(D01.1) Die scheinbare Helligkeit des Sterns S im V-Band beträgt $7,65 \pm 0,03$ mag, die Parallaxe beträgt $20,67 \pm 0,05$ Millibogensekunden und die bolometrische Korrektur (BC) beträgt $-0,0650$ mag. Somit hat der Stern eine höhere bolometrische Leuchtkraft als seine V-Band-Leuchtkraft.

Schätzen Sie die Masse des Sterns, M_s (in Einheiten von $M_\odot$), unter Annahme einer Masse- [8]
Leuchtkraft-Beziehung ($M - L$) der Form $L \propto M^4$. Schätzen Sie auch die Unsicherheit in M_s .
Möglicherweise benötigen Sie $d \ln x / dx = 1/x$.

(D01) 30 Jahre Exoplaneten

[90 Punkte]

Diese Aufgabe untersucht einige Aspekte der beiden Hauptmethoden zur Exoplanetenerkennung: Radialgeschwindigkeit und Transit. Dabei betrachten wir ein System aus einem einzelnen Planeten (P) auf einer Kreisbahn mit Radius a um einen sonnenähnlichen Stern (S). Wir bezeichnen dieses System als „SP-System“.

Radialgeschwindigkeitsmethode

Die Radialgeschwindigkeitsmethode nutzt die Dopplerverschiebung $\delta\lambda \equiv \lambda_{\text{obs}} - \lambda_0$ zwischen der beobachteten Wellenlänge λ_{obs} und der Ruhewellenlänge λ_0 einer bekannten Spektrallinie, um einen Exoplaneten zu erkennen und seine Eigenschaften zu bestimmen.

Die folgende Abbildung zeigt das $\delta\lambda$ für die Fe I-Linie ($\lambda_0 = 543,45 \times 10^{-9}$ m) als Funktion der Zeit, wie es für das SP-System beobachtet wurde.

Die Halbampplitude der Radialgeschwindigkeit K ist definiert als $K \equiv (v_{r, \text{max}} - v_{r, \text{min}})/2$ wobei $v_{r, \text{max}}$ und $v_{r, \text{min}}$ die maximale bzw. minimale Radialgeschwindigkeit sind. Für eine kreisförmige Planetenbahn kann die Halbampplitude K wie folgt geschrieben werden:

$$K = \left(\frac{2\pi G}{T} \right)^{1/3} \frac{M_p \sin i}{(M_p + M_s)^{2/3}}$$

wobei T die Periode ist, i die Neigung der Planetenbahn (Winkel zwischen der Normalen zur Bahnebene des Planeten und der Sichtlinie des Beobachters), M_p und M_s die Massen des Planeten bzw. des Sterns sind.

- (D01.2) Verwenden Sie die oben im zusammenfassenden Antwortblatt angegebene Grafik (90 deg gedreht), um Folgendes zu beantworten.
- (D01.2a) Zeichnen Sie eine glatte Kurve, die mit den im Diagramm angezeigten [2] Beobachtungsdaten verknüpft ist.
- (D01.2b) Wählen Sie geeignete Punkte auf Ihrer gezeichneten Kurve aus und verwenden Sie [11] geeignete Methoden, um T und K zusammen mit den jeweiligen Unsicherheiten zu bestimmen. Alle für die Berechnung von T und K verwendeten Datenpunkte müssen in der Tabelle im zusammenfassenden Antwortbogen aufgeführt sein. Nutzen Sie den Rest der Tabelle, um Ihre Zwischenberechnungen bei Bedarf mit entsprechenden Überschriften darzustellen.
- (D01.2c) Bestimmen Sie die Mindestmasse des Planeten $M_{p, \min}$ (in $M_\odot$) und die [5] entsprechende Unsicherheit unter der Annahme $M_p \ll M_s$.
- (D01.2d) Berechnen Sie mithilfe des in Teil (D01.2c) geschätzten Werts von $M_{p, \min}$ den [4] Mindestwert der großen Halbachse der Umlaufbahn des Planeten, $a_{\min}$, in AE und dessen Unsicherheit.

Transitmethode (ohne Randverdunkelung)

Unten sehen Sie das schematische Diagramm eines Planetentransits (nicht maßstabsgetreu). Zunächst gehen wir davon aus, dass die Sternscheibe eine gleichmäßige Durchschnittsintensität mit etwas Eigenrauschen aufgrund des Sterns selbst aufweist.

Die Lichtkurve der normalisierten Intensität, I , als Funktion der Zeit t ist in der schematischen Darstellung des Transits oben dargestellt. Die durchschnittliche Sternintensität außerhalb des Transits wird als 1 angenommen. Die maximale Intensitätsabnahme wird durch Δ in der normalisierten Lichtkurve angegeben. Bei einer gleichmäßig hellen Sternscheibe verhält sich der Radius des Planeten, R_p , zu Δ wie folgt:

$$\left(\frac{R_p}{R_s}\right)^2 = \Delta,$$

wobei R_s der Radius des Sterns ist.

Die Gesamtdauer des Transits (wenn der Planet die Sternscheibe ganz oder teilweise bedeckt) wird durch t_T angegeben, während t_F die Dauer angibt, wenn sich der Planet vollständig vor der Sternscheibe befindet. Der „Einschlagparameter“ b ist die projizierte Entfernung zwischen dem Planeten und dem Zentrum der Sternscheibe in der Mitte des Transits, ausgedrückt in Einheiten des Sternradius R_s .

Für eine nahezu kantenbasierte Stern-Planeten-Umlaufbahn wird der Stoßparameter durch die Formel

$$b = \left[\frac{(1 - \sqrt{\Delta})^2 - (t_F/t_T)^2(1 + \sqrt{\Delta})^2}{1 - (t_F/t_T)^2} \right]^{1/2}$$

- (D01.3) Für das SP-System ist der Sternradius bekanntermaßen $R_s = 1.20R_\odot$ und der Transit des Planeten ist tatsächlich sichtbar. Bestimmen Sie mithilfe des minimalen Bahnradius $a_{\min}$, der in Teil (D01.2d) geschätzt wurde, den minimalen Wert $i_{\min}$ des Neigungswinkels. [3]

Unter der Annahme einer Sternscheibe mit gleichmäßiger Helligkeit würde die Transitlichtkurve wie unten gezeigt aussehen.

- (D01.4) Beantworten Sie die folgenden Fragen anhand der angegebenen Lichtkurve. Die obige Lichtkurve finden Sie auch im zusammenfassenden Antwortbogen.

- (D01.4a) Schätzen Sie die Werte von t_T und t_F in Tagen, indem Sie die entsprechenden Messwerte im Diagramm markieren. [3]
- (D01.4b) Schätzen Sie den Mittelwert von Δ by marking appropriate readings on the graph und so R_p in Einheiten von $R_\odot$ ermitteln. [2]
- (D01.4c) Bestimmen Sie den Wert von i in Grad unter der Annahme, dass der Orbitalradius $a_{\min}$ beträgt. [2]

Einführung der Randverdunkelung

Bisher gingen wir davon aus, dass die Sternscheibe gleichmäßig hell ist. Tatsächlich ist die beobachtete Helligkeit der Sternscheibe jedoch aufgrund der sogenannten „Randverdunkelung“ nicht gleichmäßig. Dabei handelt es sich um einen optischen Effekt, bei dem der zentrale Teil der Sternscheibe heller erscheint als der Rand bzw. der „Rand“.

Der Randverdunkelungseffekt kann durch die relative Intensität $J(\theta) \equiv \frac{I(\theta)}{I(0)}$ gemessen werden, wobei θ der Winkel zwischen der Normalen zur Sternoberfläche an einem Punkt und der Linie, die den Beobachter mit

diesem Punkt verbindet, $I(\theta)$ die beobachtete Intensität der Sternscheibe an diesem Punkt ist ($I(0)$ die Intensität in der Mitte der Sternscheibe ist). Für einen entfernten Beobachter variiert θ von $\theta = 0$ (Mitte der Scheibe) bis $\theta \approx 90^\circ$ (Rand der Scheibe).

(D01.5) Die folgende Tabelle gibt den gemessenen $J(\theta)$ bei einer bestimmten Wellenlänge für die Sonne an. Wir gehen davon aus, dass das gleiche Randverdunkelungsprofil auch für den Stern S gilt.

θ	$J(\theta)$	θ	$J(\theta)$	θ	$J(\theta)$	θ	$J(\theta)$
0°	1.000	20°	0.971	40°	0.883	70°	0.595
10°	0.994	25°	0.950	50°	0.794	80°	0.475
15°	0.984	30°	0.943	60°	0.724	90°	0.312

Das Randverdunkelungsprofil kann durch eine quadratische Formel modelliert werden:

$$J(\theta) = 1 - a_1(1 - \cos \theta) - a_2(1 - \cos \theta)^2,$$

wobei a_1 und a_2 zwei Konstanten sind.

Wir werden die unbekanntenen Koeffizienten a_1 und a_2 aus den gegebenen Daten schätzen, indem wir ein Diagramm mit geeigneten Variablen erstellen.

(D01.5a) Wählen Sie ein Variablenpaar (x_1, y_1) das geeignete Funktionen von θ und J ist und [2]
das Sie entlang x - bzw. y Achse darstellen möchten, um a_1 und a_2 zu bestimmen.
Schreiben Sie die Ausdrücke für x_1 und y_1 .

Wenn Sie zusätzliche Variablen für zusätzliche Diagramme definieren müssen, definieren Sie sie als (x_2, y_2) usw.

(D01.5b) Stellen Sie die für Ihre Diagramme erforderlichen Werte tabellarisch dar. [4]

(D01.5c) Tragen Sie die neu definierten Variablen auf dem gegebenen Millimeterpapier ein [7]
(markieren Sie Ihr Diagramm als „D01.5c“).

(D01.5d) Ermitteln Sie a_1 und a_2 aus dem Diagramm. Unsicherheiten bei den Werten sind nicht [7]
erforderlich.

Transit bei Randverdunkelung

Betrachten wir nun Planetentransite über eine am Rand verdunkelte Sternscheibe. Bei Vorhandensein einer Randverdunkelung, die wir mit der oben angegebenen quadratischen Formel von $J(\theta)$ modellieren, ist die durchschnittliche beobachtete Intensität der gesamten Sternscheibe (ohne Transit), $\langle I \rangle$, gegeben durch:

$$\langle I \rangle = \left(1 - \frac{a_1}{3} - \frac{a_2}{6}\right) I(0)$$

Darüber hinaus hängt der durch den Transitplaneten verursachte Lichtabfall nun nicht nur von der relativen Größe des Planeten und des Sterns ab, $\left(\frac{R_p}{R_s}\right)$, sondern auch vom Intensitätsprofil der Sternscheibe entlang der Transitsehne, das wiederum vom Neigungswinkel i abhängt.

Die schematische Darstellung unten (nicht maßstabsgetreu) zeigt die Konfiguration. Beachten Sie, dass der hellere Teil des Sterns dunkler dargestellt ist, während der Planet als schwarzer Punkt dargestellt ist.

Hier ist die Beziehung zwischen $\left(\frac{R_p}{R_s}\right)$ und dem gemessenen Δ aus der Lichtkurve

$$\Delta = \frac{I(\theta_C)}{\langle I \rangle} \left(\frac{R_p}{R_s}\right)^2,$$

wobei $I(\theta_C)$ die Intensität der Sternscheibe in der Mitte der Transitsehne (Punkt C in der Abbildung oben) und θ_C der Winkel zwischen der Sichtlinie und der Normalen zur Oberfläche an diesem Punkt ist. Aus dem oben Gesagten geht hervor, dass für einen gegebenen Stern der gleiche Wert von Δ durch viele Kombinationen der Planetengröße R_p und des Neigungswinkels i erzeugt werden kann.

(D01.6) Es ist möglich, sowohl R_p als auch i eindeutig zu bestimmen, indem man Daten von Transitlichtkurven bei zwei Wellenlängen verwendet, beispielsweise λ_B (blau) und λ_R (rot). Die Randverdunklungskoeffizienten für diese beiden Wellenlängen sind unten angegeben:

Wellenlänge	a_1	a_2
λ_B	0,82	0,05
λ_R	0,24	0,20

(D01.6a) Wählen Sie aus den folgenden Aussagen die richtige aus, die die Beziehung zwischen Δ für λ_B and the Neigungswinkel (i) der Umlaufbahn beschreibt, und kreuzen Sie sie (✓) im zusammenfassenden Antwortbogen an. [2]

- A. Δ nimmt mit abnehmendem i zu.
- B. Δ de mit abnehmendem i ab.
- C. Δ ist unabhängig von i .

(D01.6b) Die maximale Tiefe des Transits (Δ) für das „SP-System“ wurde mit 0,0182 und 0,0159 für λ_B bzw. λ_R , respectively. [4]

Zeichnen Sie schematische Transitlichtkurven für λ_B und λ_R in das gegebene Raster und beschriften Sie die Kurven mit „B“ bzw. „R“. Gehen Sie davon aus, dass die gesamte Transitdauer für beide Wellenlängen gleich ist. Die Kurven müssen nicht maßstabsgetreu sein, sollten aber die Form der Lichtkurven korrekt wiedergeben.

(D01.7) Wir werden eine grafische Methode verwenden, um die Werte von R_p und i für das SP-System mithilfe der Messungen von Δ bei λ_B und λ_R zu ermitteln.

(D01.7a) Schreiben Sie einen geeigneten Ausdruck, der die relevanten Variablen verbindet, die dargestellt werden sollen. (Hinweis: Sie können i or b und R_p , als relevante Variablen betrachten.) [6]

(D01.7b) Stellen Sie die entsprechenden Mengen, die dargestellt werden sollen, tabellarisch dar. [5]

(D01.7c) Zeichnen Sie eine passende Grafik und kennzeichnen Sie diese mit „D01.7c“. [7]

-
- (D01.7d) Schätzen Sie die Werte von R_p (in $R_\odot$) und i (in Grad) aus dem Diagramm. [4]
- (D01.8) Geben Sie anhand der in dieser Aufgabe erzielten Ergebnisse an, ob der Planet P „FELSIG“ oder „GASFÖRMIG“ ist, indem Sie das entsprechende Kästchen im zusammenfassenden Antwortbogen ankreuzen (✓). [2]

(D02) Vorhersage der Ankunftszeiten koronaler Massenauswürfe auf der Erde

[60 Punkte]

Die Sonne setzt gelegentlich magnetisiertes Plasma frei, sogenannte koronale Massenauswürfe (CMEs), die von der Sonnenoberfläche ausgehen und sich nach außen ausbreiten. Die genaue Vorhersage ihrer Ankunftszeiten auf der Erde ist entscheidend, um ihre potenziellen Auswirkungen auf erdumkreisende Satelliten zu verstehen und zu mildern. In dieser Aufgabe zielen wir darauf ab, die Ankunftszeiten von CMEs vorherzusagen, indem wir ein empirisches Modell auf der Grundlage von Daten von 10 CMEs entwickeln. Dabei wird der Abstand zwischen der Sonnenoberfläche und der Erde mit $214R_{\odot}$.

Nehmen wir weiterhin an, dass sich die Sonne nicht dreht. Aufgrund elektromagnetischer Kräfte, Gravitationskräfte und Widerstandskräfte erfahren CMEs während ihrer Ausbreitung eine variable Beschleunigung. In den ersten beiden Teilen dieses Problems gehen wir davon aus, dass der Bereich zwischen Sonne und Erde Vakuum ist.

CMEs durch Vakuum.

(D02.1) Die Anfangsgeschwindigkeit u an der Sonnenoberfläche ($= 1R_{\odot}$), die Endgeschwindigkeit v beim Erreichen der Erde und die Zeit (in Stunden) bis zur Ankunft auf der Erde nach dem Verlassen der Sonnenoberfläche, τ , sind in der folgenden Tabelle für 10 CMEs angegeben.

CME	u	v	τ
Name	(km s^{-1})	(km s^{-1})	(H)
CME-A	804	470	74,5
CME-B	247	360	127,5
CME-C	523	396	103,5
CME-D	830	415	71,0
CME-E	665	400	104,5
CME-F	347	350	101,5
CME-G	446	375	99,5
CME-H	155	360	97,0
CME-I	1016	515	67,0
CME-J	683	410	54,0

(D02.1a) Berechnen Sie die durchschnittliche Beschleunigung a für jeden CME in m s^{-2} . **[3]**

(D02.1b) Wir gehen von einem empirischen Modell für die Beschleunigung a_{model} eines koronaren Massenauswurfs aus, das von seiner Anfangsgeschwindigkeit u abhängt, und zwar wie $a_{\text{model}} = m \left(\frac{u}{u_0} \right) + \alpha$; , wobei a_{model} in m s^{-2} , u in km s^{-1} und $u_0 = 1,00 \times 10^3 \text{ km s}^{-1}$ ausgedrückt wird.

Bestimmen Sie die Konstanten m und α und die zugehörigen Unsicherheiten anhand **[15]** einer geeigneten Grafik (kennzeichnen Sie Ihre Grafik als „D02.1b“).

(D02.1c) Tabellieren Sie für jeden CME a_{model} in m s^{-2} . Berechnen Sie daher die **[4]** Standardabweichung (rms) der Beschleunigungen, δa_{rms} , zwischen der berechneten Beschleunigung, a , und den Modellwerten, a_{model} .

(D02.2) Wir betrachten zwei weitere CMEs: CME-1 und CME-2 mit Anfangsgeschwindigkeiten $u = 1044 \text{ km s}^{-1}$ bzw. 273 km s^{-1} .

- (D02.2a) Berechnen Sie mithilfe des in (D02.1b) erhaltenen empirischen Modells die vorhergesagten Ankunftszeiten auf der Erde, $\tau_{1,m}$ und $\tau_{2,m}$ (in Stunden), für CME-1 bzw. CME-2. **[4]**
- (D02.2b) Die beobachteten Ankunftszeiten von CME-1 und CME-2 auf der Erde betragen 46,0 h bzw. 74,5 h. Das empirische Modell gilt für einen bestimmten CME als GÜLTIG, wenn seine vorhergesagte Ankunftszeit innerhalb von 20 % der beobachteten Ankunftszeit liegt; andernfalls ist es NICHT GÜLTIG. Geben Sie die Gültigkeit des Modells für jeden CME an, indem Sie das entsprechende Kästchen im Antwortbogen ankreuzen (✓). **[2]**

CMEs bei Sonnenwind

In Wirklichkeit ist der Raum zwischen Sonne und Erde vom Sonnenwind durchdrungen, der eine Widerstandskraft auf koronale Massenauswürfe ausübt. Diese Widerstandskraft kann einen koronalen Massenauswurf entweder verlangsamen oder beschleunigen, abhängig von seiner Geschwindigkeit im Verhältnis zum Sonnenwind. Um den Einfluss des Sonnenwinds zu berücksichtigen, verwenden wir ein „Nur-Widerstands“-Modell für die Distanzen $R_{\text{obs}}(t) \geq R_0$, wobei R_0 die Distanz ist, ab der die Widerstandskraft die dominierende Kraft für die Bewegung des koronalen Massenauswurfs wird.

Der Abstand von der Sonnenoberfläche, wie er aus dem „Nur-Luftwiderstands“-Modell bestimmt wurde, $R_D(t)$, und die Geschwindigkeit, $V_D(t)$, eines koronarer Massenauswurfs (CME) in diesem Modell sind gegeben durch

$$R_D(t) = \frac{S}{\gamma} \ln [1 + S\gamma(V_0 - V_s)(t - t_0)] + V_s(t - t_0) + R_0$$

$$V_D(t) = \frac{V_0 - V_s}{1 + S\gamma(V_0 - V_s)(t - t_0)} + V_s$$

wobei $\gamma = 2 \times 10^{-8} \text{ km}^{-1}$, V_s die konstante Geschwindigkeit des Sonnenwinds, R_0 und V_0 die Entfernung bzw. Geschwindigkeit zum Zeitpunkt t_0 und S der Vorzeichenfaktor ist. $S = 1$, wenn $V_0 > V_s$; $S = -1$, wenn $V_0 \leq V_s$.

- (D02.3) Die folgenden Tabellen zeigen die beobachtete radiale Verschiebung $R_{\text{obs}}(t)$ (gemessen in $R_\odot$) als Funktion der Zeit t (in Stunden) für zwei koronale Massenauswürfe (CMEs): CME-3 und CME-4. Der letzte Datenpunkt in jeder Tabelle (D5 bzw. P8) entspricht der Ankunftszeit des jeweiligen CMEs auf der Erde. Für diesen Teil wird $V_s = 330 \text{ km s}^{-1}$ angenommen.

CME-3		
Datenpunkt	t (in h)	$R_{\text{obs}}(t)$ (in $R_\odot$)
D1	0,200	6.36
D2	0,480	7,99
T3	1.22	11,99
D4	1,49	13.51
D5	58,05	214

CME-4		
Datenpunkt	t (in h)	$R_{\text{obs}}(t)$ (in $R_\odot$)
Platz 1	1,00	4,00
Platz 2	3,00	6.00
Platz 3	4,00	9.00
Platz 4	5,00	11.0
Platz 5	21,0	43,0
Platz 6	50,0	100
Platz 7	85,0	170
Platz 8	111	214

Wir werden bewerten, ob das „Nur-Drag“-Modell die Ankunftszeiten dieser CMEs zufriedenstellend vorhersagt. Um dieses Modell verwenden zu können, muss eine geeignete Wahl von t_0 und den entsprechenden R_0 und V_0 getroffen werden.

- (D02.3a) Nehmen Sie für CME-3 die folgenden zwei Fälle: [6]
 (C1) t_0 wird als Mittelpunkt des Intervalls D1 – D2 angenommen
 (C2) t_0 wird als Mittelpunkt des Intervalls D3 – D4 angenommen
 Gehen Sie davon aus, dass die Geschwindigkeit in jedem spezifischen Intervall D1–D2 und D3–D4 konstant bleibt, sich zwischen den beiden Intervallen jedoch unterscheiden kann.

Berechnen Sie mithilfe von t_0 , R_0 und V_0 die Differenz zwischen der beobachteten und der vorhergesagten radialen Verschiebung $\delta R_D \equiv R_{\text{obs}}(t) - R_D(t)$ in Einheiten von $R_\odot$ bei $t = 58,05$ h für jeden der beiden Fälle.

- (D02.3b) Bewerten Sie $R_D(t)$ an den Punkten P5, P6, P7 und P8 zwischen Sonne und Erde für CME-4 für die folgenden zwei Fälle, indem Sie ein ähnliches Verfahren wie (D02.3a) anwenden: [4]

(C3) t_0 wird als Mittelpunkt des Intervalls P1 – P2 angenommen
 (C4) t_0 wird als Mittelpunkt des Intervalls P3 – P4 angenommen.

- (D02.3c) Zeichnen Sie $R_D(t)$ (in $R_\odot$) gegen t (in Stunden) für die beiden Fälle C3 und C4 für CME-4 an den Punkten P5, P6, P7 und P8 auf (markieren Sie Ihr Diagramm als „D02.3c“). Zeichnen Sie im selben Diagramm glatte Kurven von $R_D(t)$ für die beiden oben genannten Fälle. Nehmen Sie hierfür den Bereich der x -Achse von 0 bis 180 Stunden. [10]

- (D02.3d) Schätzen Sie mithilfe des Diagramms die absolute Differenz $|\delta\tau|$ zwischen der tatsächlichen Ankunftszeit von CME-4 auf der Erde und der vom Drag-Only-Modell vorhergesagten Ankunftszeit für jeden der Fälle C3 und C4. [4]

- (D02.3e) Geben Sie an, ob die folgende Aussage WAHR oder FALSCH ist, indem Sie das entsprechende Kästchen im zusammenfassenden Antwortbogen ankreuzen () (keine schriftliche Begründung erforderlich):
 „Die vom Sonnenwind auf CMEs ausgeübten Widerstandskräfte werden bei CME-3 früher dominant als bei CME-4.“ [1]

- (D02.4) Betrachten Sie den Luftwiderstand als die dominierende Kraft, die auf 10 CMEs in Teil D02.1 wirkt. Nehmen Sie an, dass das „Nur-Luftwiderstand“-Modell von der Sonnenoberfläche ($R_0 = 1 R_\odot$) und darüber hinaus für alle CMEs anwendbar ist. [7]
 Schätzen Sie die Sonnenwindgeschwindigkeit V_s in km s^{-1} für jeden koronarer Massenauswurf (CMEs) und stellen Sie sie tabellarisch dar. Schätzen Sie außerdem die durchschnittliche Sonnenwindgeschwindigkeit $V_{s, \text{avg}}$ für alle 10 CMEs.