (✓) la casilla [1]
 apropiada en la Hoja de Respuestas Resumen (no se necesita justificación escrita):
 "Las fuerzas de arrastre ejercidas por el viento solar sobre las CMEs se vuelven dominantes para CME-3 en un tiempo más temprano en comparación con CME-4".
- (D02.4) Considera la resistencia como la fuerza dominante que actúa sobre 10 CMEs en la parte D02.1. [7]
 Supón que el modelo "solo de resistencia" es aplicable desde la superficie del Sol ($R_0 = 1 R_\odot$) y más allá, para todas las CMEs.
 Estima y tabula la velocidad del viento solar V_s en km s^{-1} para cada CME. Además, estima la velocidad promedio del viento solar $V_{s, \text{avg}}$ para las 10 CMEs.